

Transformation des Profilbiegeprozesses: Flexibilisierung durch synthetische Daten und maschinelles Lernen

Markus Schumann^{1, a *}, Peter Groche^{1, b}

¹ Institut für Produktionstechnik und Umformmaschinen, Technische Universität Darmstadt, Otto-Berndt-Straße 2

64287 Darmstadt, Germany

^amarkus.schumann@ptu.tu-darmstadt.de, ^bpeter.groche@ptu.tu-darmstadt.de

Keywords: Profilbiegen; Prozessflexibilisierung; synthetische Daten; Finite-Elemente-Simulation; maschinelles Lernen; Prozessregelung

Abstract. Das Drei-Rollen-Profilbiegen ist ein flexibles Fertigungsverfahren, das im Spannungsfeld von manueller Expertise und den Anforderungen der Digitalisierung und Automatisierung steht. Der Prozess, der in der Herstellung von Komponenten für den Transport- und Architekturbereich sowie in der Einzel- und Sondereilefertigung eingesetzt wird, ist bislang stark von der manuellen Expertise des Bedienpersonals abhängig. Flexible Geometrien mit kontinuierlichen Radienverläufen lassen sich auf klassischen Maschinen derzeit nur sehr schwer reproduzierbar herstellen. Mit zunehmendem Fachkräftemangel und wachsender Variantenvielfalt entsteht daher ein Bedarf an datengetriebenen Strategien, die eine reproduzierbare und adaptive Prozessführung ermöglichen. Ziel ist die Entwicklung einer datengetriebenen Methodik zur automatisierten Generierung und Adaption von Zustellkurven für flexible Geometrien mittels Maschinellen Lernens. Dies wird durch die gezielte Kombination von synthetisch generierten Geometriedaten aus Finite-Elemente-Simulationen und zufällig erzeugten Zustellkurven erreicht. Durch das Training von Machine-Learning-Modellen entstehen digitale Zwillinge, die eine Grundlage der adaptiven Prozessregelung bilden, indem Abweichungen zwischen Soll- und Ist-Geometrie prinzipiell erkannt und Korrekturen abgeleitet werden können. Erste Ergebnisse demonstrieren die Fähigkeit neuronaler Netze, die komplexen, nicht-linearen Zusammenhänge zwischen der Zustellung der Rolle, den Materialeigenschaften und der resultierenden Krümmung präzise abzubilden. Diese prädiktive Fähigkeit bildet die Grundlage für eine selbstlernende, adaptive Prozessregelung, die den Profilbiegeprozess effizient an variable Randbedingungen anpasst und so die Prozessflexibilität, Bauteilqualität und Wirtschaftlichkeit signifikant steigert.

Einleitung

Das Drei-Rollen-Profilbiegen ist ein etabliertes und hochflexibles Umformverfahren zur Herstellung gekrümmter Profile mit konstanten oder variablen Radien [1]. Es findet breite Anwendung in der Transportindustrie, im Maschinen- und Anlagenbau sowie im architektonischen Leichtbau, insbesondere bei der Fertigung von Einzel- und Kleinserienbauteilen [2]. Die besondere Stärke des Verfahrens liegt in seiner geometrischen Flexibilität, die es erlaubt, eine Vielzahl unterschiedlicher Bauteilgeometrien auf vergleichsweise einfachen Maschinen zu realisieren.[3]

Trotz dieser Vorteile ist der Prozess bis heute stark von der manuellen Expertise des Bedienpersonals abhängig [4]. Die Einstellung der Zustellung der Mittelrolle erfolgt in der industriellen Praxis häufig heuristisch, basierend auf Erfahrungswerten, Versuch-und-Irrtum oder vereinfachten Tabellenwerken [5]. Insbesondere bei der Herstellung flexibler Geometrien mit kontinuierlich variierenden Radien stößt dieses Vorgehen an seine Grenzen [6]. Solche Geometrien lassen sich auf klassischen Drei-Rollen-Profilbiegemaschinen derzeit nur schwierig reproduzierbar fertigen, da selbst geringe Abweichungen in der Zustellung zu signifikanten Änderungen der resultierenden Krümmungsverteilung führen können [7]. Hier

konnte durch die Entwicklung einer Messeinrichtung zur Nullpunktfindung ein Grundstein für das datengetriebene Drei-Rollen-Profilbiegen gelegt werden. [8]

Mit zunehmender Variantenvielfalt, kürzeren Produktlebenszyklen und dem gleichzeitigen Fachkräftemangel wächst der Bedarf an datengetriebenen Methoden, die eine reproduzierbare, adaptive und automatisierte Prozessführung ermöglichen [9]. Gleichzeitig eröffnen Fortschritte in der Finite-Elemente-Simulation und im maschinellen Lernen neue Möglichkeiten, komplexe nichtlineare Zusammenhänge zwischen Prozessparametern, Materialeigenschaften und resultierender Bauteilgeometrie systematisch zu erfassen und nutzbar zu machen [10].

In den vergangenen Jahren wurden erste datengetriebene Ansätze zur Modellierung des Profilbiegeprozesses vorgestellt, die insbesondere beispielsweise auf der Vorhersage der Rückfederung aus gegebenen Prozessparametern basiert [11]. Solche Modelle bilden einen wichtigen Baustein für digitale Zwillinge des Prozesses und ermöglichen eine schnelle Bewertung von Prozessparametern [12]. Für die praktische Prozessplanung und -regelung ist jedoch insbesondere das inverse Problem von zentraler Bedeutung: Ausgehend von einer gewünschten Zielgeometrie soll eine geeignete Zustellkurve der Mittelrolle bestimmt werden, die diese Geometrie reproduzierbar erzeugt [13].

Die inverse Prozessplanung stellt im Kontext des Drei-Rollen-Profilbiegens eine besondere Herausforderung dar [14]. Zwar ist der Prozess unter idealisierten Annahmen deterministisch [15], jedoch führen Diskretisierung, Modellunsicherheiten und die hohe Dimensionalität der Zustellkurven dazu, dass klassische analytische Inversionsansätze kaum anwendbar sind [16]. Datengetriebene Methoden bieten hier einen vielversprechenden Ansatz, werfen jedoch die grundlegende Frage auf, wie inverse Abbildungen im Rahmen neuronaler Modelle sinnvoll realisiert werden können [11,17].

Ziel dieser Arbeit ist es, robuste datengetriebene Vorwärtsmodelle für das Drei-Rollen-Profilbiegen zu entwickeln und zu bewerten, die eine notwendige Voraussetzung für eine datengetriebene Inversion darstellen. Das inverse Problem wird konzeptionell eingeordnet und als Ausblick adressiert.

Prozessbeschreibung und Problemformulierung

Drei-Rollen-Profilbiegen mit kontinuierlicher Zustellung. Das Drei-Rollen-Profilbiegen ist ein Umformprozess [18], bei dem ein Profil mit konstantem Vorschub durch drei Rollen geführt wird. Bei wiederholtem Durchlauf des Profils kann hierbei von Inkrementen gesprochen werden. Während die beiden äußeren Rollen in der Regel fest positioniert sind, wird die mittlere Rolle aktiv zugestellt und erzeugt dadurch eine lokale plastische Biegung des Profils [19]. Die resultierende Krümmung entsteht als Überlagerung der lokal eingebrachten plastischen und elastischen Deformation entlang der Profilachse [20].

In dieser Arbeit wird ein Prozessszenario betrachtet, bei dem der Profilvervorschub als konstant angenommen wird und die Zustellung der Mittelrolle kontinuierlich in Abhängigkeit der Profilposition variiert. Die Zustellung wird dabei nicht als diskreter Stellwert, sondern als kontinuierliche Funktion entlang der Bogenlänge des Profils beschrieben. Dadurch lassen sich flexible Geometrien mit variablen Krümmungsverläufen realisieren, die über klassische tabellenbasiertes Vorgehen nicht abbildbar sind.

Zur formalen Beschreibung wird die Profilposition entlang der Bogenlänge durch eine skalare Koordinate s parametrisiert. Die Zustellung der Mittelrolle wird als kontinuierliche Zustellkurve $\mathbf{u}(s)$ definiert. Die resultierende Bauteilgeometrie, beispielsweise in Form eines Krümmungs- oder Konturverlaufs, wird entsprechend durch eine globale geometrische Zielgröße $\mathbf{Y}(\mathbf{u}(s), \mathbf{m})$ beschrieben. Zusätzlich gehen materialabhängige und prozessbeschreibende Parameter, wie Elastizitätsmodul, Fließspannung, oder Profilquerschnitt, aber auch Anlagenkennwerte (siehe Tabelle 1), in die Prozessbeschreibung ein und werden im Folgenden zusammengefasst als Vektor $\mathbf{m}$. Unter diesen Annahmen stellt sich der Profilbiegeprozess als eine funktionale Abbildung zwischen Zustellkurve, Material-

und Prozessparametern und resultierender Geometrie dar. Eine schematische Übersicht über diese Zusammenhänge ist in Abbildung 1 dargestellt.

Formale Problemdefinition

Der Drei-Rollen-Profilbiegeprozess kann unter gegebenen Material- und Prozessparametern m als deterministische Abbildung zwischen Zustellkurve und resultierender Profilgeometrie beschrieben werden. Die physikalische Referenzabbildung ergibt sich aus der Finite-Elemente-Simulation zu

$$Y = f(u(s), m), \quad (2.1)$$

wobei $u(s)$ die entlang der Bogenlänge s parametrisierte Zustellkurve und y die resultierende Profilkontur bezeichnet.

Für die Prädiktion der Geometrie durch ein datengetriebenes Vorwärtsmodell wird ein Feedforward-Neuronales Netz $f_{\theta}(\cdot)$ trainiert, welches als Surrogat die FE-basierte Referenzgeometrie Y auf Basis synthetisch generierter Trainingsdaten approximiert. Die Modellprädiktion ergibt sich zu

$$\hat{Y} = f_{\theta}(u, m), \quad (2.2)$$

wobei $\hat{Y}$ die durch das neuronale Netz vorhergesagte Profilkontur darstellt.

Während im Trainingszustand sowohl die Zustellkurve u , die Materialparameter m als auch die zugehörige Finite-Elemente (FE) Referenzgeometrie Y zur Verfügung stehen, wird das trainierte Modell im Prädiktionszustand ausschließlich mit u und m betrieben, um die Profilgeometrie $\hat{Y}$ ohne erneute FE-Simulation vorherzusagen. Die Qualität der Approximation wird im Modelltraining über geeignete geometrische Fehlermetriken wie Mittlere quadratische Abweichung (MQA) zwischen Y und $\hat{Y}$ bewertet.

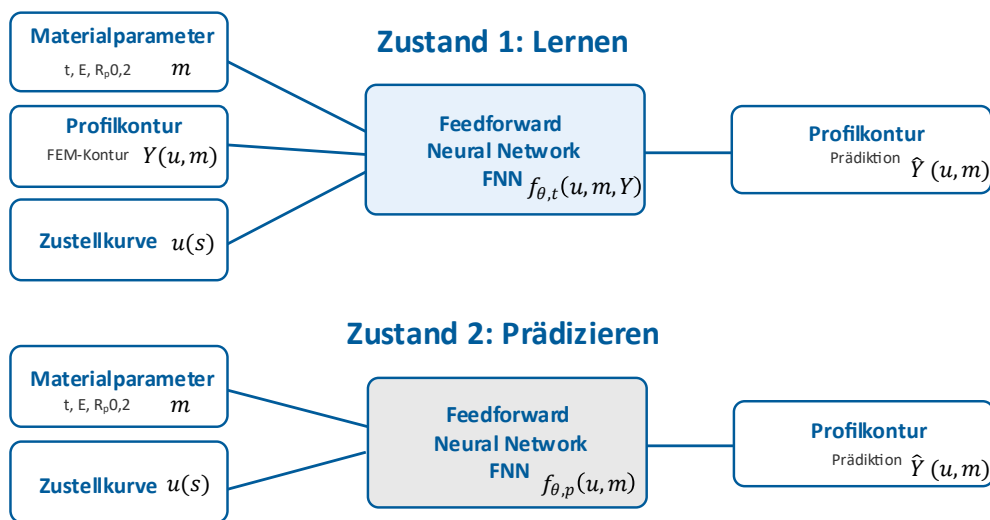


Abbildung 1: Forward Modell zur Abbildung der Beziehungen zwischen Zustellkurve und Profilgeometrie

Diese Vorwärtsabbildung bildet die physikalische Grundlage des Prozesses ab und bildet zunächst die Grundlage der Bewertung der geometrischen Modellgüte. Später wird die Inversion zur generativen Erzeugung der Zustellkurve genutzt.

Datengrundlage und Vorwärtsmodell (Digitaler Zwilling)

Die hier beschriebene Datengrundlage sowie die datengetriebenen Vorwärtsmodelle dienen als digitaler Zwilling des Drei-Rollen-Profilbiegeprozesses. Diese Modelle bilden die Grundlage

des in Kapitel 4 konzeptuell dargestellten Inversionsansatzes und stellen damit ein zentrales methodisches Element der Arbeit dar.

Synthetische Prozessdaten aus FE-Simulationen. Zur Erzeugung eines konsistenten und kontrollierbaren Datensatzes werden synthetische Prozessdaten mittels FE-Simulationen generiert. Hierfür kommt ein parametrisierbares Profilbiege-Modell zum Einsatz, das den Biegeprozess unter Variation der Zustellung der Mittelrolle abbildet.

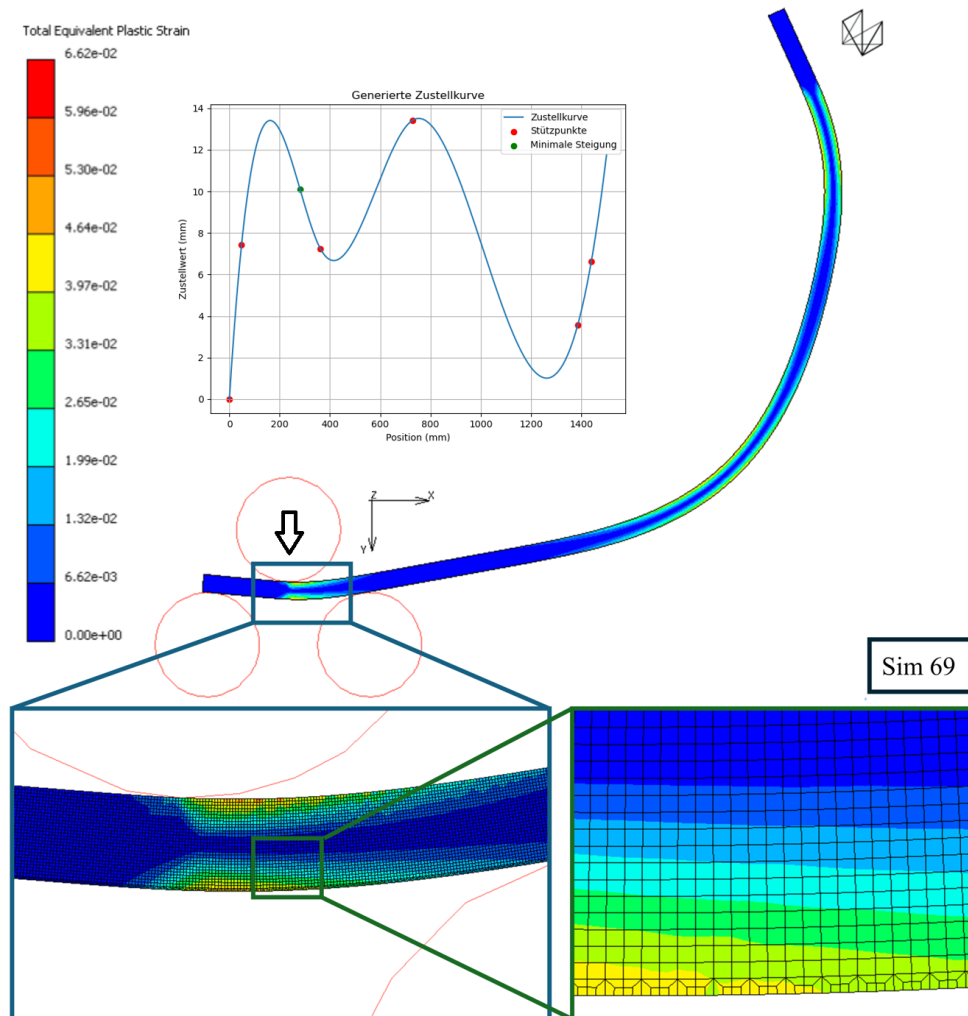


Abbildung 2: FEM - Prozessmodell des Drei-Rollen-Profilbiegens mit verfeinerter Randzone

Das verwendete FE-Modell basiert auf einem zweidimensionalen Ansatz mit lokal verfeinerter Randzone im Kontaktbereich zwischen Profil und Rollen. Abbildung 2 zeigt exemplarisch den Aufbau des Modells sowie die resultierende Profilgeometrie nach dem Biegevorgang. Die Simulationen werden mit MSC Marc/Mentat durchgeführt; die typische Rechenzeit beträgt etwa 8,5 h pro Simulation. Insgesamt wurden 70 Simulationen mit variierenden Zustellkurven durchgeführt, die eine große Bandbreite kontinuierlicher Krümmungsverläufe abdecken.

Die Zustellkurven werden innerhalb eines klar definierten geometrischen Parameterraums generiert. Die Zustellung beginnt stets bei null und ist entlang der Bogenlänge kontinuierlich beschrieben. Der maximale Zustellwert ist auf 14 mm begrenzt, wodurch alle erzeugten Kurven innerhalb der zulässigen mechanischen Stellgrenzen liegen. Negative Zustellungen sowie Überschreitungen dieses Grenzwerts sind ausgeschlossen. Zu Orientierung ist die positive Richtung der Zustellung der Mittelrolle in Abbildung 2 notiert.

Die Parametrisierung erfolgt über eine variable Anzahl von Stützpunkten mittels kubischer Splines. Pro Zustellkurve werden zwischen 2 und 20 Stützpunkte verwendet, deren Positionen entlang der Bogenlänge zufällig verteilt sind. Aus diesen Stützpunkten wird eine glatte, kontinuierliche Zustellfunktion erzeugt, sodass sowohl einfache als auch stark variierende Zustellverläufe abgebildet werden können, wie in Abbildung 3 exemplarisch dargestellt.

Für jede Zustellkurve wird zusätzlich die lokale Steigung entlang der gesamten Bogenlänge ausgewertet. Dabei werden die minimale Steigung sowie deren Position bestimmt und separat gespeichert. Diese Größe dient der Charakterisierung prozesskritischer Zustellverläufe, da zu große negative Steigungen in der Praxis zu Kontaktverlust der Biegerollen führt und der Umformprozess zum Erliegen kommt.

Zur Verwendung in FE-Simulation und maschinellem Lernen werden die Zustellkurven abschließend auf eine einheitliche räumliche Diskretisierung überführt. Hierzu wird jede Kurve auf 3000 äquidistante Stützstellen entlang der Profillänge abgebildet, sodass alle Simulationen und Trainingsdatensätze eine identische Eingangsstruktur besitzen.

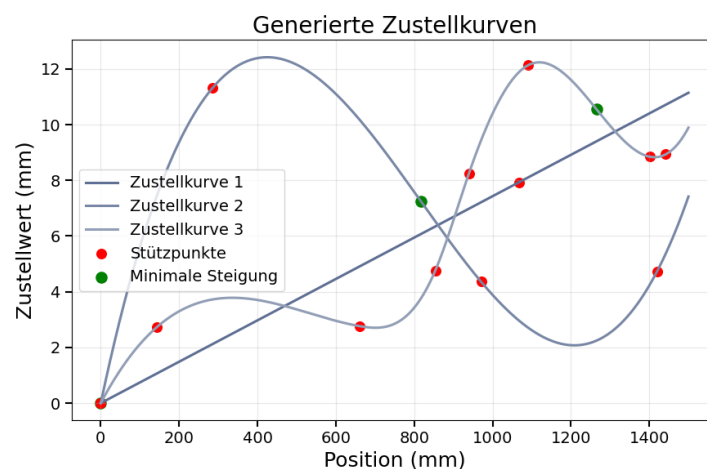


Abbildung 3: Generierte Zustellkurven unterschiedlicher Anzahl von Stützpunkten

Die in Tabelle 1 gezeigten Parameter gelten hierbei für alle Simulationen und bilden die in den späteren Realversuchen zum Einsatz kommende Biegemaschine Herkules BO229 ab.

Tabelle 1: Konstante Prozess-, Material- und Geometrieparameter der FE-Simulationen

Parameter	Symbol	Wert	Einheit	Bemerkung
Profilbreite	b	30	mm	Rechteckprofil
Profillänge	L	1800	mm	Gesamtlänge des Profils
Einfahrlänge Profil	L_{in}	1500	mm	Aktive Biegezone
Elastizitätsmodul	E	196	GPa	Linear-elastischer Bereich
Streckgrenze	σ_y	620,84	MPa	Beginn der Plastifizierung
Verfestigungskoeffizient	K	272	MPa	Ludwik/Hollomon-Ansatz
Verfestigungsexponent	n	0,95	–	Verfestigungsverlauf
Reibkoeffizient	μ	0,15	–	Kontakt Profil–Rollen
Durchmesser Oberrolle	D_{top}	180	mm	Zentrale Zustellrolle
Durchmesser Unterrollen	D_{low}	180	mm	Seitenrolle
Abstand Unterrollen	a_{low}	280	mm	Achsabstand

Das Materialmodell basiert für ein hier exemplarisch verwendetes S235JRC+C Vollmaterial aus Zugversuchen und dient als Grundlage für die Anpassung an weitere Materialien und weitere Geometrien. Das Material ist im kaltgezogenen Auslieferungszustand bereits stark verfestigt, wodurch eine für einen Baustahl hohe Streckgrenze und ein vergleichsweise niedriger Verfestigungsexponent experimentell ermittelt wurden. Als Ergebnis jeder Simulation wird die resultierende Profilgeometrie entlang der Bogenlänge exportiert. Diese Geometrie wird als diskretisierter Kontur- bzw. Krümmungsverlauf gespeichert und bildet die Zielgröße für das datengetriebene Modell.

Datensatz für das Modelltraining. Zur Erzeugung des Trainingsdatensatzes werden die Zustellkurven skriptbasiert mithilfe eines Python-Workflows generiert wie in Abbildung 4 schematisch dargestellt. Hierbei kommen zufällige, kontinuierliche Zustellverläufe auf Basis kubischer Splines zum Einsatz, deren Form durch eine variable Anzahl von Stützpunkten parametrisiert wird. Die so erzeugten Zustellkurven bilden ein breites Spektrum unterschiedlicher Prozessverläufe ab – von einfachen, nahezu linearen Zustellungen bis hin zu komplexeren, nicht-monotonen Verläufen.

Jede generierte Zustellkurve wird anschließend als Eingangsgröße in eine Finite-Elemente-Simulation überführt und dort vollständig berechnet. Als Simulationsergebnis wird die resultierende Profilgeometrie extrahiert und in Form diskreter x-/y-Koordinaten gespeichert. Der aktuell verwendete Datensatz umfasst 70 unabhängig generierte Simulationen und stellt damit die Grundlage für das Training und die Bewertung der vorgestellten Machine-Learning-Modelle dar.

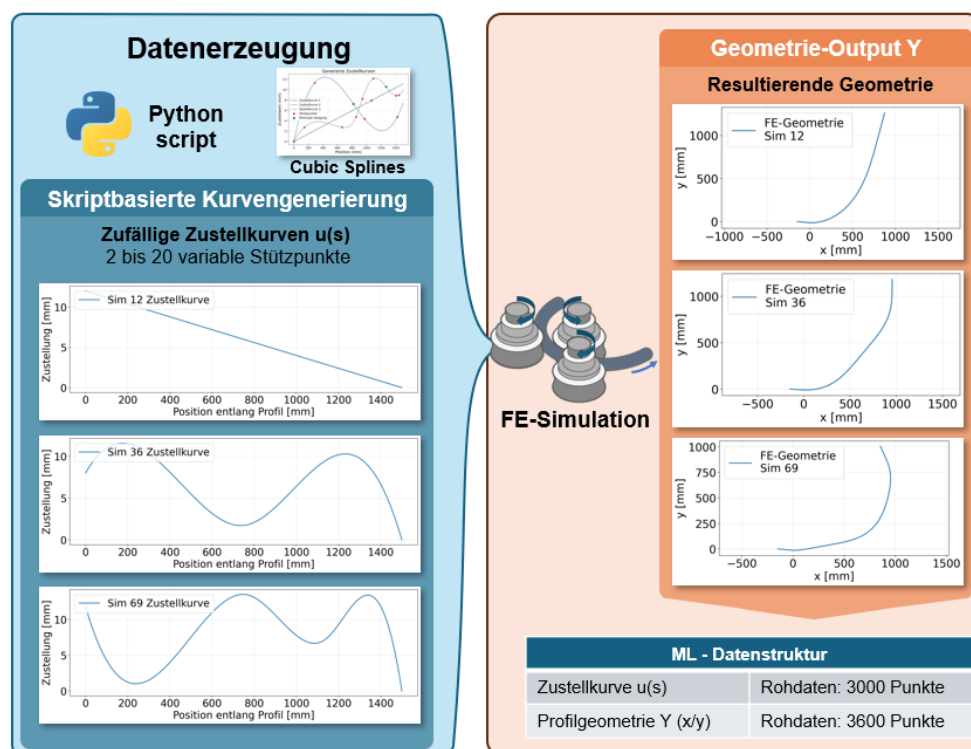


Abbildung 4: Schema der Datensatzgenerierung

Netzarchitektur und Eingangsgrößen

Das neuronale Netz ist als vollständig verbundenes Feed-Forward-Netzwerk (Fully Connected Feedforward Neural Network, FNN) mit mehreren versteckten Schichten realisiert. In allen Architekturen kommen ausschließlich dichte Schichten zum Einsatz. Als Aktivierungsfunktion wird in den versteckten Schichten die Rectified Linear Unit (ReLU) verwendet, um nichtlineare Zusammenhänge zwischen Zustellkurve, Materialparametern und resultierender Profilgeometrie abzubilden.

Die Eingangsgrößen des Netzes setzen sich aus den konstanten Materialparametern m sowie der diskretisierten Zustellkurve u zusammen. Die Zustellkurve wird dabei jeweils als eindimensionaler Vektor fester Länge in das Netz eingespeist. Abhängig vom betrachteten Ansatz unterscheidet sich die geometrische Repräsentation der Ausgabedaten sowie die interne Vorverarbeitung.

Die Ausgabeschicht ist linear ausgeführt und liefert einen diskretisierten Geometrievektor entlang der Profilachse. Dieser beschreibt entweder die kartesischen Koordinaten der Profilkontur, eine bogenlängenparametrisierte Darstellung oder eine spline-basierte Geometriebeschreibung.

Im Rahmen dieser Arbeit werden drei Modellarchitekturen miteinander verglichen, die sich hinsichtlich der geometrischen Repräsentation, der Vorverarbeitung der Daten sowie der Netzkomplexität unterscheiden:

Ansatz 1 (Baseline X/Y). Die Profilgeometrie wird direkt in kartesischen Koordinaten (x, y) diskretisiert und als flacher Vektor verarbeitet. Die Netzarchitektur besteht aus zwei versteckten Schichten mit jeweils 64 Neuronen. Ziel dieses Ansatzes ist eine direkte punktweise Vorhersage der Profilkontur ohne zusätzliche geometrische Strukturierung.

Ansatz 2 (Bogenlänge s). Die Geometrie wird entlang der Bogenlänge parametrisiert, wodurch eine konsistente Zuordnung der Punkte entlang der Profilkontur gewährleistet wird. Vor der Netzeinspeisung erfolgt eine kubische Interpolation über die Bogenlänge. Die Netzarchitektur entspricht der Baseline und umfasst ebenfalls zwei versteckte Schichten mit jeweils 64 Neuronen. Die Ausgabe erfolgt als bogenlängenbasierter Geometrievektor.

Ansatz 3 (Spline-Modell). Die Profilgeometrie wird über eine spline-basierte Repräsentation beschrieben, wodurch eine glatte funktionale Darstellung der Kontur erreicht wird. Zusätzlich ist eine integrierte Glättung in der Vorverarbeitung enthalten. Aufgrund der erhöhten Modellkomplexität kommt hier ein tieferes Netzwerk mit drei versteckten Schichten zu je 128 Neuronen zum Einsatz. Die Ausgabe besteht aus den Parametern der Spline-Darstellung, aus denen die Profilkontur rekonstruiert werden kann.

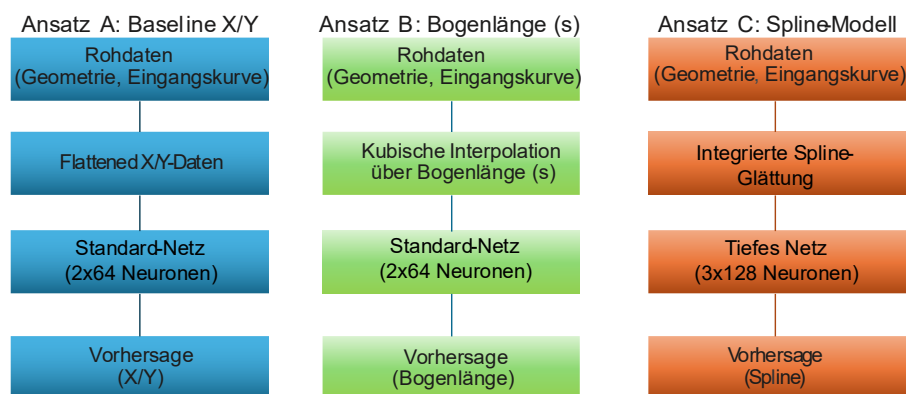


Abbildung 5: Architekturen der KI-Modelle zur Koordinatenvorhersage

Durch den Vergleich dieser drei Architekturen lässt sich systematisch untersuchen, welchen Einfluss die geometrische Repräsentation und die Netzkomplexität auf die Prädiktionsqualität, das Prädiktionsrauschen und die Abbildung lokaler geometrischer Eigenschaften haben. Die tiefere Netzarchitektur im spline-basierten Ansatz dient ausschließlich der Sicherstellung ausreichender Modellkapazität für die funktionale Parametrisierung der Kontur. Ziel des Vergleichs ist nicht die Optimierung der Netzarchitektur, sondern die Untersuchung des Einflusses unterschiedlicher geometrischer Repräsentationen auf die Vorhersagequalität.

Trainingsstrategien und Validierung

Ansatz A: Punktweise Vorhersage der Konturkoordinaten. Im Ansatz A wird die resultierende Bauteilgeometrie direkt als diskrete Punktmenge in kartesischen Koordinaten vorhergesagt. Das neuronale Netz approximiert hierbei die Abbildung

$$\hat{\mathbf{Y}} = f_{\theta}(\mathbf{u}(\mathbf{s}), \mathbf{m}), \quad (3.1)$$

wobei $\mathbf{u} \in \mathbb{R}^{N_u}$ die diskretisierte Zustellkurve und $\mathbf{m}$ die verwendeten Parameter beschreibt. Der Ausgabevektor $\hat{\mathbf{Y}} \in \mathbb{R}^{2N_g}$ enthält die vorhergesagten x - und y -Koordinaten der Konturpunkte.

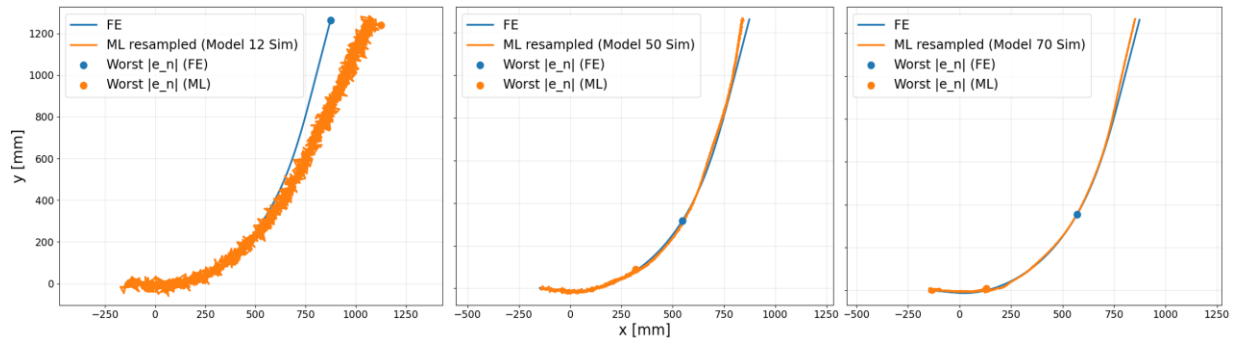


Abbildung 6: Gegenüberstellung der Prädiktion mit 12, 50 und 70 Simulationen für das Modelltraining der Koordinaten x und y

Die drei dargestellten Gegenüberstellungen in Abbildung 6 zeigen den Einfluss der Trainingsdatenmenge auf die Modellqualität. Bei nur 12 Trainingssimulationen weist die vorhergesagte Kontur ein starkes hochfrequentes Rauschen auf, obwohl der globale Verlauf bereits angedeutet wird. Mit zunehmender Anzahl von Trainingsdaten (50 bzw. 70 Simulationen) reduziert sich dieses Rauschen deutlich, und die mittlere Abweichung zur FE-Referenz nimmt ab. Dennoch verbleiben auch bei 70 Trainingssimulationen lokale Unstetigkeiten, da benachbarte Punkte unabhängig voneinander vorhergesagt werden und keine explizite geometrische Glattheit im Modell erzwungen wird.

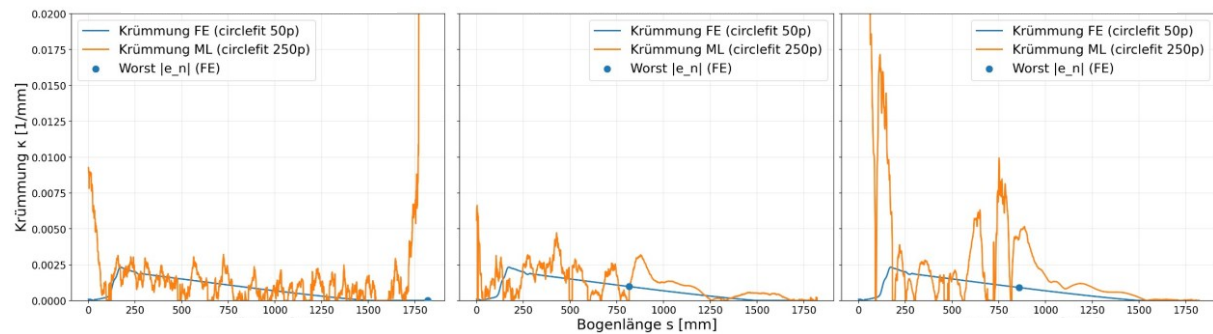


Abbildung 7: Gegenüberstellung der lokalen Krümmungen mit 12, 50 und 70 Simulationen für das Modelltraining der Koordinaten x und y

Erwartungsgemäß führt die Auswertung der lokalen Krümmung in Abbildung 7 über einen Kreisfit zu unregelmäßigen Verläufen mit teilweise starken lokalen Überhöhungen, wie in der Teilabbildung rechts für ein Training über 70 Simulationen. Der Ansatz verdeutlicht somit, dass der Zusammenhang zwischen Zustellkurve und resultierender Geometrie grundsätzlich lernbar ist. Gleichzeitig zeigt sich jedoch, dass eine rein punktweise Repräsentation eine hohe Datenanforderung besitzt und strukturelle Eigenschaften der Kontur nur implizit über die Trainingsdaten erfasst werden.

Ansatz B – Geometrisch: Parametrisierung über Bogenlänge s . Um eine konsistente Gegenüberstellung zwischen FE-Referenz und ML-Vorhersage zu ermöglichen, wird die Geometrie nicht punktweise in kartesischen Koordinaten verglichen, sondern über die Bogenlänge s parametrisiert. Ausgehend von der diskreten Kontur (x_i, y_i) wird die kumulative Bogenlänge berechnet als

$$s_i = \sum_{k=1}^i \sqrt{(x_k - x_{k-1})^2 + (y_k - y_{k-1})^2}. \quad (3.2)$$

Sowohl die FE-Kontur als auch die vom Modell vorhergesagte Kontur werden anschließend auf ein gemeinsames, äquidistantes Bogenlängengitter $s \in [0, s_{\max}]$ resampelt. Dadurch wird sichergestellt, dass korrespondierende Punkte entlang der Kontur verglichen werden, unabhängig von der ursprünglichen Punktdichte oder Punktanordnung.

Die Modellbewertung erfolgt auf Basis dieser Reparametrisierung, indem der euklidische Abstand sowie der signierte Normalabstand $e_n(s)$ zwischen FE-Referenz und ML-Vorhersage entlang der Bogenlänge bestimmt werden. Der Normalabstand ergibt sich aus der Projektion des Differenzvektors auf die lokale Normalenrichtung der FE-Kontur,

$$e_n(s) = (\mathbf{x}_{\text{ML}}(s) - \mathbf{x}_{\text{FE}}(s)) \cdot \mathbf{n}_{\text{FE}}(s). \quad (3.3)$$

Durch die Verwendung der Bogenlänge als gemeinsame Parametrisierung wird der geometrische Vergleich entkoppelt von globalen Verschiebungen oder unterschiedlichen Punktverteilungen. Gleichzeitig erlaubt diese Darstellung eine lokale Analyse der Abweichungen entlang der Kontur und bildet die Grundlage für weiterführende Auswertungen wie Krümmungs- oder Radiusverläufe.

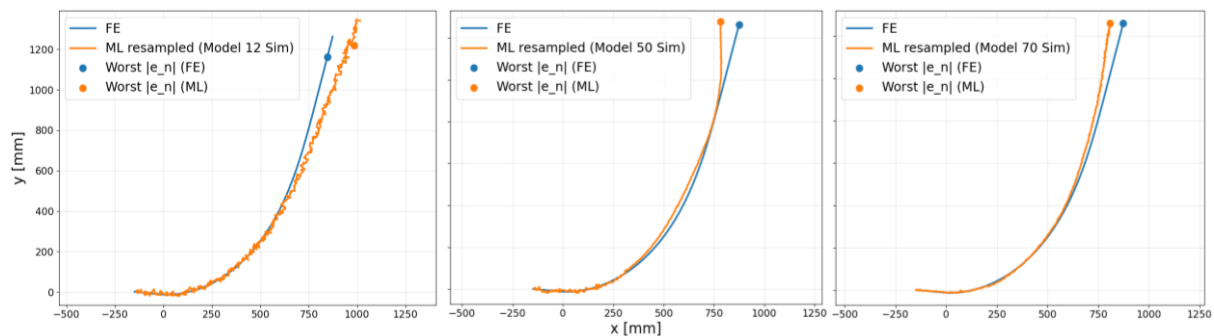


Abbildung 8: Gegenüberstellung der Prädiktion mit 12, 50 und 70 Simulationen für das Modelltraining über die Bogenlänge s

Abbildung 8 zeigt die Gegenüberstellung der Modellprädiktionen für Trainingsdatensätze mit 12, 50 und 70 FE-Simulationen. Für Ansatz B. Während bei geringer Datenbasis noch ein deutliches Rauschen in der vorhergesagten Kontur sichtbar ist, zeigt sich bereits bei moderater Erhöhung der Trainingsdaten eine signifikante Glättung der Prädiktion. Dieser Effekt ist beim Training über die Bogenlänge s besonders ausgeprägt.

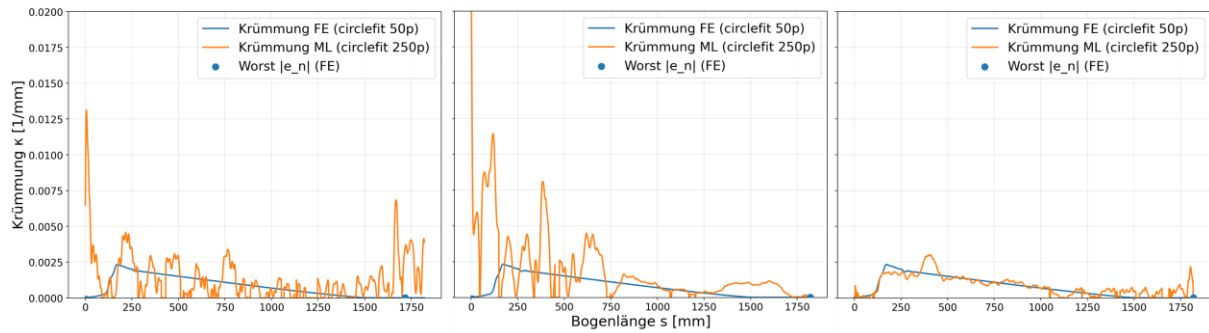


Abbildung 9: Gegenüberstellung der lokalen Krümmungen mit 12 50 und 70 Simulationen für das Modelltraining über die Bogenlänge s

Während in Abbildung 9 der lokale Krümmungsverlauf für 12 Simulationen (links) ähnlich wenig aufschlussreich ist, wie die lokale Krümmung für das vorige Modell, profitiert das Modelltraining über die Bogenlänge s signifikant von der Größe des Datensatzes. 70 Simulationen (rechts) ergeben einen nahezu treffenden lokalen Krümmungsverlauf.

Der Grund hierfür liegt darin, dass das Modell entlang von s eine intrinsische geometrische Ordnung erlernt, während bei einer direkten Regression der kartesischen Koordinaten (x, y) lokale Unsicherheiten und nichtlineare Abhängigkeiten stärker auf die Vorhersage durchschlagen. Auch bei kleinen Datensätzen bleibt der globale geometrische Verlauf erhalten, während lokale Abweichungen primär als hochfrequentes Rauschen auftreten.

Ansatz C: Spline-basierter Ansatz zur Geometrievorhersage. Die bisherigen Ergebnisse zeigen, dass eine Parametrisierung der Geometrie über die Bogenlänge s den Zusammenhang zwischen Zustellkurve und resultierender Kontur bereits deutlich stabilisiert. Dennoch wird die Kontur im aktuellen Ansatz weiterhin als diskrete Punktfolge $\mathbf{r}(s_i)$ approximiert. Damit bleibt die Modellvorhersage grundsätzlich punktweise und ist, insbesondere bei geringer Trainingsdatenmenge, anfällig für hochfrequentes Rauschen.

Aus geometrischer Sicht ist die resultierende Profilkontur jedoch eine glatte, differenzierbare Kurve, deren lokale Eigenschaften (z. B. Krümmung oder Radius) implizit durch die globale Form bestimmt sind. Die explizite Repräsentation als diskrete Punktmenge bildet diese Struktur nur indirekt ab.

Vor diesem Hintergrund liegt es nahe, die Geometrie nicht mehr punktweise, sondern funktional zu beschreiben. Anstatt die Koordinaten $(x(s), y(s))$ direkt vorherzusagen, kann die Kontur als stetige Kurve modelliert werden, deren Form durch eine begrenzte Anzahl von Freiheitsgraden beschrieben ist.

Spline-Funktionen bieten hierfür einen geeigneten Ansatz, da sie eine glatte Repräsentation der Geometrie ermöglichen, sowohl lokale als auch globale Formanteile kontrolliert abbilden und darüber hinaus die direkte Ableitung geometrischer Größen wie Tangenten oder Krümmungen erlauben.

Der folgende Abschnitt führt daher einen Spline-basierten Modellansatz ein, bei dem die geometrische Kontur zunächst funktional beschrieben und erst in einem nachgelagerten Schritt in diskrete Punkte überführt wird. Ziel ist es, das Rauschen weiter zu reduzieren und die physikalische Glattheit der Profilgeometrie explizit in die Modellstruktur zu integrieren.

Zur weiteren Glättung der Modellrepräsentation und zur expliziten Nutzung geometrischer Zusammenhänge wird die Profilgeometrie nicht mehr ausschließlich als diskrete Punktwolke behandelt, sondern als kontinuierliche Funktionen entlang der Bogenlänge s .

Die Profilgeometrie wird hierzu über eine parametrisierte Kurve

$$\mathbf{r}(s) = (x(s), y(s)) \quad (3.4)$$

beschrieben, wobei die Koordinate der normierten Bogenlänge entspricht. Sowohl Zustellkurve als auch Geometrie werden mittels kubischer Splines approximiert, wodurch eine glatte, differenzierbare Darstellung entsteht. Auf dieser Basis lassen sich geometrische Ableitungen direkt berechnen, insbesondere die lokale Krümmung

$$\kappa(s) = \frac{|x'(s)y''(s) - y'(s)x''(s)|}{(x'(s)^2 + y'(s)^2)^{3/2}}, \quad (3.5)$$

die einen physikalisch interpretierbaren Zusammenhang zur Umformung besitzt.

Im Gegensatz zu den zuvor betrachteten punktwisen Ansätzen lernt das neuronale Netz in diesem Modell nicht die vollständige Punktgeometrie, sondern eine spline-basierte Repräsentation, aus der die Geometrie anschließend rekonstruiert wird. Dadurch wird implizit eine Glättung erzwungen, während hochfrequentes Rauschen reduziert wird. Dies gelingt allerdings signifikant schlechter für kleine Datensätze als noch im vorigen Ansatz.

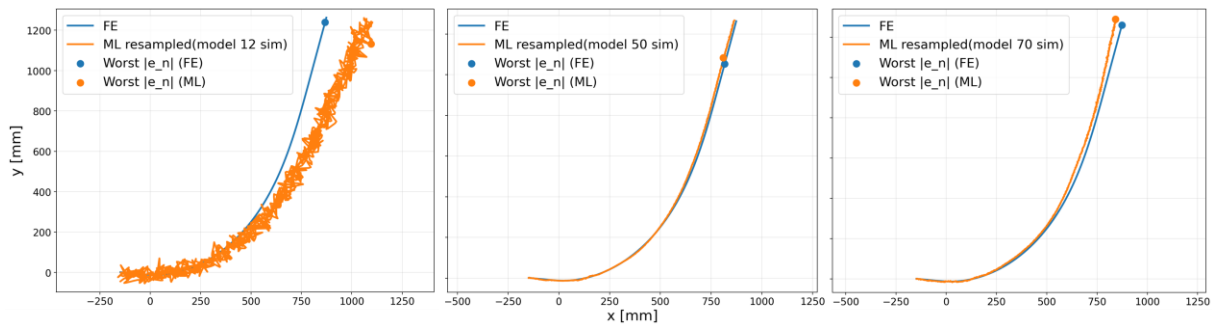


Abbildung 10: Gegenüberstellung der lokalen Krümmungen mit 12, 50 und 70 Simulationen für das Modelltraining über den spline-basierten Ansatz

Die Rekonstruktion aus der spline-basierten Prädiktion ist für 12 Simulationen (Abbildung 10) signifikant schwächer als für 50 Simulationen (Mitte). Spline-basiert gelingt eine annähernd perfekte geometrische Repräsentation, während bei weiterer Erhöhung der Datenmenge keine Verbesserung für diese Trainingsinstanz erzielt wurde (rechts).

Die Krümmungsverläufe sind für die Modelle mit 50 und 70 (mitte, rechts) Datensätzen von ähnlicher Qualität wie in Abbildung 9 rechts für 70 Simulationen. Dies weist daraufhin, dass durch die gesteigerte intrinsische Ordnung eine gute Repräsentation bereits früher gelingt.

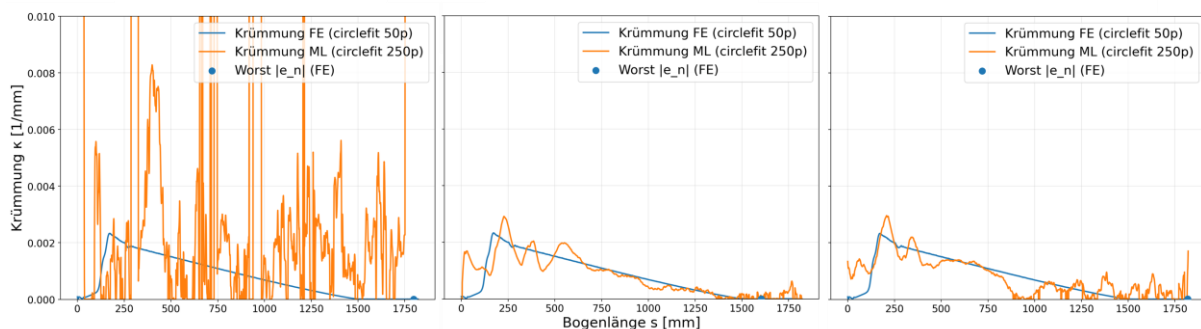


Abbildung 11: Gegenüberstellung der lokalen Krümmungen mit 12, 50 und 70 Simulationen für das Modelltraining über den spline-basierten Ansatz

Die Ergebnisse zeigen, dass insbesondere für einfachere Umformszenarien, exemplarisch dargestellt an Simulation 12 in Abbildung 10 und Abbildung 11, sowohl die globale Profilgeometrie als auch der lokale Krümmungsverlauf bei hinreichender Datenmenge qualitativ gut reproduziert werden können. Sowohl die Konturüberlagerung als auch die Krümmungsverläufe entlang der Bogenlänge stimmen in Form und Größenordnung mit den FE-Ergebnissen überein. Dies verdeutlicht, dass der spline-basierte Ansatz die wesentlichen

geometrischen Zusammenhänge zwischen Zustellverlauf und resultierender Geometrie erfassen kann.

Für komplexere Fälle, wie Simulation 69 in Abbildung 12, zeigen sich hingegen noch deutliche Abweichungen, insbesondere im lokalen Krümmungsverlauf. Diese Abweichungen sind stellen jedoch keinen grundlegenden Nachteil des Ansatzes dar. Sie werden einerseits durch die fortwährende Erweiterung des Trainingsdatensatz adressiert, andererseits ist zu berücksichtigen, dass das Modelltraining derzeit ausschließlich auf der Geometrie basiert.

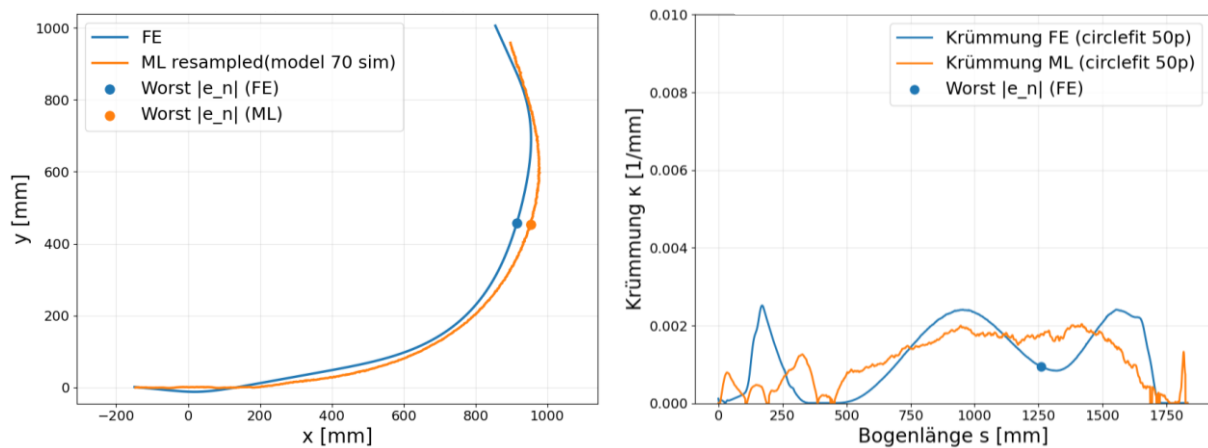


Abbildung 12: Geometrievergleich der Prädiktion und FE-Simulation (links) und lokale Krümmungen (rechts) für Simulation 69

Ein wesentlicher Vorteil des spline-basierten Ansatzes liegt darin, dass im zukünftigen Modelltraining zusätzlich ableitungsbasierte Zielgrößen, insbesondere die Soll-Krümmung $\kappa(s)$, direkt als Trainingsinformation eingebunden werden können. Dadurch wird das Modell nicht nur geometrisch, sondern auch über die lokale Steigung stärker geführt. Es ist zu erwarten, dass insbesondere für komplexere Umformverläufe hierdurch eine deutlich verbesserte Abbildung der lokalen Geometrie erzielt werden kann.

Zusammenfassend stellt der spline-basierte Ansatz eine konsistente Erweiterung der vorherigen Modellvarianten dar. Er verbindet eine kompakte, glatte Geometrierepräsentation mit der Möglichkeit, physikalisch interpretierbare Größen explizit in das Modelltraining einzubeziehen, und bildet damit eine geeignete Grundlage für weiterführende Arbeiten. Diese Eigenschaften sind insbesondere im Hinblick auf eine spätere inverse Prozessplanung relevant.

Abschließend stellt Tabelle 2 die in dieser Veröffentlichung gezeigten Modellierungssätze kompakt gegenüber:

Tabelle 2: Gegenüberstellung der Modellierungsansätze

Architektur	Qualität der Repräsentation	Stärken	Schwächen
Ansatz A: Punktwise	Diskret (kartesisch)	Einfache Umsetzung	Instabil, starkes Rauschen, keine erzwungene Glattheit
Ansatz B: Bogenlänge	Diskret (parametrisiert)	Robust, lernt intrinsische geometrische Ordnung	Weiterhin punktbasiert, lokale Unsicherheiten möglich
Ansatz C: Spline-basiert	kontinuierlich	Glatt, strukturiert, physikalisch interpretierbar	Aktuell noch indirekt, Abweichungen bei komplexen Fällen

Inverse Prozessplanung

In der praktischen Anwendung ist insbesondere das inverse Problem von zentraler Bedeutung. Ziel der Prozessplanung ist es, ausgehend von einer gewünschten Zielgeometrie $\mathbf{Y}^*$ eine geeignete Zustellkurve $\hat{\mathbf{U}}^*$ zu bestimmen, mit der diese Geometrie reproduzierbar erzeugt werden kann. Formal ergibt sich damit das inverse Problem als

$$\hat{\mathbf{U}}^* = f_{\theta}^{-1}(\mathbf{Y}^*, \mathbf{m}), \quad (4.1)$$

wobei $f_{\theta}(\cdot)$ die im Vorwärtsmodell beschriebene Abbildung von Zustellkurve und Materialparametern $\mathbf{m}$ auf die resultierende Profilgeometrie darstellt.

Unter den idealisierten deterministischen Annahmen, insbesondere kontinuierlicher Zustellung, konstantem Vorschub und identischen Anfangsbedingungen und eineindeutiger Beziehung zwischen Zustellung und Geometrie ist die funktionale Abbildung des Drei-Rollen-Profilbiegeprozesses invertierbar. In der praktischen Umsetzung ist diese Invertierbarkeit jedoch nur eingeschränkt gegeben. Diskretisierung der Zustell- und Geometriekurven, numerische Approximationen sowie Modell- und Prozessunsicherheiten führen dazu, dass eine analytische Inversion der Abbildung $f_{\theta}(\cdot)$ nicht direkt verfügbar ist.

Darüber hinaus ist das inverse Problem mathematisch hier möglicherweise grundsätzlich nur annäherungsweise eindeutig. Unterschiedliche Zustellverläufe können zu sehr ähnlichen oder lokal nahezu identischen Profilgeometrien führen. Gleichzeitig ist die Zustellkurve funktional beschrieben und weist damit eine hohe Dimensionalität auf, während physikalische und maschinenspezifische Nebenbedingungen, wie maximale Stellraten, Glattheitsanforderungen oder Prozessgrenzen, einzuhalten sind. Lokale geometrische Eigenschaften, insbesondere die lokale Krümmung, ergeben sich zudem aus der gesamten Zustellhistorie, was eine direkte lokale Inversion zusätzlich erschwert.

Ein möglicher Ansatz zur Lösung dieses inversen Problems besteht darin, die Inversionsabbildung datengetrieben durch das vorwärts gerichtete Surrogate ML-Modell iterativ zu approximieren. Abbildung 10 zeigt eine vereinfachte konzeptionelle Darstellung dieses Ansatzes. Während das Vorwärtsmodell die Abbildung von Zustellkurve und Materialparametern auf die resultierende Profilkontur erlernt, kann das inverse Problem entweder durch eine iterative Nutzung dieses Vorwärtsmodells oder alternativ durch ein direkt trainiertes inverses neuronales Modell adressiert werden.

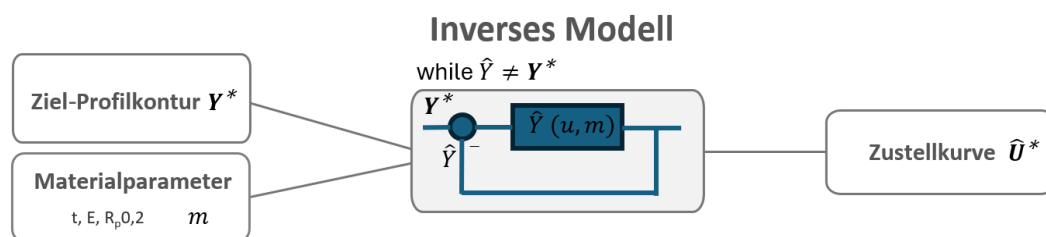


Abbildung 13: Vereinfachte Darstellung des inversen Modells zur Abbildung der Beziehungen zwischen Profilgeometrie und Zustellkurve

In dieser Arbeit wird das inverse Modell ausschließlich konzeptionell eingeführt. Insbesondere die spline-basierte Beschreibung der Profilgeometrie und die Möglichkeit, lokale geometrische Größen wie die Krümmung explizit zu berücksichtigen, eröffnen vielversprechende Perspektiven für weiterführende Arbeiten.

Diskussion

Die Ergebnisse zeigen, dass datengetriebene Vorwärtsmodelle grundsätzlich in der Lage sind, den Zusammenhang zwischen Zustellkurve und resultierender Profilgeometrie im Drei-Rollen-Profilbiegeprozess abzubilden. Bereits bei vergleichsweise kleinen Trainingsdatensätzen lassen sich die globalen geometrischen Verläufe der Profilkonturen für einen ersten Ansatz

zuverlässig reproduzieren. Dies deutet darauf hin, dass die zugrunde liegende Abbildung physikalisch hinreichend glatt ist und sich durch geeignete Surrogatmodelle approximieren lässt.

Gleichzeitig wird deutlich, dass die Wahl der geometrischen Repräsentation einen maßgeblichen Einfluss auf die Qualität der Prädiktion besitzt. Während punktweise Vorhersagen in kartesischen Koordinaten bei geringen Trainingsdatensätzen zu deutlich sichtbarem Rauschen neigen, führt die Parametrisierung über der Bogenlänge zu stabileren und besser interpretierbaren Ergebnissen. Insbesondere die konsistente Zuordnung geometrischer Punkte entlang der Profilkontur reduziert lokale Fehlzuordnungen und verbessert die Vergleichbarkeit zwischen Simulation und Modellprädiktion.

Der Spline-basierte Ansatz verdeutlicht, dass eine glatte, funktionale Beschreibung der Profilgeometrie ab einer ausreichenden Datensatzgröße von 50 Simulationen nicht nur das Datenrauschen (Abbildung 6, Abbildung 8 und Abbildung 10) weiter reduziert, sondern auch lokale geometrische Eigenschaften wie die Krümmung abbilden kann. Für einfache Geometrien, wie sie in Simulation 12 vorliegen, gelingt sowohl die globale Konturabbildung als auch die Rekonstruktion der lokalen Krümmungsverläufe mit hoher Übereinstimmung, bereits ohne die Krümmung in den Trainingsdaten zu berücksichtigen. Bei komplexeren Geometrien, wie in Simulation 69, treten hingegen noch stärkere Abweichungen auf, insbesondere in Bereichen stark variierender Krümmung. Diese Beobachtungen sind vor dem Hintergrund der begrenzten Datenbasis sowie der aktuell ausschließlich geometriebasierten Trainingsgrößen zu erwarten und stellen keinen grundsätzlichen methodischen Nachteil dar.

Ein weiterer wesentlicher Einflussfaktor ist die verfügbare Trainingsdatenmenge. Der Vergleich zwischen Modellen mit 12, 50 und 70 Trainingssimulationen zeigt, dass mit zunehmender Datengrundlage sowohl das Prädiktionsrauschen als auch lokale geometrische Abweichungen systematisch reduziert werden. Dennoch wird deutlich, dass eine vollständige Glättung der Prädiktion ohne die explizite Berücksichtigung zusätzlicher geometrischer Nebenbedingungen nicht erreicht wird. Vor diesem Hintergrund erscheint insbesondere die Einbindung lokaler geometrischer Zielgrößen, wie der Soll-Krümmung entlang der Profilkontur, ein vielversprechender nächster Schritt. Die Spline-basierte Repräsentation bietet hierfür eine geeignete Grundlage, da Ableitungen der Geometrie direkt und stabil zugänglich sind.

Die in dieser Arbeit vorgestellten Ergebnisse basieren ausschließlich auf synthetisch generierten Prozessdaten aus FE-Simulationen. Damit ist der sogenannte Reality Gap zwischen Simulation und realem Drei-Rollen-Profilbiegeprozess explizit zu berücksichtigen. Unterschiede in der Materialcharakterisierung, Prozesskräften, Maschinensteifigkeit sowie Messabweichungen führen dazu, dass rein synthetisch trainierte Modelle nicht ohne Weiteres auf reale Prozessdaten übertragbar sind. Dennoch bieten die hier entwickelten Vorwärtsmodelle eine geeignete Grundlage für eine solche Übertragung, da sie den grundlegenden physikalischen Zusammenhang zwischen Zustellverlauf und Profilgeometrie erfassen.

Ein vielversprechender Ansatz zur Überbrückung dieses Reality Gaps ist das Transferlernen, bei dem synthetisch trainierte Modelle mit einer begrenzten Anzahl realer Messdaten gezielt nachtrainiert werden. Auf diese Weise lassen sich simulationsbedingte Modellabweichungen systematisch korrigieren, ohne den vollständigen Lernprozess neu aufzusetzen. Außerdem können verbleibende Abweichungen zwischen Soll- und Ist-Geometrie durch eine iterative Mehrfachbiegung adressiert werden, eine Besonderheit des Drei-Rollen-Profilbiegens. Hierbei wird das zukünftige inverse Modell genutzt, um auf Basis der gemessenen Profilgeometrie sukzessive Korrekturen der Zustellkurve abzuleiten, wodurch eine Fehlerkompensation auch bei nicht vollständig modellierten Einflüssen möglich sein sollte.

Das in dieser Arbeit eingeführte inverse Modell wird zum jetzigen Stand konzeptionell behandelt. Die Ergebnisse verdeutlichen, dass robuste Vorwärtsmodelle sowie geeignete geometrische Repräsentationen eine notwendige Voraussetzung für jede datengetriebene Inversion darstellen. Die konkrete algorithmische Lösung des inversen Problems, einschließlich der Berücksichtigung von Nicht-Eindeutigkeiten und physikalischen Nebenbedingungen, ist Gegenstand weiterführender Arbeiten.

Fazit und Ausblick

In diesem Beitrag wurde gezeigt, dass datengetriebene Vorwärtsmodelle den Zusammenhang zwischen Zustellkurve und resultierender Profilgeometrie im Drei-Rollen-Profilbiegeprozess abbilden können. Bereits mit einer begrenzten Anzahl synthetisch generierter FE-Daten lassen sich die globalen geometrischen Verläufe der Profilkonturen reproduzieren. Damit wird demonstriert, dass der Prozess algorithmisch erfassbar ist und sich für eine datengetriebene Modellierung eignet.

Die Ergebnisse zeigen, dass einfache Geometrien bereits sehr gut abgebildet werden können, während bei komplexeren Profilverläufen weitere Verbesserungen erforderlich sind. Diese Einschränkungen sind vor dem Hintergrund der derzeit vorhandenen Datenbasis sowie der aktuell ausschließlich geometriebasierten Trainingsgrößen nachvollziehbar und stellen keinen grundsätzlichen methodischen Nachteil dar.

Aufbauend auf den vorgestellten Ergebnissen ergeben sich mehrere Ansatzpunkte für weiterführende Arbeiten. Ein zentraler nächster Schritt ist neben der fortwährenden Erweiterung des synthetischen Datensatzes, die Erweiterung des Modelltrainings um zusätzliche geometrische Zielgrößen, insbesondere lokale Soll-Krümmungsverläufe, um die Prädiktionsqualität bei komplexen Geometrien zu erhöhen. Die Spline-basierte Repräsentation bietet hierfür eine geeignete mathematische Grundlage.

Die entwickelten Vorwärtsmodelle bilden somit die notwendige Grundlage für die Behandlung des inversen Problems der Prozessauslegung, bei dem ausgehend von einer gewünschten Zielgeometrie geeignete Zustellkurven bestimmt werden sollen. Die konkrete algorithmische Umsetzung dieses inversen Modells ist Gegenstand laufender und zukünftiger Arbeiten.

Darüber hinaus ist die Übertragung der synthetisch trainierten Modelle auf reale Prozessdaten vorgesehen. Hierfür bietet sich insbesondere ein Transferlernansatz an, bei dem die im Simulationsraum erlernten Modellparameter als Initialisierung für die Anpassung an reale Messdaten dienen. In Kombination mit iterativen Mehrfachbiegungen zur geometrischen Fehlerkorrektur eröffnet sich perspektivisch der Weg zu einer robusten, datengetriebenen Prozessauslegung unter realen Fertigungsbedingungen.

Literaturverzeichnis

- [1] Chatti, S.: Optimierung der Fertigungsgenauigkeit beim Profilbiegen, Diss. Fakultät Maschinenbau Uni Erlangen, Shaker Verlag 1997
- [2] Tekkaya, A.E., Chatti, S.: Bending (Tubes, Profiles). In: The International Academy for Produ, Laperrière, L., Reinhart, G. (eds) CIRP Encyclopedia of Production Engineering. Springer, Berlin, 2018
- [3] Engel, B., Selter, O.: Potentiale und Fertigungsstrategien zur geometrischen Gestaltung von Profilbauteilen, Umformtechnik.net, Verlag Meisenbach GmbH, 2011
- [4] Kessler, T.: Krümmungsmessung und Regelung mehrstufiger Prozesse beim DreiRollen-Biegen von Profilen, Darmstadt Technische Universität, Dissertation, Shaker Verlag 2022
- [5] Kessler, T., Huttel, D., Kilz, J., Groche, P.: Profilbiegen 4.0 Roadmap für die Automatisierung des Drei-Rollen-Profilbiegens, 13. Umformtechnisches Kolloquium Darmstadt, 2018

- [6] Engel, B., Forschungsprojekt Freiformbiegen (2023,17.Juli), <https://www.unisiegen.de/mb/uts/lehrstuhl/forschung/freiform-biegen.html?lang=e> Zitat: „Wo früher Biege-geometrien – bestehend aus mehreren konstanten Radien – eingesetzt wurden, besteht heute die Forderung auch kontinuierliche Radienverläufe zu fertigen.“
- [7] Chatti, S.: Production of Profiles for lightweight structures. 1. Books on demand GmbH, 2005. – ISBN 3-8334-4929-2
- [8] Schumann, M.; Groche, P.: Digitale Transformation von manuellen Prozessen – Die Rolle neuer Sensortechnologien am Beispiel des Drei-Rollen-Profilbiegens. In: ZWF Zeitschrift für wirtschaftlichen Fabrikbetrieb 120 (2025) 3, S. 186–191. DOI: 10.1515/zwf-2025-1020
- [9] Marbler, M.: EY Mittelstandsbarometer Dezember 2021, 2022
- [10] Kubik, C.; Molitor, D.; Becker, M.; Groche, P.: Knowledge Discovery from Time Series in Engineering Applications Using Machine Learning Techniques. Journal of Manufacturing Science and Engineering, 144 (2022) 9, S. 1–33, DOI:10.1115/1.4054158
- [11] Cao, H. et al.: Research on the Curvature Prediction Method of Profile Roll Bending Based on Machine Learning
- [12] Nikolenko, S.: Synthetic Data for Deep Learning, Springer Nature, 2021 – ISBN 3030751783
- [13] Park, H.-S., & Tran-Viet, A.: "Optimization of bending sequence in roll forming using neural network and genetic algorithm." Journal of Mechanical Science and Technology, 2009
- [14] Yang, G., Mori, K.I., Osakada, K.: Determination of Forming Path in Three-Roll Bending using FEM simulation and Fuzzy Reasoning, 1994
- [15] Chatti, S.: Optimierung der Fertigungsgenauigkeit beim Profilbiegen, Diss. Fakultät Maschinenbau Uni Erlangen, Shaker Verlag 1997
- [16] Vatter, P.: Sensitivitätsanalyse des 3-Rollen-Schubbiegens auf Basis der Finite Elemente Methode, Diss. Technischen Fakultät der Friedrich-Alexander-Universität Erlangen-Nürnberg, Meisenbach Verlag 2014
- [17] Straßmann, T.: Prozeßführung für das Walzrunden auf der Basis Neuronaler Netze. Dissertation, Universität Dortmund. Shaker Verlag, Aachen 1995.
- [18] Groche, P.; Kessler, T.; Hohmann, J.; Huttel, D.: Produktdatenerfassung beim Profilbiegen – Umsetzung eines Handmessgeräts zur Konturvermessung von gebogenen Profilen. In: ZWF Zeitschrift für wirtschaftlichen Fabrikbetrieb, Jahrgang 114 (2019)
- [19] Groth, S.: Methode zur Produktplanung beim Freiformbiegen. Dissertation, Universität Siegen. Shaker Verlag, Düren 2020. Reihe: Forschungsberichte des Lehrstuhls für Umformtechnik, Band 12. ISBN 978-3-8440-7775-9
- [20] Vollertsen, F.; Sprenger, A.; Kraus, J.; Arnet, H.: Extrusion, channel, and profile bending: a review. In: Journal of Materials Processing Technology, Vol. 87 (1999), S. 1–27.