

Boris Schulte

**Ein datengetriebenes Verfahren zur
robusten und zuverlässigen Auslegung
des Niederdruck-Kokillen-Gießprozesses**

Boris Schulte

**Ein datengetriebenes Verfahren
zur robusten und zuverlässigen Auslegung
des Niederdruck-Kokillen-Gießprozesses**

Forschungsberichte des Lehrstuhls für Umformtechnik

Univ.-Prof. Dr.-Ing. Bernd Engel (Hrsg.)

BAND 21

Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek
Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der
Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte Daten sind im Internet
abrufbar über: <http://dnb.dnb.de>

Impressum

Druck und Bindung:
UniPrint, Universität Siegen

Gedruckt auf alterungsbeständigem holz- und säurefreiem Papier

Siegen 2026: *universi* – Universitätsverlag Siegen
www.uni-siegen.de/universi

ISBN 978-3-96182-243-0

ISSN 2191-0030

doi.org/10.25819/ubsi/10989

Die Publikation erscheint unter der
Creative Commons Lizenz CC-BY-SA



Ein datengetriebenes Verfahren zur robusten und zuverlässigen Auslegung des Niederdruck-Kokillen-Gießprozesses

DISSERTATION

zur Erlangung des akademischen Grades eines
Doktors der Ingenieurwissenschaften

vorgelegt von

Dipl.-Ing. Boris Schulte

eingereicht bei der Naturwissenschaftlich-Technischen Fakultät

der Universität Siegen

Siegen 2025

Betreuer und erster Gutachter:
Univ.-Prof. Dr.-Ing. Bernd Engel
Universität Siegen

Zweiter Gutachter
Prof. Dr.-Ing. Wolfram Volk
Technische Universität München

Tag der mündlichen Prüfung
04. Mai 2026

Vorwort

Die vorliegende Arbeit entstand im Rahmen meiner Tätigkeiten als wissenschaftlicher Mitarbeiter an der FACHHOCHSCHULE SÜDWESTFALEN, STANDORT MESCHEDE, sowie als Prozessingenieur bei der MARTINREA HONSEL GERMANY GMBH, MESCHEDE, in Kooperation mit dem LEHRSTUHL FÜR UMFORMTECHNIK DER UNIVERSITÄT SIEGEN.

Ein besonderer Dank gilt Univ.-Prof. Dr.-Ing. Bernd Engel für die Möglichkeit zur externen Promotion, die wohlwollende Betreuung dieser Arbeit sowie die Übernahme des Hauptreferats. Die zahlreichen fachlichen wie auch praxisorientierten Diskussionen im Rahmen der Doktorandenkolloquien sowie der persönlichen Termine in Siegen haben wesentlich zum Gelingen dieser Arbeit beigetragen.

Prof. Dr.-Ing. Wolfram Volk vom LEHRSTUHL FÜR UMFORMTECHNIK UND GIEßEREIWESEN DER TECHNISCHEN UNIVERSITÄT MÜNCHEN danke ich herzlich für sein Interesse an diesem spannenden Thema und die freundliche Übernahme des Korreferats.

Bei Prof. Dr.-Ing. Jürgen Bechtloff möchte ich mich für die tolle gemeinsame Zeit an der FACHHOCHSCHULE SÜDWESTFALEN bedanken, während der mein Interesse an der Bewältigung mechatronischer Herausforderungen durch viele spannende Projekte im Kontext von Industrie 4.0 weiter vertieft wurde. Unsere regelmäßigen Diskurse waren und sind nach wie vor enorm hilfreich.

Darüber hinaus danke ich der MARTINREA INTERNATIONAL INC. und im Speziellen der MARTINREA HONSEL GERMANY GMBH, meinen Vorgesetzten und Kollegen für das entgegengebrachte Vertrauen, die konstruktive und zielorientierte Zusammenarbeit sowie die wertvollen Anregungen.

Abschließend gebührt meiner gesamten Familie sowie meinen Freunden mein ausdrücklicher Dank für ihre fortwährende Geduld und Unterstützung während meines gesamten Werdegangs.

Meschede, im Juni 2026

Boris Schulte

Kurzfassung

Die Sicherstellung der Produktqualität bei gleichzeitig hoher Produktivität und Energieeffizienz sind wesentliche Merkmale und somit Stellschrauben für Optimierungsmaßnahmen in Unternehmen. In vielen Branchen, darunter auch in Leichtmetallgießereien, werden bereits datengetriebene Methoden auf Basis maschinellen Lernens im Kontext von Industrie 4.0 eingesetzt, um die Prozesseffizienz kontinuierlich zu verbessern. Eine Vielzahl von Untersuchungen beschäftigt sich dabei mit der Analyse von Prozessdaten während der Serienproduktion. Eine ganzheitliche, datenbasierte Strategie zur Ermittlung eines robusten und gleichzeitig zuverlässigen Prozessdesigns unter Beachtung auftretender Prozessschwankungen fehlt beim Niederdruck-Kokillengießen bislang.

Diese Arbeit stellt daher ein neuartiges, teilautomatisiertes Verfahren zur Ermittlung eines robusten und zuverlässigen Arbeitspunkts während der Entwicklungsphase des Niederdruck-Kokillen-Gießprozesses vor. Der Fokus liegt dabei auf den Prozessparametern für ein gegebenes Gussteil- und Werkzeugdesign, kann aber ohne Weiteres um die Designparameter erweitert werden. Das Verfahren beinhaltet im Rahmen der statistischen Versuchsplanung die bedarfsgerechte Anpassung der Versuchsanzahl sowie die Einhaltung von Eingangs- und Ausgangsbeschränkungen, die Modellierung sowohl des statischen als auch des dynamischen Systemverhaltens und innerhalb der mehrkriteriellen Optimierung die Berücksichtigung sowohl von Unsicherheiten in den Prozessparametern als auch von Unsicherheiten aufgrund beschränkter messtechnischer Zugänglichkeit. Ein Auswahlmechanismus, welcher den Anwender bei der schnellen Analyse der robusten und zuverlässigen Pareto-optimalen Lösungen unterstützt, rundet das Verfahren ab.

Die Leistungsfähigkeit wird anhand einer Gussteilfertigung mit dem Niederdruck-Kokillen-Gießverfahren bei der MARTINREA HONSEL GERMANY GMBH demonstriert. Die Ergebnisse zeigen, dass der entwickelte Ansatz eine robuste und zuverlässige Gießprozessauslegung unter Einbeziehung der zuvor genannten Randbedingungen von geringen Zykluszeiten mit vergleichsweise geringem Energieeinsatz ermöglicht.

Schlagnorte: Niederdruck-Kokillen-Gießprozess, Versuchsplanung, Modellierung, Mehrzieloptimierung, Robustheit, Zuverlässigkeit, Prozessfenster, Ausschussquote, Zykluszeit

Abstract

Ensuring product quality while maintaining high productivity and energy efficiency are key aspects and therefore levers for optimization measures in companies. In many sectors, including light metal foundries, data-driven methods based on machine learning are already being used in the context of Industry 4.0 to continuously improve process efficiency. Many studies are focused on analyzing process data during serial production. A holistic, data-based strategy for determining a robust and reliable process design that considers any process fluctuations that occur has not yet been developed for low pressure die casting.

This paper therefore presents a novel, automated method for determining a robust and reliable operating point during the development phase of the low pressure die casting process. The focus is on the process parameters for a given casting and mold design but can easily be extended to include design parameters. Within the framework of design of experiments, the procedure includes the needs-based adjustment of the number of experiments as well as compliance with input and output restrictions, the modelling of both static and dynamic system behavior and, within the multi-criteria optimization, the consideration of both uncertainties in the process parameters and uncertainties due to limited metrological accessibility. A selection mechanism, which supports the user in the rapid analysis of robust and reliable Pareto-optimal solutions, rounds off the procedure.

The performance is demonstrated using a real low pressure die casting process at MARTINREA HONSEL GERMANY GMBH. The results show that the approach enables a robust and reliable casting process design with comparatively low energy input, considering the boundary conditions of short cycle times.

Keywords: Low Pressure Die Casting, Design of Experiments, Modeling, Multi-Objective Optimization, Robustness, Reliability, Process Window, Scrap Rate, Cycle Time

Inhaltsverzeichnis

Nomenklatur.....	VII
1 Einleitung.....	1
2 Industrielle Fertigung von Leichtmetallgussteilen.....	2
2.1 Prozesskette.....	2
2.2 Niederdruck-Kokillengießen.....	3
2.2.1 Verfahrensablauf.....	4
2.2.2 Qualitätssicherung.....	7
3 Grundlagen und Stand der Technik	11
3.1 Statistische Versuchsplanung (<i>Design of Experiments</i>).....	11
3.1.1 Systembeschreibung.....	11
3.1.2 Wahrscheinlichkeitstheoretische Grundlagen	12
3.1.3 Versuchspläne	16
3.1.4 Statistische Auswertung	19
3.1.5 Optimierung	27
3.2 Gießprozesssimulation	35
3.3 Relevante Forschungsarbeiten	37
4 Zielsetzung und Vorgehensweise	40
5 Robust-zuverlässige Prozessauslegung.....	41
5.1 Ablauf des Entwicklungsprozesses	41
5.2 Referenzarchitektur	42
5.3 Systembeschreibung.....	43
5.4 Verfahrensablauf.....	46
5.5 Konfigurations-Modul.....	47
5.5.1 Formfüllung.....	48
5.5.2 Erstarrung.....	51
5.5.3 Nebenzeit.....	53
5.5.4 Zusammenfassung	53
5.6 DoE-Modul	55
5.7 Preprocessing-Modul	59
5.8 Identifikations-Modul	59
5.8.1 Modellierung	59
5.8.2 Identifikation / Training	62
5.8.3 Validierung.....	65

VI Inhaltsverzeichnis

5.9	Optimierungs-Modul.....	67
5.9.1	Robustes und zuverlässiges Mehrzieloptimierungsproblem.....	67
5.9.2	Ermittlung des robusten und zuverlässigen Arbeitspunkts.....	73
6	Anwendungsbeispiel.....	74
6.1	Ausgangssituation.....	74
6.2	Virtuelle Prozessauslegung.....	77
6.2.1	Festlegung der Limits für die virtuelle Gießprozessauslegung.....	77
6.2.2	Vermessung am vollständigen Simulationsmodell.....	81
6.2.3	Identifikation der datengetriebenen Modelle	85
6.2.4	Robust-zuverlässige Optimierung.....	87
6.3	Reale Prozessauslegung	91
6.3.1	Festlegung der Limits für die reale Prozessauslegung.....	91
6.3.2	Vermessung des Serienprozesses.....	92
6.3.3	Identifikation der datengetriebenen Modelle	93
6.3.4	Robust-zuverlässige Optimierung.....	97
6.4	Vergleich der virtuellen und praktischen Ergebnisse	101
7	Zusammenfassung und Ausblick.....	103
	Literaturverzeichnis	105

Nomenklatur

Nachfolgend sind die wichtigsten, in dieser Arbeit vorkommenden Schreibweisen, Abkürzungen und Formelzeichen zusammengestellt. Weitere Bezeichnungen bzw. Abweichungen von dieser Aufstellung werden im Text erläutert.

Schreibweisen

CARL MUSTERMANN GMBH

Personen-, Firmen- Verbands- und Organisationsnamen werden im Text durch Kapitälchen hervorgehoben.

Namen

Die kursive Schrift kennzeichnet Eigennamen, wie beispielsweise Produktnamen.

CHVORINOV (1940)

Quellenverweise erfolgen durch die Angabe des Nachnamens des erstgenannten Autors bzw. Herausgebers in Großbuchstaben gefolgt von der Angabe des Erscheinungsjahres in runden Klammern. Gibt es mehrere Bücher des gleichen Autors in einem Jahr wird ein freigewählter Suffix hinzugefügt. Die Mitarbeit weiterer Autoren wird durch den Zusatz „et al.“ ausgedrückt. Sind nur zwei Autoren beteiligt, werden diese mit dem Zeichen „&“ getrennt. Sind die Autoren / Herausgeber namentlich unbekannt, steht die veröffentlichende Körperschaft oder Zeitschrift als Ersatz.

(2.1)

Gleichungen werden im Fließtext mit der Nummer des erscheinenden Kapitels und einer aufsteigenden Nummerierung, getrennt durch einen Punkt, gekennzeichnet.

Formelzeichen - Lateinische Buchstaben

Zeichen	Bezeichnung	Einheit
A_C	Oberfläche des Gussteils bzw. der Kavität	m^2
A_{CSP}	Dominante wärmeabführende Oberfläche der Angussdüse oberhalb der Einschnürung	m^2
A_{CR}	Dominante wärmeabführende Oberfläche des Gießlaufs	m^2
A_{Smin}	Wärmeabführende Gussteil- bzw. Kavitätsoberfläche am minimalen Querschnitt	m^2
$AIC_{(C)}$	(Korrigiertes) Akaike Informationskriterium	
ASQ	Ausschussquote	%
BIC	Bayes'sches Informationskriterium	
b_i	i -ter Regressionskoeffizient	
$\mathbf{b}$	Vektor der Regressionskoeffizienten	
c_i	Zentrum des i -ten lokal linearen (Teil-) Modells	
$\mathbf{c}_i$	Zentrumsvektor des i -ten lokal linearen (Teil-) Modells	
c_C	Spezifische Wärmekapazität der Schmelze / des Gussteils	$\frac{J}{kgK}$
c_M	Spezifische Wärmekapazität der Kokille	$\frac{J}{kgK}$
C	„Chvorinov“-Koeffizient	$\frac{s}{m^n}$
CO	Menge der kritischen Ausgänge	
$d(\cdot, \cdot)$	Distanz	m
d_T	Schmelztiegeldurchmesser	m
e_i	i -tes Residuum	
$\mathbf{e}$	Vektor der Residuen	
$f(\cdot)$	Wahrscheinlichkeitsdichte- / Zielfunktion	
$F(\cdot)$	Verteilungsfunktion / Übergeordnete Zielfunktion	
g	Erdbeschleunigung / Ortsfaktor	$\frac{m}{s^2}$
$g(\cdot)$	Gleichungsnebenbedingung	
$\mathbf{g}(\cdot)$	Vektor der Gleichungsnebenbedingungen	
$h_{C \rightarrow M}$	Wärmeübergangskoeffizient Schmelze bzw. Gussteil zu Kokille	$\frac{W}{m^2K}$
h_D	Distanz Formhohlraumhöhe-Schmelzbadspiegel	m
h_{konv}	Konvektiver Wärmeübergangskoeffizient an der Kontaktfläche zwischen Kokille und Umgebung	$\frac{W}{m^2K}$
h_P	Distanz Angussdüsenunterkante-Schmelzbadspiegel	m
h_{PO}	Distanz Schmelzbadspiegel-Steigrohrunterkante	m
h_S	Spezifische Erstarrungsenthalpie der Legierung	$\frac{J}{kg}$
$h(\cdot)$	Ungleichungsnebenbedingung	
$\mathbf{h}(\cdot)$	Vektor der Ungleichungsnebenbedingungen	
H_0	Nullhypothese	
H_1	Alternativhypothese	

Zeichen	Bezeichnung	Einheit
H	Projektions- / Hut-Matrix	
i, j, l, n	Laufvariablen	
I	Einheitsmatrix	
IQA	Interquantilabstand	
J	Verlust- / Gütefunktion	
k	Gießzyklus	
k_{σ}	Skalierungsfaktor eines lokal linearen (Teil-) Modells	
LB	Untere Grenze	
LB	Vektor der unteren Grenzen	
$Limit$	Spezifikationsgrenze	
$Limits$	Vektor der Spezifikationsgrenzen	
$LOOCV_N$	Leave-One-Out-Kreuzvalidierungsfehler	
$LOOCV_N$	Vektor der Leave-One-Out-Kreuzvalidierungsfehler	
M	Anzahl lokal lineare (Teil-) Modelle / Gießmodul	– / m
Md	Median	
MQR	Mittlere quadratische Abweichung der Residuen	
n_C	Anzahl der Kühlungen	
n_{CO}	Anzahl kritischer Ausgänge	
n_{eff}	Effektive Modellparameterzahl / Anzahl Freiheitsgrade	
n_F	Anzahl Faktoren / Maschinenparameter / Stellgrößen	
n_g	Anzahl Gleichungsnebenbedingungen	
n_h	Anzahl Ungleichungsnebenbedingungen	
n_L	Anzahl Faktorstufen	
n_T	Anzahl Thermoelemente / Temperaturmessstellen	
n_Q	Anzahl Qualitätsmerkmale	
n_{TP}	Anzahl Versuchspunkte / Stützstellen	
n_x	Anzahl Zufallsvariablen	
N	Anzahl Experimente / Realisierungen einer Zufallsvariablen	
N_T	Anzahl Trainingsdaten	
N_V	Anzahl Validierungsdaten	
$P(\cdot), p$	Wahrscheinlichkeit	
p_{φ}	p-Wert des verallgemeinerten Abstandskriteriums	
$\tilde{P}$	Wahrscheinlichkeit in Prozent	%
p_{BP}	Gegendruck in der Kokille	Pa
p_C	Gießdruck	Pa
p_{CE}	Maximaler Gießdruck zur Formfüllung	Pa
p_{CP}	Gießdruck zur Steigrohrfüllung	Pa
p_O	Überdruck	Pa
p_P	Vordruck im Gießofen	Pa
$POF_{(max)}$	(maximale) Ausfallwahrscheinlichkeit	%

X Nomenklatur

Zeichen	Bezeichnung	Einheit
PS_{Real}	Tatsächlicher Parameterraum	
$PS_{theo.}$	Theoretischer Parameterraum	
$\overline{PS}_{theo.}$	Reduzierter theoretischer Parameterraum	
Q	Menge der Qualitätsmerkmale / Fehlstellen	
QM	Qualitätsmerkmal / Fehlstelle	
QM	Vektor der Qualitätsmerkmale / Fehlstellen	
$R_{(min)}$	(Minimale) Zuverlässigkeit / Mindestzuverlässigkeit	%
$R_{(adj)}^2$	(Angepasstes) Bestimmtheitsmaß	
$RMSE_{LLMN}$	Aktueller Root Mean Square Error des Modells	
$RMSE_T$	Root Mean Square Error (Training)	
$RMSE_T$	Vektor der Root Mean Square Errors (Training)	
$RMSE_{T_{m1}}$	Root Mean Square Error (Training) in vorheriger Iteration	
$RMSE_V$	Root Mean Square Error (Validierung)	
$RMSE_V$	Vektor der Root Mean Square Errors (Validierung)	
s	Empirische Standardabweichung	
S/N	Signal- zu Rauschverhältnis	
s^2	Empirische Varianz	
S_I	Anschnittsquerschnittsfläche	m^2
S_{min}	minimale Gussteilquerschnittsfläche	m^2
SER	Standardfehler der Regression	
SQR	Residuenquadratsumme	
$SWQR$	Summe der gewichteten quadrierten Residuen	
ΔSQR	Erklärte Varianz	
t	Zeit	s
t_C	Zykluszeit	s
t_{CCD}	Kühldauer	s
t_{CCS}	Kühlstartzeitpunkt	s
t_{DC}	Gemessene Hauptzeit (Istwert)	s
t_{DCD}	Gewünschte Hauptzeit (Sollwert)	s
t_{DO}	Gemessene Nebenzeit (Istwert)	s
t_{DOD}	Gewünschte Nebenzeit (Sollwert)	s
t_F	Füllzeit	s
t_{FC}	Dauer eines Ofenwechsels	s
t_H	Härtezeit	s
t_P	Zeit zur Füllung des Steigrohrs	s
t_{PH}	Druckhaltezeit	s
t_{PP}	Präparationszeit der Kokille	s
t_S	Erstarrungszeit	s
TSS	Totale Quadratsumme	
u	Faktor / Eingangsgröße / Stellgröße / Entscheidungsvariable	
u_x	Gestörter Faktor / Eingangsgröße / Stellgröße	
u^*	Optimaler Faktor	

Zeichen	Bezeichnung	Einheit
$\mathbf{u}$	Vektor der Faktoren	
$\mathbf{u}_x$	Vektor der gestörten Faktoren	
$\mathbf{u}_X$	Übergeordneter Vektor der gestörten Faktoren	
$\mathbf{u}^*$	Optimaler Vektor der Faktoren	
$\hat{u}$	Pareto-optimale Entscheidungsvariable	
$\hat{\mathbf{u}}$	Vektor der Pareto-optimalen Entscheidungsvariablen	
$\tilde{u}$	Menge der Pareto-optimale Entscheidungsvariablen	
$\mathbf{U}$	Eingangs- / Design- / Regressionsmatrix	
$\tilde{\mathbf{U}}$	Erweiterte Eingangs- / Design- / Regressionsmatrix	
UB	Obere Grenze	
$\mathbf{UB}$	Vektor der oberen Grenzen	
v_I	Fließgeschwindigkeit im Anschnitt	$\frac{m}{s}$
V_C	Kavitäts- / Gussteilvolumen	m^3
V_{C_R}	Gießlaufvolumen oberhalb der Angussdüse	m^3
$V_{C_{SP}}$	Angussdüsenvolumen oberhalb der Einschnürung	m^3
V_M	Kokillenvolumen	m^3
V_P	Steigrohrvolumen oberhalb des Schmelzbadspiegels	m^3
V_{Smin}	Gussteilvolumen am minimalen Querschnitt	m^3
$\dot{V}_{CC(max)}$	(Maximaler) Kühlvolumenstrom	$\frac{l}{min}$
$\mathbf{W}$	Gewichtungsmatrix	
WCS	Worst-Case-Szenario / schlimmster Fall	
$\mathbf{WCS}$	Vektor der Worst-Case-Szenarien / schlimmsten Fälle	
$\dot{W}$	Leistungsdichte durch innere Wärmequellen	$\frac{W}{m^3}$
x_p	p-Quantil einer Zufallsvariablen	
$x_{(R)}$	Raumkoordinate / Realisierung einer Zufallsvariablen / Szenario	
$\mathbf{x}_{(R)}$	Ortsvektor / Vektor der Realisierungen einer Zufallsvariablen / Szenario	
$\bar{x}$	Mittelwert	
X	Zufallsvariable	
$\mathbf{X}$	Vektor der Zufallsvariablen	
y	Raumkoordinate / Abhängige Variable / (Prozess-) Ausgangsgröße	
$\mathbf{y}$	Vektor der abhängigen Variablen / (Prozess-) Ausgangsgrößen	
z	Raumkoordinate / z-Wert / Anzahl Standardabweichungen der Standardnormalverteilung	
z_P	p-Quantil einer standardnormalverteilten Zufallsvariablen	
Z	Standardnormalverteilte Zufallsvariable	
$\mathbf{Z}$	Vektor der standardnormalverteilten Zufallsvariablen	

Formelzeichen - Griechische Buchstaben

Zeichen	Bezeichnung	Einheit
α	Irrtumswahrscheinlichkeit	
β	Weibull-Parameter	
ε	Unsicherheitsbereich / lokale Umgebung	
ε_E	Emissionsgrad	
η	Weibull-Parameter	
$\theta_{C(max)}$	(Maximale) Gieß- / Schmelze- / Gussteiltemperatur	$^{\circ}C$
$\theta_{Liquidus}$	Liquidustemperatur der Legierung	$^{\circ}C$
θ_M	Kokillentemperatur	$^{\circ}C$
$\theta_{M_{IS}}$	Initiale Kokillentemperatur zu Beginn eines Gießzyklus / Initiale Anfangskokillentemperatur	$^{\circ}C$
$\theta_{M_{S(sim)}}$	(Simulierte) Kokillentemperatur zu Beginn eines Gießzyklus / (Simulierte) Anfangskokillentemperatur	$^{\circ}C$
θ_{M_W}	Kokillentemperatur an der Wand	$^{\circ}C, K$
θ_O	Überhitzungstemperatur der Schmelze	$^{\circ}C, K$
θ_U	Umgebungstemperatur	$^{\circ}C$
λ_M	Wärmeleitfähigkeit der Kokille	$\frac{W}{mK}$
λ_{M_W}	Wärmeleitfähigkeit an der Kokillenwand	$\frac{W}{mK}$
μ	Erwartungswert	
$\mu(\cdot)$	Zugehörigkeitsfunktion	
π	Kreiszahl	
ρ_C	Dichte der Schmelze	$\frac{kg}{m^3}$
ρ_S	Dichte des Gussteils	$\frac{kg}{m^3}$
ρ_M	Dichte der Kokille	$\frac{kg}{m^3}$
σ	Standardabweichung	
σ_{SB}	Stefan-Boltzmann-Konstante	$\frac{W}{m^2K^4}$
σ_{θ}	Standardabweichung des Messrauschens der Thermoelemente	$^{\circ}C$
σ^2	Varianz	
Σ	Kovarianzmatrix	
φ_p	Verallgemeinertes Abstandskriterium	
$\phi(\cdot)$	Gültigkeitsfunktion	
$\Phi(\cdot)$	Verteilungsfunktion der Standardnormalverteilung	

Formelzeichen – Mathematische Symbole

Zeichen	Bedeutung
$\hat{\cdot}$	Geschätzte Größe
$(\cdot)^{-1}$	Inverse einer Matrix / Funktion
$(\cdot)^T$	Transponierte eines Vektors / einer Matrix
$ \cdot $	Betrag
$\subseteq$	Teilmenge von
$Cov(\cdot, \cdot)$	Kovarianz
$d(\cdot)$	Totales Differential einer Funktion
$\det(\cdot)$	Determinante einer Matrix
$diag(\cdot)$	Diagonalelemente einer Matrix
$div(\cdot)$	Divergenz eines Vektorfelds
D	Definitionsbereich
$\partial(\cdot)$	Partielle Ableitung einer Funktion
$exp(\cdot)$	Exponentialfunktion
$E(\cdot)$	Erwartungswert
$\in$	Element von
$\forall$	für alle
$grad(\cdot)$	Gradient einer Funktion
$inf(\cdot)$	größte untere Schranke
$\int(\cdot)$	Integral
$log(\cdot)$	Logarithmus
$min(\cdot)$	Minimiere / Minimum
$max(\cdot)$	Maximiere / Maximum
$N(\cdot, \cdot)$	Normalverteilung
$\Pi(\cdot)$	Produkt
$\mathbb{R}$	Menge der reellen Zahlen
$sign(\cdot)$	Vorzeichenfunktion
$\Sigma(\cdot)$	Summe
$sup(\cdot)$	kleinste obere Schranke
$U(\cdot, \cdot)$	Gleichverteilung
$\cup$	Vereinigung zweier Mengen
$Var(\cdot)$	Varianz
$Wb(\cdot, \cdot)$	Weibullverteilung
$\sqrt{\cdot}$	Wurzel
$\wedge, \vee$	und, oder
$<, >$	kleiner, größer
$\leq, \geq$	kleiner gleich, größer gleich
$\sim$	folgt
$\approx$	ungefähr

Abkürzungen

Zeichen	Bedeutung
ASTM	American Society for Testing and Materials
BDG	Bundesverband der Deutschen Gießerei-Industrie e. V.
bzw.	beziehungsweise
CAD	Computer-Aided-Design
d. h.	das heißt
DMC	Data-Matrix-Code
DoE	Design of Experiments (Statistische Versuchsplanung)
e. V.	eingetragener Verein
FEM	Finite-Elemente-Methode
FFD	Full Factorial Design (Vollfaktorieller Versuchsplan)
FractFD	Fractional Factorial Design (Teilfaktorieller Versuchsplan)
GA	Genetischer Algorithmus
Gl.	Gleichung
GmbH	Gesellschaft mit beschränkter Haftung
IIoT	Industrial Internet of Things (Industrielles Internet der Dinge)
Inc.	Incorporated (Aktiengesellschaft)
LHD	Latin Hypercube Design
LLM(N)	Lokal lineares Modell(-netz)
LOLIMOT	LOcal-LInear-MODEl-Tree (Algorithmus)
Maximin	Maximierung des Minimums
MES	Manufacturing Execution System (Fertigungsleitsystem)
NSGA	Non-dominated Sorting Genetic Algorithm
OFAT	One-Factor-at-a-Time (Variation eines einzelnen Parameters)
OPC UA	Open Platform Communications Unified Architecture
Q-Gates	Qualitätsprüfpunkte
QM-System	Qualitätsmanagementsystem
robust-zuverlässig	Robustheit unter Berücksichtigung der Zuverlässigkeit
s.	siehe
Sim	Simulation
SPS	Speicherprogrammierbare Steuerung
SQL	Structured Query Language (Strukturierte Abfragesprache)
SQP	Sequentielle Quadratische Programmierung
u. a.	unter anderem
VDG	Verein Deutscher Gießereifachleute e. V.
VDI	Verein Deutscher Ingenieure e. V.
vgl.	Vergleiche
vs.	versus
(W)LS	(Weighted) Least Squares ((Gewichtete) kleinste Fehlerquadrate)
z. B.	zum Beispiel
2D / 3D	2- / 3-Dimensional

1 Einleitung

Der Trend zum automobilen Leichtbau hält auch in Zeiten der Elektromobilität an. Denn, so die scheinbar einfache Rechnung, reduziertes Gewicht gleich reduzierter Stromverbrauch und dementsprechend Ressourcenschonung und hohe Reichweite. Aus Sicht der Leichtmetallgießereien bedeutet dies, dass immer dünnwandigere und damit geometrisch komplexere Gussteile gefordert werden. Darüber hinaus sehen sich die Leichtmetallgießereien hierzulande aufgrund von globalem Konkurrenz- und Kostendruck zunehmend mit den Themen der digitalen Transformation sowie der ressourcenschonenden Fertigung konfrontiert.

Daraus resultierend sind Prozesse entlang der gesamten Prozesskette unter Einsatz digitaler Werkzeuge und unter Berücksichtigung von Wechselwirkungen zwischen den Prozessschritten für den langfristigen Unternehmenserfolg effizient zu gestalten. Maßnahmen zur (datenbasierten) Optimierung von Produktivität, Qualität und Energieverbrauch stellen somit entscheidende Wettbewerbsfaktoren dar.

Eine Herausforderung bei Gießprozessen liegt in der Vielzahl von (Prozess-) Parametern, welche vor dem Hintergrund der Prozesseffizienzsteigerung bestmöglich aufeinander abgestimmt und eingehalten werden müssen. Dabei bedient man sich im Zuge der Produkt-, Werkzeug- und Prozessentwicklung standardmäßig zunächst virtueller Methoden. Die virtuellen Methoden und insbesondere die Gießprozesssimulation sind trotz gesteigerter Rechnerleistungen nach wie vor sehr zeitintensiv. Zudem sind aufgrund nicht exakt bekannter (thermo-) physikalischer Materialparameter teilweise noch erhebliche Abweichungen zwischen Simulationsergebnissen und Realität festzustellen. Deshalb werden in der industriellen Praxis im Rahmen der Gießprozessauslegung zusätzlich zu den virtuellen Experimenten erfahrungsbasierte reale Experimente durchgeführt, deren Ausprägungen sowohl prozessparametrischer als auch konstruktiver Natur sein können.

Obwohl auch in Gießereien teilweise bereits auf statistische Versuchsplanung, Modellbildung und mathematische Optimierung zurückgegriffen wird, dominiert oftmals noch die Vorgehensweise der erfahrungsbasierten, schrittweisen Variation einzelner Einflussparameter. Bei der steigenden Komplexität der Produkte ist dies jedoch eine wenig aussichtsreiche Methode zum Auffinden robuster und zuverlässiger Parameterkombinationen in angemessener Zeit und zu angemessenen Kosten, zumal auch Schwankungen der Einflussgrößen bei dieser Vorgehensweise selten berücksichtigt werden.

2 Industrielle Fertigung von Leichtmetallgussteilen

In diesem Kapitel wird eine Einführung in das Themengebiet der Herstellung von Leichtmetallgussteilen mit dem Niederdruck-Kokillen-Gießverfahren gegeben.

Dazu wird zunächst kurz die Fertigungskette „Leichtmetallguss“ vorgestellt. Darauf folgend wird das Niederdruck-Kokillengießen als eine Ausprägung des Gießprozesses innerhalb der Fertigungskette detailliert erläutert. Abschließend wird auf die Qualitätssicherung eingegangen, welche im Produktionsumfeld allgemein einen hohen Stellenwert einnimmt.

Die Ausführungen orientieren sich, wenn nicht anders angegeben, im Wesentlichen an bekannten Zusammenhängen in der Gießerei sowie Standardwerken von CAMPBELL (2003) und BÜHRIG-POLACZEK et al. (2014).

2.1 Prozesskette

Die Fertigungskette zur industriellen Herstellung von Leichtmetallgussteilen am Beispiel der MARTINREA HONSEL GERMANY GMBH ist in Abbildung 2.1 visualisiert.

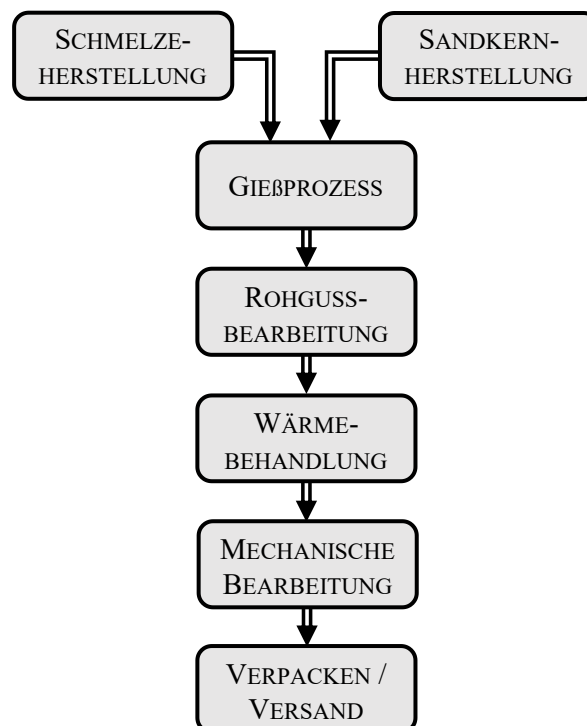


Abbildung 2.1: Fertigungskette „Leichtmetallguss“ am Beispiel der MARTINREA HONSEL GERMANY GMBH

Ausgangspunkt der Fertigung eines Gussteils ist die Herstellung der Metallschmelze in der erforderlichen Zusammensetzung mit der erforderlichen Temperatur im Schachtofen der Schmelzerei. Die Metallschmelze wird anschließend zu den Gieß- bzw. Dosieröfen an den Gießanlagen transportiert. Je nach Transportmechanismus wird die Schmelze entweder vor oder nach dem Transport nochmals behandelt, um deren Qualität zu erhöhen. Parallel werden in der Kernmacherei gegebenenfalls Sandkerne, welche zur Bildung von Hohlräumen im Gussteil dienen, hergestellt. Bei der Kernherstellung wird in einer Kernschießmaschine ein Sand-Binder-Gemisch durch schlagartige Druckbeaufschlagung in einen Kernkasten eingebracht. Nach dem Aushärten werden die Sandkerne ebenfalls zu den Gießanlagen befördert. Während des Gießprozesses wird die aufbereitete Metallschmelze aus den Gieß- bzw. Dosieröfen in eine Form, welche zusammen mit dem Sandkern das Negativ des späteren Gussteils bildet, abgegossen. Im Anschluss an die vollständige Erstarrung der Schmelze erfolgt die Entnahme bzw. das Entformen des rohen Gussteils. Nach vollständiger Abkühlung wird der sogenannte Rohguss bearbeitet. Dabei wird das Gießsystem, bestehend aus Angüssen, Gießläufen und Anschnitten, sowie eventuell vorgesehene Speiser vom eigentlichen Gussteil abgetrennt. Gieß- und Speisungssystem sind zur Formfüllung und zur Kompensation der Volumenschwindung während der Erstarrung notwendig. Außerdem wird der Sandkern aus dem Bauteilinnern entfernt. Zur Optimierung mechanischer Eigenschaften folgt zumeist eine Wärmebehandlung. Diese beinhaltet die Schritte Lösungsglühen, Abschrecken und Warmauslagern. Bevor die Gussteile abschließend verpackt und an den Kunden versendet werden, findet noch eine mechanische Bearbeitung statt. Im Zuge derer werden die Gussteile gemäß Kundenspezifikation zur weiteren Montage in relevanten Bereichen spanend bearbeitet.

2.2 Niederdruck-Kokillengießen

Das Niederdruck-Kokillengießen wird als Variante des Kokillengießens nach DIN 8580 (2022) in der Gruppe „Urformen aus dem flüssigen Zustand mit Dauerformen“ geführt.

Gemäß BÜHRIG-POLACZEK et al. (2014), dem BUNDESVERBAND DER DEUTSCHEN GIEßEREI-INDUSTRIE (BDG) (2024) sowie MARTINREA HONSEL (2024) wird das Verfahren vorwiegend bei der industriellen Serienfertigung von besonders beanspruchten Aluminium- und Magnesiumgussteilen eingesetzt. In der Automobilindustrie umfasst das Produktspektrum dementsprechend insbesondere Fahrwerksteile, Motorblöcke, Felgen sowie zunehmend auch Karosseriebauteile. Begründet werden kann die Verwendung des Verfahrens zur Herstellung derartiger Gussteile durch die spezielle Gießanordnung im Zusammenspiel mit einem hohen Automatisierungsgrad.

Charakteristisch für das Niederdruck-Kokillengießen ist die gasdruckinduzierte turbulenzarme Füllung des Formhohlraums bzw. der Kavität der stählernen Kokillen entgegen der Schwerkraft. Dazu sind die Kokillen oberhalb eines druckdichten, widerstandsbeheizten Gießofens angeordnet, welcher mit Gasdruck beaufschlagt werden kann. Im Innern des Gießofens, dem Ofenraum, befinden sich der keramische

Schmelzetiegel sowie die keramischen Steigrohre, welche Tiegel und Formhohlraum bzw. Kavität miteinander verbinden. Abbildung 2.2 zeigt schematisch eine Niederdruck-Gießmaschine samt modularer Kokille.

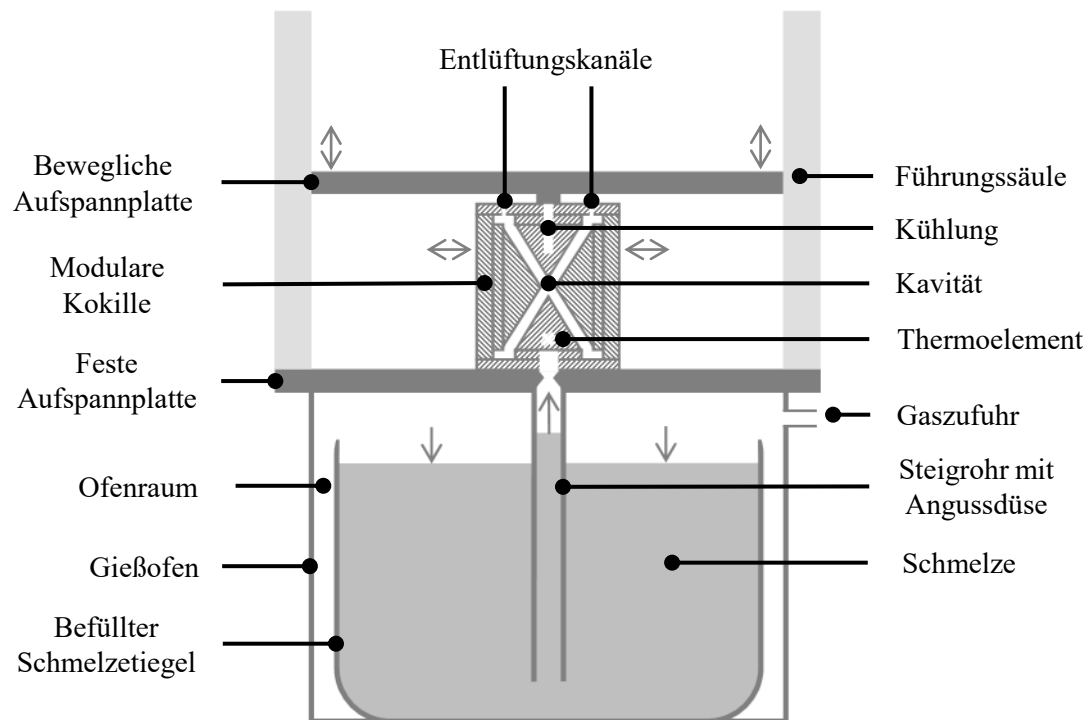


Abbildung 2.2: Schematische Darstellung einer Niederdruck-Gießmaschine mit modularer Kokille

2.2.1 Verfahrensablauf

Der Ablauf des Niederdruck-Kokillen-Gießprozesses zur Herstellung eines Gussteils, häufig auch als Gießzyklus, Gießvorgang oder Abguss bezeichnet, besteht grundsätzlich aus den Schritten Formfüllung, Erstarrung und Präparation.

Der Präparationsschritt wird innerhalb einer vorgesehenen Nebenzeit durchgeführt und beginnt mit dem hydraulischen Öffnen der Kokille. Sobald die Kokille geöffnet ist, wird das Gussteil entnommen und der Kühlstrecke zugeführt (vgl. Abschnitt 2.1). Danach werden die eigentlichen Vorbereitungen für den nächsten Abguss getroffen. Diese umfassen mindestens das Ausblasen der Kokille und das Einlegen von Sieben oberhalb der keramischen Angussdüsen, wodurch Verunreinigungen der Schmelze während des Abgusses vermieden werden sollen. Gegebenenfalls sind weitere vorbereitende Tätigkeiten wie beispielsweise das Aufheizen der Kokille nach einer geplanten oder ungeplanten Prozessunterbrechung, das Strahlen und Schlichten bei verschlissenen Zustand der keramischen Werkzeugbeschichtung an den Kontaktflächen zwischen Gussteil und Kokille oder aber das Einlegen von Sandkernen zur Abbildung von Hohlräumen erforderlich. Der Präparationsschritt endet nach dem hydraulischen Schließen der Kokille.

Während der anschließenden Formfüll- und Erstarrungsphase wird der Gießdruck innerhalb des hermetisch verschlossenen Gießofens mittels geregelter Luft- bzw. Inertgaszufuhr gemäß einer eingestellten Zeit-Druck-Kurve (Gießkurve) aufgebaut. Die auf Gießtemperatur erhitzte Schmelze wird so durch wenigstens ein Steigrohr turbulenzarm vom Tiegel in die Kavität(en) gefördert. Nach der vollständigen Formfüllung wird der Gießdruck für eine definierte Zeitdauer aufrecht erhalten oder gar erhöht, um ein Abfließen der teilerstarrten Schmelze aus der Kokille zu verhindern sowie Volumen-defizite während der Erstarrung zu kompensieren. Mit Ablauf dieser Druckhaltezeit wird der Ofenraum des Gießofens schlagartig entlüftet, wodurch die Schmelze aus den Steigrohren wieder in den Tiegel zurückfließt. Daran schließt sich die Härtezeit an, in welcher das Gussteil vollständig erstarrt. Das Erreichen der Härtezeit markiert das Ende der Hauptzeit des aktuellen Gießzyklus. Zur Formtemperierung zwecks Lenkung der Erstarrungsfronten in Richtung des Angusses werden üblicherweise Kühlkanäle in die Kokille eingebracht. Die Kühlungen werden im analysierten Fall typischerweise nur während der Hauptzeit für eine spezifische Dauer aktiviert. Als Kühlmedien können Wasser, Luft oder Öl eingesetzt werden. Aufgrund des signifikanten Einflusses der Formtemperierung auf das Formfüll- und Erstarrungsverhalten werden die Kokillentemperaturen an verschiedenen Messpositionen innerhalb der Kokille mit Thermoelementen erfasst und überwacht.

In der betrachteten Maschinenkonfiguration kann die industrielle Fertigung mit dem Niederdruck-Kokillen-Gießverfahren als ein Chargen- bzw. Batchprozess angesehen werden, wobei ein Fertigungslos der Anzahl der Gießzyklen bzw. der Anzahl an gefertigten Gussteilen je Gießofen mit befülltem Tiegel entspricht. Die Anzahl ist abhängig vom abgießbaren Schmelzevolumen des Tiegels und dem Gussteilvolumen. Das abgießbare Schmelzevolumen wird durch die Höhendifferenz zwischen Unterkante des Steigrohres, maximaler Füllhöhe des Tiegels und Tiegelfläche bestimmt. Ist die Anzahl an Gießzyklen erreicht, wird der aktuelle Gießofen durch einen Gießofen mit befülltem Tiegel ersetzt. Dieser Ofenwechsel sorgt für eine kurzzeitige Produktionsunterbrechung und demnach zu einer Verlängerung der Nebenzeit, die mit dem derzeitigen Setup unvermeidbar, aber planbar, ist.

In Abbildung 2.3 sind die charakteristischen Prozessparameter und -phasen grafisch aufbereitet. Die Prozessparameter umfassen sowohl die an der Steuerung der Niederdruck-Gießmaschine einstellbaren und erfassten Parameter eines Gießzyklus als auch die daraus resultierenden und mittels in die Kokille eingebrachter Thermoelemente gemessenen Kokillentemperaturen. Im oberen Teil der Abbildung wird die diskontinuierliche Fertigung anhand eines real gemessenen Kokillentemperaturverlaufs, welcher stochastischen Prozessstreuungen unterliegt, verdeutlicht. Die Punkte stellen darin die Kokillentemperaturen zu Beginn der Formfüllphase (Anfangskokillentemperaturen) als gewähltes Merkmal des zyklusbezogenen Kokillentemperaturverlaufs dar. Der vergrößerte Ausschnitt zeigt die Maschinenparameter und den Temperaturverlauf für einen stationären Gießzyklus. Der stationäre Fall ist dadurch gekennzeichnet, dass sich das Temperaturfeld der Kokille zwar während eines Gießzyklus, nicht aber zyklusübergreifend, ändert.

Neben den sekundlich aufgenommenen Prozessparametern werden pro Gießzyklus noch weitere Daten wie beispielsweise der generierte *Data-Matrix-Code* (DMC) zwecks *Tracking* und *Tracing*, die aktuelle Anzahl an Gießzyklen nach Ofenwechsel oder aber die Ofenraumtemperatur im Fertigungsleitsystem (*Manufacturing Execution System*, *MES*) abgelegt.

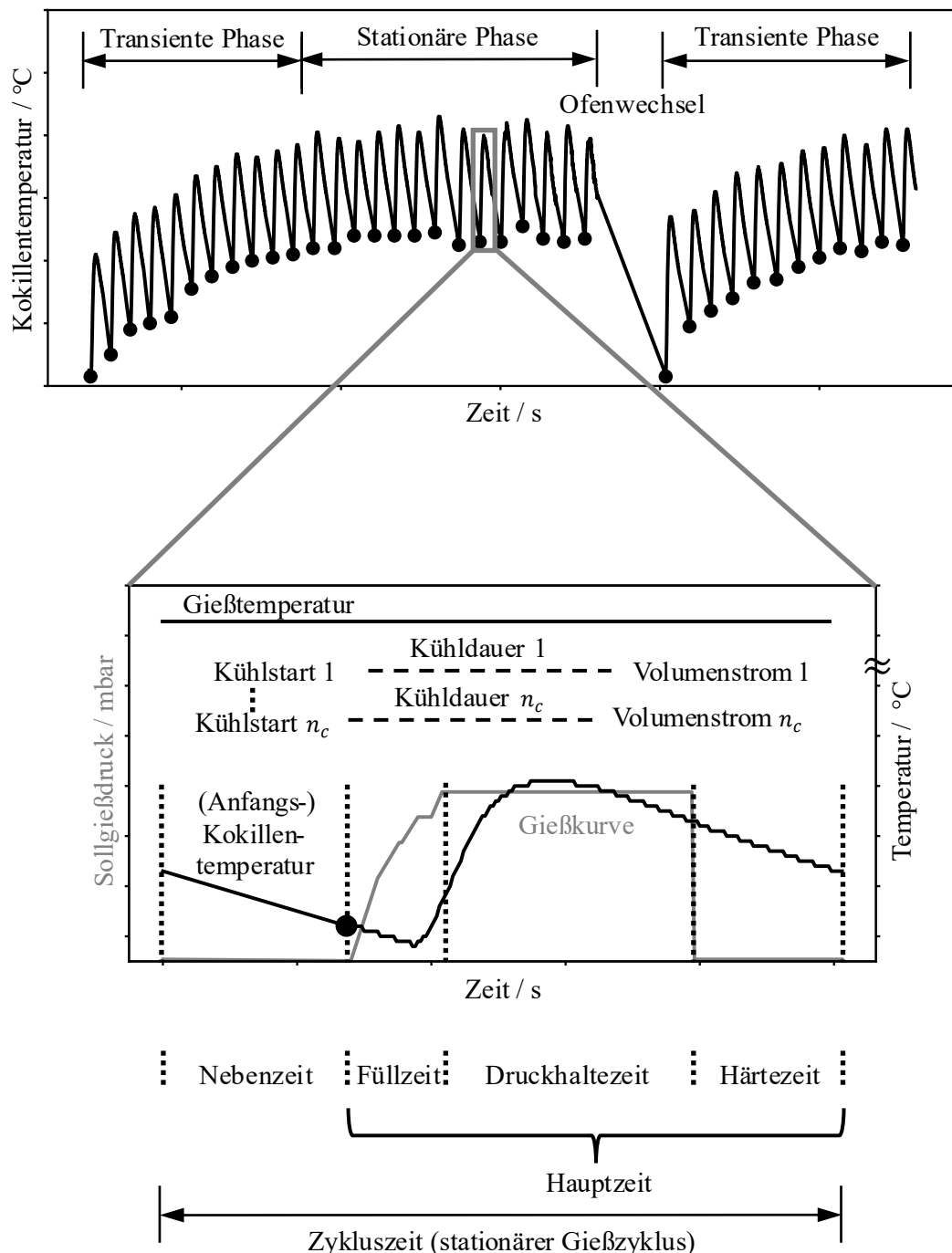


Abbildung 2.3: An einer Messposition erfasster (Anfangs-) Kokilltemperaturverlauf mit charakteristischen Prozessphasen (oben) und vergrößerter Ausschnitt eines stationären Gießzyklus mit charakteristischen Prozessparametern (unten)

2.2.2 Qualitätssicherung

Beim Niederdruck-Kokillengießen treten verfahrensbedingt eine Vielzahl unterschiedlicher Fehlstellen auf. Somit kommt der Qualitätssicherung bekanntlich eine große Bedeutung zu. Übergeordnetes Ziel der Qualitätssicherung ist gemäß DIN EN ISO 9000 (2015) die Einhaltung der internen und externen Qualitätsanforderungen an Produkte sowie Prozesse. Nach GABLER (2018) und HEHENBERGER (2020) ist die geforderte Produkt- und Prozessqualität durch regelmäßige Prüfungen kombiniert mit statistischen Auswertungen sowie der gegebenenfalls notwendigen Ableitung von Korrekturmaßnahmen reproduzierbar zu gewährleisten.

Die zerstörungsfreie Detektion der Fehlstellen erfolgt im Rahmen einer 100% - Prüfung, d. h. alle Gussteile werden nach jedem Prozessschritt der Fertigungskette (vgl. Abbildung 2.1) auf Fehlstellen untersucht. Als wesentliche Qualitätsprüfpunkte gelten die

- manuelle Sichtkontrolle unmittelbar nach dem Abguss,
- automatisierte 2D-Röntgenprüfung mit visueller Nachbewertung der abgekühlten Gussteile nach der Rohgussbearbeitung (Sägen, Entkernen)
- Rissprüfung im Anschluss an die Wärmebehandlung
- abschließende Endkontrolle mit eventuellen Dichtheitsprüfungen.

Der Vollständigkeit halber sei hier erwähnt, dass gelegentlich Computertomographien sowie in regelmäßigen Intervallen zerstörende Prüfungen an den Gussteilen durchgeführt werden. Während erstere auf eine detailliertere Fehlstellenanalyse abzielen, dienen letztere der Sicherstellung der Maßhaltigkeit und der Erfüllung der geforderten mechanischen Eigenschaften.

Herausfordernd bei der Fehlstellenanalyse ist die Überlagerung von mehreren teilweise nicht messbaren Einflussfaktoren. Nach FIORESE et al. (2015) versuchen Klassifikationsschemata daher, den Fehlstellen einen physikalischen Entstehungsmechanismus bzw. eine wahrscheinliche physikalische Ursache zuzuordnen und sollen dazu beitragen, zielführende Maßnahmen abzuleiten. Die Beurteilung der Form der Fehlstellen in Kombination mit ihrem Auftretensort am Gussteil, d. h. innen- oder außenliegend, ermöglicht demnach Aussagen über die Fehlstellenart und die wahrscheinliche Ursache.

Zu den erstarrungsbedingten Fehlstellen zählen beispielsweise

- Lunker und Porositäten,
- Einfallstellen,

zu den gasbedingten Fehlstellen

- Luft- und Gaseinschlüsse,

zu den füllungsbedingten Fehlstellen

- Kaltläufe,

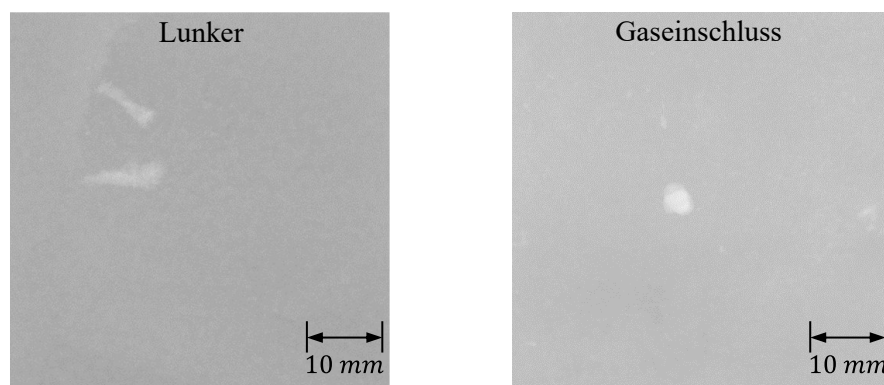
zu den unerwünschten Phasen

- Oxideinschlüsse

und zu den Fehlstellen durch thermischen Kontraktion

- (Warm-) Risse. (vgl. FIORESE et al. (2015))

Da die Fehlstellen maßgeblich die mechanischen Eigenschaften beeinflussen, ist auch deren Größe von Relevanz. Die Ermittlung kann beispielsweise basierend auf Beurteilungskriterien im VDG-MERKBLATT P201 (2002) des VEREINS DEUTSCHER GIEßEREIFACHLEUTE (VDG) bzw. des BUNDESVERBANDS DER DEUTSCHEN GIEßEREI-INDUSTRIE E. V. (BDG) oder ASTM E 155 (2020) der ASTM INTERNATIONAL erfolgen. (vgl. Abbildung 2.4)



ASTM E155 Level	Fehlstellen- fläche / mm^2	Äquivalenter Durchmesser / mm	Fehlstellen- flächenanteil / %
1	3.23	2	2
2	9.86	3.5	3
3	17.69	4.7	5
4	28.08	6.0	6
5	61.2	8.8	8
6	77.5	9.9	10
7	118.6	12.3	15
8	251.0	17.9	20

Abbildung 2.4: ASTM E155 Level 4 Referenzbilder für Aluminiumgussteile mit Wandstärken bis 12.7 mm (oben) und Tabelle mit ausgewählten, korrespondierenden, ebenen Beurteilungskriterien (unten) nach ASTM E 155 (2020), VDG-Merkblatt P201 (2002) und MARTINREA HONSEL (2021)

Als ebene Beurteilungskriterien gemäß VDG-MERKBLATT P201 (2002) können die Anzahl der Fehlstellen, die maximal zulässige Fehlstellenfläche bezogen auf eine Referenzfläche, die Länge, der Durchmesser des Fehlstellenumkreises, die Größe bzw. der Durchmesser eines äquivalenten Kreises oder aber der Porenabstand sowie Kombinationen dieser gewählt werden. Aus Kosten- und Effizienzgründen wird jedoch zu-

meist auf eine Fehlstellenbeurteilung nach ASTM E 155 (2020) gesetzt. Dabei wird das sogenannte ASTM-Level durch Vergleich mit Referenzbildern der Fehlstellen ermittelt.

Die Grenzwerte für die beschriebenen Kennzahlen werden in Abhängigkeit der Wandstärken, die aus den erwarteten Belastungen der jeweiligen Gussteilbereiche im Rahmen des Feldeinsatzes resultieren, festgelegt.

Neben Fehlstellenart und -größe interessiert deshalb weiterhin der betroffene Gussteilbereich. In der industriellen Praxis wird dazu auf eine Rasterkartierung zurückgegriffen. Abbildung 2.5 zeigt ein solches Rasterkoordinatenblatt am Beispiel eines Gussteils aus der aktuellen Serienproduktion.

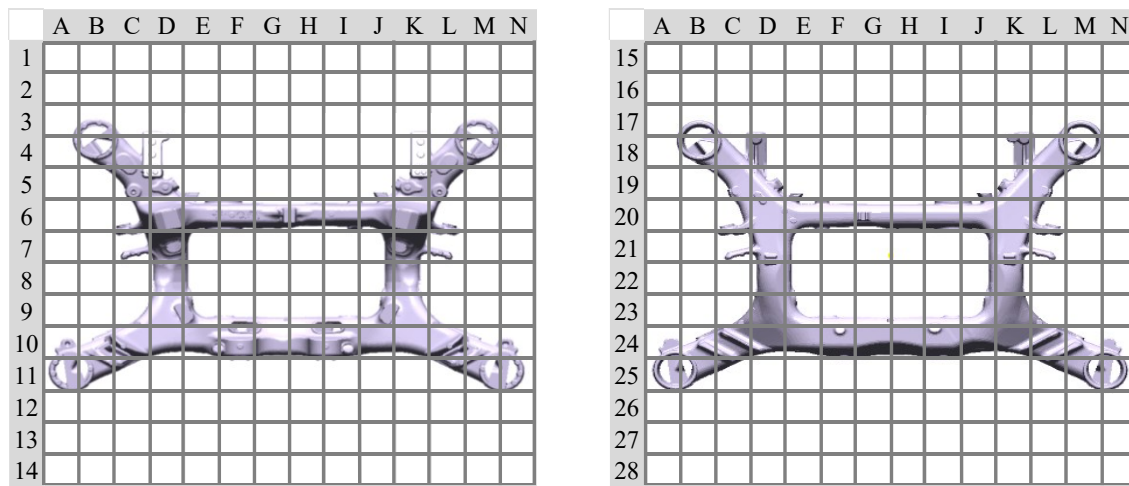


Abbildung 2.5: Beispiel einer Rasterkartierung zur Fehlstellenlokalisierung an einem Gussteil für zwei unterschiedliche Perspektiven

Somit können die Fehlstellen mit Ort, Art, Größe sowie der eindeutigen Kennzeichnung des Gussteils in Form des eingravierten DMC ebenfalls im MES abgespeichert werden, so dass auch eine Zuordnung zu den zugehörigen Prozessparametern ermöglicht wird.

Neben den hochdimensionalen messbaren Daten existiert eine Vielzahl nicht messbarer Einflussgrößen auf das Qualitätsergebnis. Erschwerend kommt hinzu, dass mitunter Fehlstellen nicht korrekt klassifiziert und/oder dokumentiert oder gar detektiert werden. Letzterer Punkt ist zumeist auf das eingesetzte *First-Error-Out-Prinzip* während der Serienfertigung zurückzuführen. Bei diesem Prinzip wird aus Kapazitätsgründen lediglich die Fehlstelle dokumentiert, die oberhalb der zugeordneten Spezifikationsgrenze liegt und deshalb unmittelbar zu Nacharbeit oder Ausschuss führt. Im Fall korrelierender Fehlstellen an einem Gussteil wäre dieser Punkt nicht weiter tragisch, jedoch ist dies in der Praxis nicht zwangsweise gegeben. Ein weiteres Problem stellen die unregelmäßigen Totzeiten zwischen Abguss und Qualitätsprüfung bedingt durch die notwendige Abkühlung des Gussteils vor dem nächsten Prozessschritt dar, so dass die Beurteilung der Auswirkungen eingeleiteter Anpassungen nur zeitverzögert möglich ist.

Aus diesen Gründen stoßen nach DOERMANN OSUNA (2009) die klassischen Methoden wie beispielsweise die statistische Prozesslenkung im Rahmen von *Six Sigma* zur adäquaten Qualitätssicherung an ihre Grenzen. Abhilfe kann gemäß DOERMANN

OSUNA (2009), SCHMITT et al. (2020) und BECKSCHULTE et al. (2022) beispielsweise eine modellprädiktive Regelung mit zusätzlicher Prüfdynamisierung durch Vorhersage der Gussteilqualität auf Basis maschineller Lernverfahren schaffen. Diese als *Prescriptive Quality* bekannte Methode ermöglicht allerdings nur in begrenztem Umfang die Kompensation eines unzureichenden Prozessdesigns. Daher nimmt die robuste und zuverlässige Auslegung des Gießprozesses eine entscheidende Rolle ein.

3 Grundlagen und Stand der Technik

Dieses Kapitel befasst sich zunächst mit den Grundlagen der statistischen Versuchsplanung als ein wesentliches Instrument zur Verbesserung von Produkten und Prozessen. Danach wird auf die Gießprozesssimulation zur virtuellen Gießprozessanalyse eingegangen. Abschließend werden relevante Forschungsarbeiten beschrieben, welche sich mit der Optimierung des Niederdruck-Kokillen-Gießprozesses auseinandersetzen.

3.1 Statistische Versuchsplanung (*Design of Experiments*)

Die statistische Versuchsplanung (*Design of Experiments, DoE*) fasst nach SIEBERTZ et al. (2017) Methoden zusammen, die

- eine zielorientierte, systematische und effiziente Planung von Versuchen für die ausgewählten Stellgrößen (Faktoren) eines Systems,
- die Durchführung der Versuche,
- die statistische Auswertung durch Modellierung der experimentell ermittelten Daten mittels mathematischer Beschreibungsmodelle sowie
- die darauf basierende Systemoptimierung

ermöglichen. Unter effizienter Versuchsplanung ist in diesem Kontext ein maximaler Gewinn an Informationen über das Systemverhalten mit minimaler Versuchsanzahl zu verstehen. Wie auch die Methoden der schrittweisen Variation einzelner Faktoren (*One-Factor-at-a-Time, OFAT*) und der unsystematischen Variation von Faktoren (*Trial-and-Error*) wird DoE als vorteilhafte Alternative dann eingesetzt, wenn das Systemverhalten nicht oder nur vage mittels physikalischer Gesetzmäßigkeiten beschrieben werden kann oder aber die Berechnung sehr aufwändig ist.

3.1.1 Systembeschreibung

Von essentieller Bedeutung für den effektiven Einsatz statistischer Versuchsplanung im Rahmen von Verbesserungsprojekten ist nach SIEBERTZ et al. (2017) und KLEPPMANN (2013) allgemein der Aufbau eines generellen Verständnisses des betrachteten Systems durch die Ermittlung und Festlegung von klar definierten Eingangs- bzw. Einflussgrößen (Parameter) und Ausgangs- bzw. Zielgrößen (Qualitätsmerkmale) mittels qualitativer Ursache-Wirkungs-Analyse. Eingangsgrößen können weitergehend in Stell- und Störgrößen eingeteilt werden. Während Stellgrößen gezielt verändert werden können, wirken Störgrößen systematisch und/oder zufällig auf das Gesamtsystem ein.

Werden die Ausgangsgrößen unmittelbar von den Eingangsgrößen beeinflusst, d. h. unabhängig von inneren Systemzuständen, wird das System als statisch bzw. stationär bezeichnet. Sind die Ausgangsgrößen hingegen sowohl von den Eingangsgrößen als

auch von inneren Systemzuständen und demzufolge auch von der Zeit abhängig, ist das System dynamisch. (vgl. beispielsweise LUNZE (2008))

Abbildung 3.1 zeigt ein vereinfachtes Parameterdiagramm, welches zur Systembeschreibung eingesetzt werden kann.

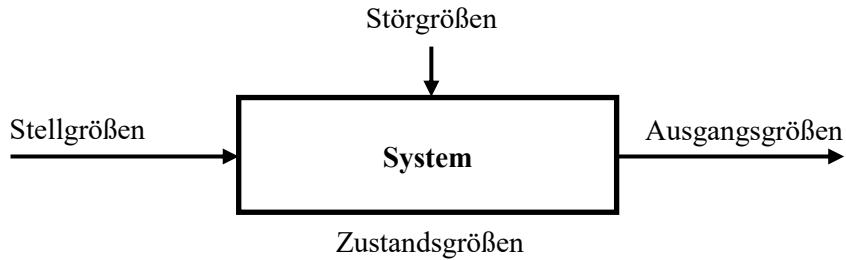


Abbildung 3.1: Vereinfachtes Parameterdiagramm zur Systembeschreibung in Anlehnung an SIEBERTZ et al. (2017)

3.1.2 Wahrscheinlichkeitstheoretische Grundlagen

In diesem Abschnitt werden basierend auf BISHOP (2006), CRAMER & KAMPS (2020), DIN ISO 22514 -1 (2016) und DIN ISO 22514-2 (2019) die wahrscheinlichkeitstheoretischen Grundlagen erläutert.

Die Störgrößen eines Systems können aus wahrscheinlichkeitstheoretischer Sicht als mehrdimensionale Zufallsvariablen (Zufallsvektor) $\mathbf{X} = (X_1 \dots X_{n_x})^T$ aufgefasst werden, wobei das theoretische Verhalten von Zufallsvariablen allgemein mittels des mathematischen Konstrukts der Wahrscheinlichkeitsverteilungen beschrieben wird.

In Abbildung 3.2 sind exemplarisch die Gleich-, (Standard-) Normal- sowie die Weibullverteilung für eindimensionale stetige Zufallsvariablen X mit den charakteristischen Schreibweisen, Lage- und Streumaßen sowie parametrischen Dichtefunktionen $f(x)$ abgebildet.

Aus den Dichtefunktionen können der Erwartungswert μ als Lagemaß gemäß

$$E(X) = \mu = \int_{-\infty}^{\infty} x \cdot f(x) \cdot dx \quad (3.1)$$

sowie die Varianz σ^2 bzw. die Standardabweichung σ gemäß

$$\begin{aligned} Var(X) = \sigma^2 &= \int_{-\infty}^{\infty} (x - \mu)^2 \cdot f(x) \cdot dx \\ \sigma &= \sqrt{Var(X)} \end{aligned} \quad (3.2)$$

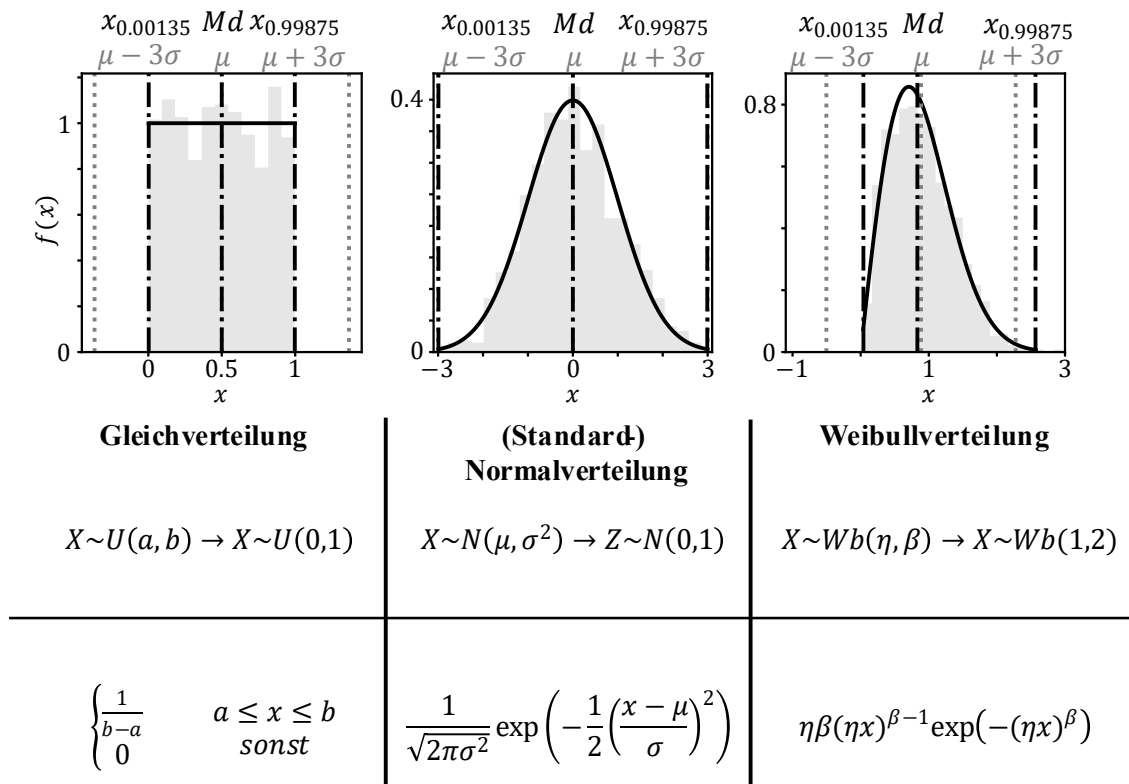
als Streumaße der Zufallsvariablen ermittelt werden. Darin stellt $x \in \mathbb{R}$ eine Realisierung von X dar.

Weiterhin kann auch die (kumulative) Verteilungsfunktion $F(x_p)$ mittels der Dichtefunktionen bestimmt werden:

$$F(x_p) = P(X \leq x_p) = p = \int_{-\infty}^{x_p} f(x) \cdot dx \quad (3.3)$$

Anhand der Verteilungsfunktion lässt sich die Wahrscheinlichkeit p berechnen, dass Realisierungen $x_R = (x_1 \dots x_N)^T$ der Zufallsvariablen aus einem durch einen definierten Wert x_p vorgegebenen halboffenen Intervall stammen. Andersherum ergibt sich durch Invertierung der Verteilungsfunktion für eine vorgegebene Wahrscheinlichkeit p der zugehörige Grenzwert x_p :

$$x_p = F^{-1}(p) \quad (3.4)$$



Allgemeine (Wahrscheinlichkeits) Dichtefunktion $f(x)$

Abbildung 3.2: Stetige Wahrscheinlichkeitsverteilungen: Gleich-, (Standard-) Normal- und Weibullverteilung jeweils mit Erwartungswert μ , $\pm 3\sigma$ Intervall, Median Md , 0.00135-Quantil $x_{0.00135}$, 0.99875-Quantil $x_{0.99875}$ (oben) und Schreibweisen sowie Dichtefunktionen (unten)

Der Grenzwert x_p wird auch als p -Quantil bezeichnet. Quantile können ebenso wie Erwartungswert, Varianz und Standardabweichung zur Charakterisierung von Lage und Streuung der Zufallsvariablen verwendet werden. Ein Maß für die Lage ist beispielsweise das 0.5-Quantil $x_{0.5}$ oder auch Median Md . Das 0.5-Quantil ist dadurch gekennzeichnet, dass 50 % der Realisierungen der Zufallsvariablen kleiner oder gleich und 50 % der Realisierungen der Zufallsvariablen größer oder gleich diesem Wert sind.

Als quantilbasiertes Streumaß kann die Differenz zwischen einem oberen und einem unteren Quantil (Interquantilabstand IQA) verwendet werden (s. auch RHEIN (2014)):

$$IQA = x_p - x_{1-p} \quad (3.5)$$

In obiger Abbildung 3.2 sind jeweils das 0.99875-Quantil $x_{0.99875}$ als oberes Quantil und das 0.00135-Quantil $x_{0.00135}$ als unteres Quantil eingezeichnet. Zwischen diesen beiden Quantilen liegen demnach 99.73 % der Realisierungen der Zufallsvariablen.

Bei der Normalverteilung entsprechen die erwähnten Quantile den Werten $\mu - 3\sigma$ und $\mu + 3\sigma$ und damit einer Streubreite von sechs Standardabweichungen. In Tabelle 3.1 sind die entsprechenden Korrespondenzen zwischen definierten z -Werten, respektive Quantilen oder auch Anzahl von Standardabweichungen,

$$z_p = \frac{x_p - \mu}{\sigma} \quad (3.6)$$

der Standardnormalverteilung $\Phi(z_p)$ einer eindimensionalen Zufallsvariablen Z , abgekürzt mit $Z \sim N(0,1)$, und den Wahrscheinlichkeiten $\tilde{P}$

$$\tilde{P} = (100 \cdot p) \% \quad (3.7)$$

aufgelistet.

Tabelle 3.1: Wahrscheinlichkeiten der Standardnormalverteilung

z_p	$\tilde{P}(-z_p \leq Z \leq z_p) / \%$	$\tilde{P}(Z \leq z_p) / \%$	$\tilde{P}(Z \geq z_p) / \%$
0	0	50	50
1	68.28	84.14	15.86
2	95.45	97.725	2.275
3	99.73	99.875	0.135
4	99.994	99.997	0.003
5	99.999942	99.999971	0.000029
6	99.999998026	99.999999013	0.0000000987

Sind die Zufallsvariablen hingegen nicht normalverteilt, weichen die Quantile bekannterweise von Erwartungswert und Standardabweichung ab. Für die Gleich- und Weibullverteilung zeigt Abbildung 3.2, dass die dreifachen Standardabweichungen außerhalb des Definitionsbereichs der Zufallsvariablen liegen. Die tatsächliche Streubreite der Zufallsvariablen wird dementsprechend nicht korrekt wiedergegeben. Daher sind prinzipiell Quantile als Lage- und Streumaße zu bevorzugen.

Die Gleichungen und Ausführungen hinsichtlich eindimensionaler stetiger Zufallsvariablen können auf multivariate stetige Zufallsvariablen verallgemeinert werden. Dies soll hier kurz mittels der Normalverteilung der n_x -dimensionalen stetigen Zufallsvariable $\mathbf{X} = (X_1, \dots, X_{n_x})^T$ demonstriert werden. Die charakteristische Schreibweise der mehrdimensionalen Normalverteilung lautet:

$$\mathbf{X} \sim N(\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\Sigma}) \rightarrow \begin{pmatrix} X_1 \\ \vdots \\ X_{n_x} \end{pmatrix} \sim N \left(\begin{pmatrix} \mu_1 \\ \vdots \\ \mu_{n_x} \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \text{Var}(X_1) & \cdots & \text{Cov}(X_1, X_{n_x}) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \text{Cov}(X_{n_x}, X_1) & \cdots & \text{Var}(X_{n_x}) \end{pmatrix} \right) \quad (3.8)$$

Der Erwartungswert $\boldsymbol{\mu}$, die (positiv definite) Kovarianzmatrix $\boldsymbol{\Sigma}$ sowie die gemeinsame Verteilungsfunktion $F(\mathbf{x})$ werden aus der gemeinsamen Dichtefunktion

$$f(\mathbf{x}) = \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^{n_x} \cdot \det(\boldsymbol{\Sigma})}} \cdot \exp \left(-\frac{1}{2} \left((\mathbf{x} - \boldsymbol{\mu})^T \boldsymbol{\Sigma}^{-1} (\mathbf{x} - \boldsymbol{\mu}) \right) \right) \quad (3.9)$$

durch entsprechende Mehrfachintegration in obigen Gleichungen bestimmt.

Ist die Kovarianzmatrix nur auf der Diagonalen besetzt, d. h. orthogonal, sind die Zufallsvariablen X_i , $i = 1 \dots n_x$, unkorreliert, aber nicht zwangsweise unabhängig. Stochastisch unabhängig sind die Zufallsvariablen dann, wenn sich die gemeinsame Dichtefunktion aus der Multiplikation der Dichtefunktionen der Randverteilungen $f_{X_i}(x_i)$ der Zufallsvariablen, auch Randdichtefunktionen genannt, ergibt:

$$f(\mathbf{x}) = \prod_{i=1}^{n_x} f_{X_i}(x_i) \quad (3.10)$$

Daraus folgt unmittelbar, dass auch die gemeinsame Verteilungsfunktion multiplikativ aus den einzelnen Verteilungsfunktionen $F_{X_i}(x_i)$, $i = 1 \dots n_x$, erhalten werden kann:

$$F(\mathbf{x}) = p = P(\mathbf{X} \leq \mathbf{x}) = P(X_1 \leq x_1, \dots, X_{n_x} \leq x_{n_x}) = \prod_{i=1}^{n_x} F_{X_i}(x_i) = \prod_{i=1}^{n_x} p_i \quad (3.11)$$

Dieser Zusammenhang wird mit dem Wahrscheinlichkeitsbaum in Abbildung 3.3 nochmals illustriert, wobei darin auch die entsprechenden Gegenwahrscheinlichkeiten ersichtlich sind.

Werden die Wahrscheinlichkeiten p_i , $i = 1 \dots n_x$, der Zufallsvariablen und damit auch die Gegenwahrscheinlichkeiten $1 - p_i$, $i = 1 \dots n_x$, dagegen von anderen Zufallsvariablen bedingt, d. h. gilt beispielsweise $p_2 = P_{X_1}(X_2 \leq x_2) = p_2(p_1)$, so sind die Zufallsvariablen voneinander abhängig.

Da die Wahrscheinlichkeitsverteilungen der Zufallsvariablen im Allgemeinen unbekannt sind, müssen die gesuchten Parameter aus Stichproben der Grundgesamtheit und damit Realisierungen der Zufallsvariablen entweder mit oder ohne Annahme eines Verhaltens der Zufallsvariablen geschätzt werden. Dabei gilt: Je größer der Stichprobenumfang N , desto genauer die Informationen über die tatsächliche Wahrscheinlichkeitsverteilung mit entsprechend genauerer Schätzung der Verteilungsparameter.

Der Stichprobenschätzwert für den Erwartungswert μ der Zufallsvariablen ist der Mittelwert $\bar{x}$

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \cdot \sum_{i=1}^N x_i \quad (3.12)$$

und für die Varianz σ^2 der Zufallsvariablen die empirische Varianz s^2

$$s^2 = \hat{\sigma}^2 = \frac{1}{N-1} \cdot \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2 \quad (3.13)$$

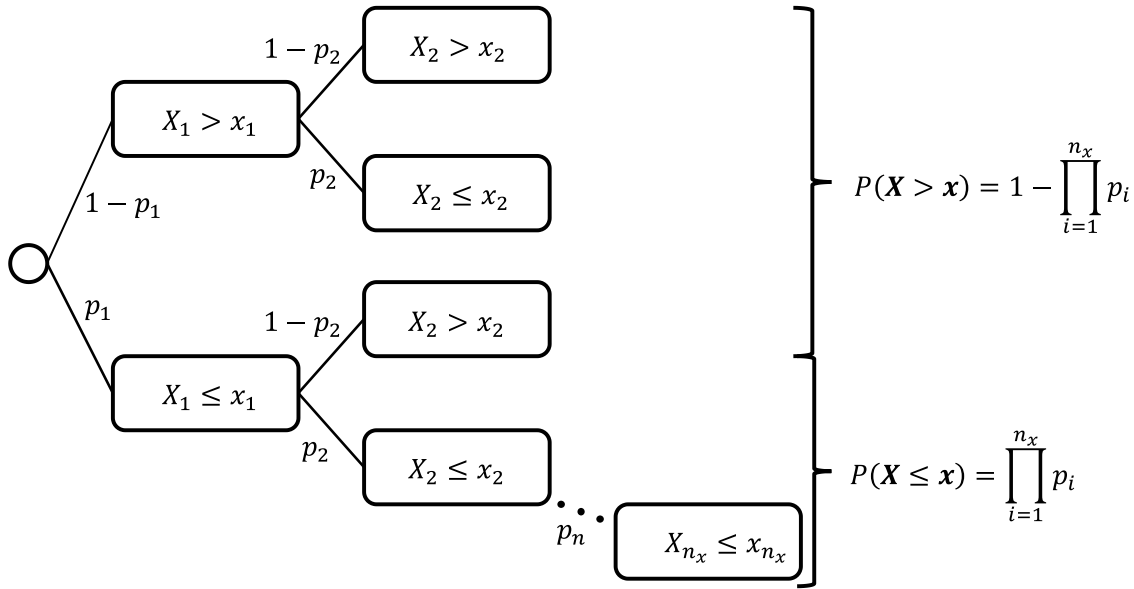


Abbildung 3.3: Wahrscheinlichkeitsbaum für abhängige und unabhängige Zufallsvariablen X mit Einzelwahrscheinlichkeiten $P(X \leq x) = p$ und resultierenden Pfadwahrscheinlichkeiten $P(\mathbf{X} \leq \mathbf{x})$

3.1.3 Versuchspläne

Dieser Abschnitt gibt einen groben Überblick über verschiedene Arten von Versuchsplänen. Weitergehende Informationen findet man im VDI-Buch von SIEBERTZ et al. (2017) sowie im Werk von KLEPPMANN (2013).

Versuchspläne bilden das Fundament der statistischen Versuchsplanung (DoE). Diese wurden mit dem Ziel entwickelt, Zusammenhänge zwischen Faktoren bzw. ausgewählten Stellgrößen und Qualitätsmerkmalen bzw. festgelegten Zielgrößen eines Systems mit möglichst wenig Aufwand empirisch modellieren zu können.

Die unterschiedlichen Versuchspläne enthalten speziell im Faktor- bzw. Parameterraum angeordnete Faktorstufenkombinationen (Versuchspunkte), wobei die Faktorstufen die gewählten Einstellwerte der Faktoren bezeichnen. Die Wahl des Versuchsplans und der Faktorstufen ist in hohem Maße abhängig vom erwarteten Systemverhalten mit der entsprechend zu Grunde gelegten mathematischen Beschreibungsform sowie den erwarteten Zielgrößenänderungen auf verschiedenen Faktorstufen unter Berücksichtigung der Störgrößen.

Abbildung 3.4 zeigt beispielhaft einen vollfaktoriellen Versuchsplan (*Full Factorial Design, FFD*) sowie einen teilfaktoriellen Versuchsplan (*Fractional Factorial Design, FractFD*) mit jeweils drei Faktoren (u_1, u_2, u_3) auf zwei unterschiedlichen Einstellungsstufen, wobei in der klassischen Notationsweise -1 eine niedrige und $+1$ eine hohe Einstellung der Faktoren bedeutet.

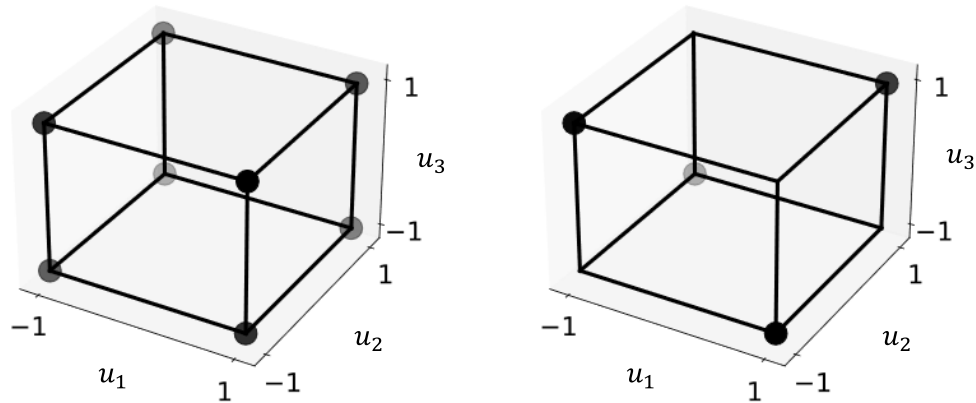


Abbildung 3.4: Vollfaktorieller Versuchsplan (links) und teilfaktorieller Versuchsplan (rechts) mit jeweils drei Faktoren (u_1, u_2, u_3) auf zwei unterschiedlichen kodierten Faktorstufen ($-1, +1$)

Mit den vollfaktoriellen Versuchsplänen werden die Zielgrößen für alle möglichen Kombinationen der gewählten Einstellungsstufen der Faktoren ermittelt. Diese Pläne sind orthogonal aufgebaut, so dass zwischen den Faktorstufenkombinationen keinerlei Korrelation besteht. Nachteilig an diesen Plänen ist, dass sich bei einer hohen Anzahl von Faktoren n_F und/oder Faktorstufen n_L gemäß

$$N = n_L^{n_F} \quad (3.14)$$

eine praktisch nicht mehr vertretbare Anzahl an Versuchsläufen N ergibt.

Daher wurden teilfaktorielle Versuchspläne entwickelt, welche mit geringerem Versuchsaufwand auskommen. Diese werden insbesondere zum Screening, d. h. zur Beurteilung des Beitrags eines Faktors bezüglich einer Zielgröße bzw. die Sensitivität der Zielgröße bezüglich eines Faktors, eingesetzt. Außerdem verwendet *Genichi Taguchi* nach KLEPPMANN (2013) im Zuge seiner Robustheitsanalysen teilfaktorielle Pläne für Stell- und Störgrößen. In seiner Methode werden die Pläne auch als „Orthogonale Felder“ bezeichnet (s. auch TAGUCHI & PHADKE (1989)).

Die vorgestellten Versuchspläne eignen sich für ein lineares Beschreibungsmodell (vgl. Abschnitt 3.1.4). Für die teilfaktoriellen Versuchspläne werden dabei Terme zur Modellierung des Einflusses von Haupteffekten und Wechselwirkungen auf die Zielgrößen miteinander vermengt. Speziell für quadratische Beschreibungsmodelle können das *Central-Composite-Design* wie auch das *Box-Behnken-Design*, welches die Eckpunkte des Parameterraums auslässt, eingesetzt werden.

In technischen Systemen sind aufgrund der teilweise komplexen nichtlinearen Zusammenhänge eine größere Anzahl an Faktoren und Zielgrößen in die Analyse einzubeziehen. Die Systemoptimierung mit den genannten Versuchsplänen stößt hier entweder aufgrund des angenommenen Beschreibungsmodells oder des Fluchs der Dimensionalität (*Curse of Dimensionality*) an ihre Grenzen. Deshalb werden diesbezüglich optimale Versuchspläne oder raumfüllende Versuchspläne präferiert. Raumfüllende Versuchspläne wurden ursprünglich zur Erstellung von statistischen Modellen im Rahmen von deterministischen Computerexperimenten, die je nach Komplexitätsgrad sehr rechenintensiv sein können, entwickelt. *Latin Hypercube Designs* (LHD) in Kombination mit einem Optimalitätskriterium sind wegen der gleichmäßigen Verteilung der Versuchspunkte in sämtlichen Dimensionen des Parameterraums ein beliebter Vertreter dieser Gruppe.

Beim LHD wird der Parameterraum zunächst in jeder Dimension n_F in eine zuvor festgelegte Intervallanzahl N zerlegt. Anschließend wird für jedes Intervall in jeder Dimension zufällig ein Sample generiert. Alternativ können die Samples auch den Zentralpunkt oder Eckpunkt des jeweiligen Intervalls darstellen. Abschließend werden die Samples mit Hilfe von Permutationen zu n_F -dimensionalen Punkten $\mathbf{u}$ zusammengesetzt. Da bei der Generierung keine gleichmäßige Verteilung der Versuchspunkte im Parameterraum sichergestellt werden kann, wird die Erweiterung mit abstandsbasierten Optimalitätskriterien vorgenommen. Eine Möglichkeit ist die Verwendung des verallgemeinerten Abstandskriteriums (φ_p -Kriterium)

$$\varphi_p = \left[\sum_{1 \leq i < j \leq N} d(\mathbf{u}_i, \mathbf{u}_j)^{-p_\varphi} \right]^{\frac{1}{p_\varphi}} \quad (3.15)$$

mit dem euklidischen Abstand $d(\mathbf{u}_i, \mathbf{u}_j)$ zwischen dem i -ten und j -ten Versuchspunkt

$$d(\mathbf{u}_i, \mathbf{u}_j) = \sqrt{\sum_{l=1}^{n_F} (u_{il} - u_{jl})^2}. \quad (3.16)$$

In Gleichung (3.15) beschreiben N die Anzahl an Versuchspunkten, respektive Intervallen, und p_φ einen frei wählbaren ganzzahligen Wert. Für sehr große Werte von p_φ resultiert das *Maximin-Kriterium*, welches den minimalen Abstand zwischen den Versuchspunkten maximiert. Abbildung 3.5 veranschaulicht ein 2-dimensionales (2D) sowie 3-dimensionales (3D)-maximin-optimiertes LHD mit vier zentrierten Versuchspunkten ($N = n_{TP} = 4$).

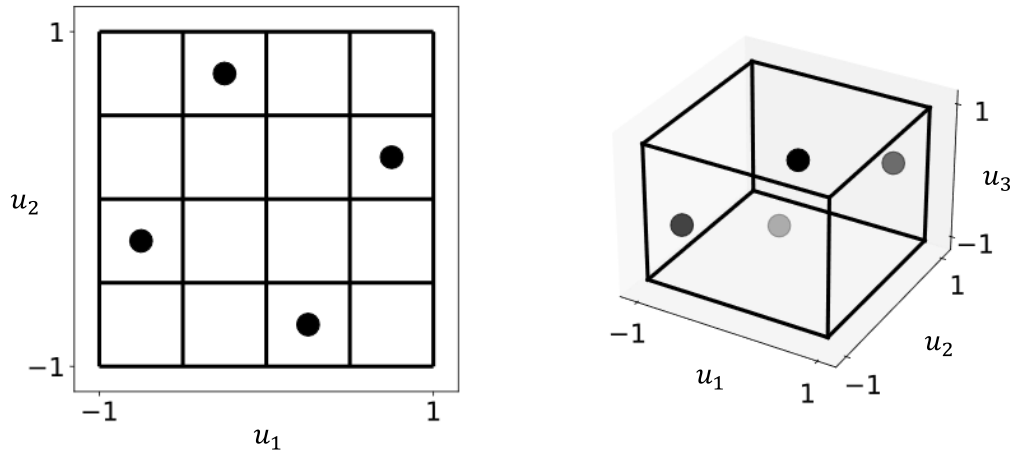


Abbildung 3.5: *Latin Hypercube Design* mit maximiertem minimalen Abstand zwischen den vier zentrierten Versuchspunkten ($N = 4$) für zwei Faktoren (u_1, u_2) (links) und drei Faktoren (u_1, u_2, u_3) (rechts)

Für die Versuchsdurchführung sollten noch die Methoden Blockbildung und Randomisierung auf den erstellten Versuchsplan angewendet werden. Blockbildung fasst Versuche zu Versuchsgruppen mit ähnlichen Eigenschaften bezüglich der Störgrößen zusammen. Innerhalb jedes Blocks wird dann nach dem Zufallsprinzip eine Versuchsreihenfolge bestimmt. Beide Methoden zielen darauf ab, den Einfluss systematischer und zufälliger Störgrößen auf die nachfolgende statistische Auswertung zu minimieren. Auch Versuchswiederholungen sollten vorgesehen werden, um Fehlinterpretationen zu vermeiden.

Nach der Versuchsplanerstellung werden die entsprechenden Computerexperimente und/oder praktischen Experimente durchgeführt und die Versuchsergebnisse zwecks statistischer Auswertung dokumentiert.

3.1.4 Statistische Auswertung

Die Auswertung der durchgeführten Versuchsreihe erfolgt mittels mathematischer Beschreibungsfunktionen. Wie bereits erwähnt, ist nach SIEBERTZ et al. (2017) die empirische Modellierung das zentrale Ziel einer Untersuchung. Dabei wird zwar die Physik nicht zwangsweise exakt wiedergegeben, jedoch ist die datenbasierte Modellbildung mangels analytischer Alternativen oder unbekannter physikalischer Parameter oftmals die einzige Möglichkeit, ein komplexes System zu analysieren.

Lineares Systemverhalten

Zur Modellierung von linearem Systemverhalten wird gemäß SIEBERTZ et al (2017) und FAHRMEIR et al. (2013) das klassische allgemeine lineare Regressionsmodell eingesetzt:

$$y_i = b_0 + b_1 \cdot u_{i1} + b_2 \cdot u_{i2} + \dots + b_{n_F} \cdot u_{in_F} + e_i = b_0 + \sum_{j=1}^{n_F} b_j \cdot u_{ij} + e_i \quad (3.17)$$

Darin sind $\mathbf{b} = (b_0 \dots b_{n_F})^T$ die unbekannten Koeffizienten der linearen Gleichung, e_i , $i = 1 \dots N$, die additiv überlagerten, normalverteilten und statistisch unabhängigen Residuen mit Erwartungswert 0 und identischer Varianz σ^2 sowie $y_i, i = 1 \dots N$, die abhängigen Variablen an den N Stützstellen, beschrieben durch die n_F unabhängigen Variablen $\mathbf{u}_i = (u_{i1} \dots u_{in_F})^T$. Aus diesen N Gleichungen folgt das lineare Gleichungssystem

$$\begin{aligned} \mathbf{y} &= \mathbf{U}\mathbf{b} + \mathbf{e} \quad \text{mit } \mathbf{e} \sim N(\mathbf{0}, \sigma^2 \mathbf{I}) \Leftrightarrow \mathbf{y} \sim N(\mathbf{U}\mathbf{b}, \sigma^2 \mathbf{I}) \\ \text{mit dem Ausgangsvektor} \quad \mathbf{y} &= \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_N \end{pmatrix}, \\ \text{der Eingangs- oder Designmatrix} \quad \mathbf{U} &= \begin{pmatrix} 1 & u_{11} & \dots & u_{1n_F} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & u_{N1} & \dots & u_{Nn_F} \end{pmatrix}, \\ \text{dem Koeffizientenvektor} \quad \mathbf{b} &= \begin{pmatrix} b_0 \\ b_1 \\ \vdots \\ b_{n_F} \end{pmatrix}, \\ \text{dem Vektor der Residuen} \quad \mathbf{e} &= \begin{pmatrix} e_0 \\ e_1 \\ \vdots \\ e_N \end{pmatrix}, \\ \text{und der Einheitsmatrix} \quad \mathbf{I} &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 1 \end{pmatrix}. \end{aligned} \tag{3.18}$$

Die geschätzten Koeffizienten $\hat{\mathbf{b}} = (\hat{b}_0 \dots \hat{b}_{n_F})^T$ ergeben sich durch

$$\hat{\mathbf{b}} = (\mathbf{U}^T \mathbf{U})^{-1} \mathbf{U}^T \mathbf{y}, \tag{3.19}$$

wobei mittels der Methode der kleinsten Fehlerquadrate (*Least Squares, LS*) die Fehlerquadratsumme *SQR* (*Sum of Squared Residuals*) zwischen Modellvorhersagen und tatsächlichen Messungen

$$J = \min_{\hat{\mathbf{b}}} SQR(\hat{\mathbf{b}})$$

mit

$$\begin{aligned} SQR(\hat{\mathbf{b}}) &= \sum_{i=1}^N e_i^2 = \sum_{i=1}^N (y_i - \hat{y}_i)^2 = \sum_{i=1}^N (y_i - (\hat{b}_0 + \sum_{j=1}^{n_F} \hat{b}_j \cdot u_{ij}))^2 \\ &= (\mathbf{y} - \mathbf{U}\hat{\mathbf{b}})^T (\mathbf{y} - \mathbf{U}\hat{\mathbf{b}}) \end{aligned} \tag{3.20}$$

minimiert wird.

Das lineare Regressionsmodell ermöglicht anschließend die Prädiktion von Erwartungswerten der Zielgröße im Interpolationsbereich zwischen den untersuchten Stützstellen gemäß folgender Beziehung:

$$\hat{\mathbf{y}} = \mathbf{U}\hat{\mathbf{b}} = \mathbf{U}(\mathbf{U}^T \mathbf{U})^{-1} \mathbf{U}^T \mathbf{y} = \mathbf{H}\mathbf{y} \tag{3.21}$$

$\mathbf{H}$ wird dabei als Prädiktions - bzw. Hut-Matrix (*Hat Matrix*) bezeichnet.

Für die erwartungstreue Schätzung der mittleren quadratischen Abweichung der Residuen MQR (*Mean of the Sum of Squared Residuals*), d. h. der Varianz $\hat{\sigma}^2$ der Residuen, erhält man:

$$MQR(\hat{\mathbf{b}}) = \hat{\sigma}^2 = \frac{\sum_{i=1}^N (y_i - \hat{y}_i)^2}{N - n_{eff}} = \frac{SQR(\hat{\mathbf{b}})}{N - n_{eff}} \quad (3.22)$$

Darin ist N wiederum die Anzahl der Messungen und n_{eff} die Anzahl der zu bestimmenden Parameter des Modells. Der Nenner gibt demnach die Anzahl der Freiheitsgrade wieder. Daraus kann leicht der unverzerzte Standardfehler der Regression SER (*Standard Error of Regression*), d. h. die Standardabweichung $\hat{\sigma}$ der Residuen,

$$SER(\hat{\mathbf{b}}) = \hat{\sigma} = \sqrt{MQR(\hat{\mathbf{b}})} \quad (3.23)$$

bestimmt werden.

Signifikanztests

Um die statistische Signifikanz der unabhängigen Variablen des Regressionsmodells auf die abhängige Variable zu beurteilen, können verschiedene Testverfahren angewendet werden.

F-Test

Im Rahmen des *F-Tests* wird überprüft, ob das Regressionsmodell einen wesentlichen Beitrag zur Beschreibung der erfassten Daten liefert. Dazu wird die Nullhypothese

$$H_0: b_1 = b_2 = \dots = b_{n_F} = 0, \quad (3.24)$$

welche von einem nicht signifikanten Beitrag des Modells ausgeht, gegen die Alternativhypothese

$$H_1: b_j \neq 0 \text{ für mindestens ein } j = 1, \dots, n_F, \quad (3.25)$$

dass das Modell mindestens eine signifikante unabhängige Variable enthält und somit signifikant ist, getestet.

Zur Durchführung des Tests wird die Gesamtvarianz der gemessenen Daten bzw. totale Quadratsumme TSS (*Total Sum of Squares*)

$$TSS = SQR_{H0} = \sum_{i=1}^N (y_i - \bar{y})^2 \quad (3.26)$$

zunächst in die Bestandteile erkläre Varianz ΔSQR und nicht erkläre Varianz SQR

$$\begin{aligned} TSS &= \Delta SQR + SQR \\ \Leftrightarrow \sum_{i=1}^N (y_i - \bar{y})^2 &= \sum_{i=1}^N (\hat{y}_i - \bar{y})^2 + \sum_{i=1}^N (y_i - \hat{y}_i)^2 \end{aligned} \quad (3.27)$$

zerlegt. Aus diesen Anteilen wird der F-Wert

$$F = \left(\frac{N - n_{eff}}{n_{eff} - 1} \right) \cdot \frac{\Delta SQR}{SQR} = \left(\frac{N - n_F - 1}{n_F} \right) \cdot \frac{\Delta SQR}{SQR} = \frac{\Delta MQR}{MQR} \quad (3.28)$$

berechnet und H_0 mit einer Irrtumswahrscheinlichkeit α bzw. α -Fehler abgelehnt, falls

$$F > F_{n_{eff}-1; N-n_{eff}; 1-\alpha}. \quad (3.29)$$

Darin ist $F_{n_{eff}-1; N-n_{eff}; 1-\alpha}$ das $(1 - \alpha)$ -Quantil der F-Verteilung mit den jeweiligen Freiheitsgraden.

Bei Verwerfung von H_0 kann der signifikante Regressor nicht bestimmt werden. Um die Signifikanz einzelner Regressoren abzuschätzen, bedient man sich daher des *Student's t-Tests*.

Student's t-Test

Im Zuge des zweiseitigen t-Tests wird die Nullhypothese für einen Regressionskoeffizienten

$$H_0: b_j = 0, \quad (3.30)$$

welche keinen statistisch signifikanten Einfluss der unabhängigen Variablen u_j auf die abhängige Variable und demnach auf die Aussagegenauigkeit des Modells erwartet, mit einer Irrtumswahrscheinlichkeit von α fälschlicherweise abgelehnt bzw. mit einem Konfidenzniveau von $1 - \alpha$ angenommen, falls die t-Teststatistik T mit dem geschätzten Regressionskoeffizienten $\hat{b}_j$ und dem Standardfehler des Regressionskoeffizienten $\hat{\sigma}_j$ größer dem kritischen Wert des $(1 - \frac{\alpha}{2})$ -Quantils der t-Verteilung mit dem jeweiligen Freiheitsgrad $t_{N-n_{eff}, 1-\frac{\alpha}{2}}$ ist:

$$T = \left| \frac{\hat{b}_j}{\hat{\sigma}_j} \right| > t_{N-n_{eff}, 1-\frac{\alpha}{2}} \quad (3.31)$$

Nichtlineares Systemverhalten

Bei nichtlinearem Systemverhalten ermöglichen lineare Regressionsmodelle nach TOEPFER & NELLES (2003), SIEBERTZ et al. (2017) und NELLES (2020) eine näherungsweise mathematische Beschreibung, wodurch bestimmte Tendenzen bzw. Trends erkannt werden können. Jedoch weisen die Modelle für detaillierte Systemanalysen bedingt durch die Unteranpassung (*Underfitting*) einen zu hohen systematischen Fehler (*Bias*) und damit eine unzureichende Genauigkeit auf. Daher muss in diesen Fällen beispielsweise auf Polynommodelle, lokale Modellnetze oder künstliche neuronale Netze zurückgegriffen werden, um die Anpassungsgüte der Modelle an die Messdaten und damit auch deren Prognosefähigkeit zu erhöhen.

Polynommodelle stellen Erweiterungen des linearen Regressionsmodells um höhergradige Terme dar

$$\hat{y} = \hat{b}_0 + \sum_{i=1}^{n_F} \hat{b}_i \cdot u_i + \sum_{i=1}^{n_F} \sum_{j=1}^{n_F} \hat{b}_{ij} \cdot u_i \cdot u_j + \dots, \quad (3.32)$$

wobei die Koeffizienten $\hat{\mathbf{b}}$ wiederum mittels Least-Squares-Schätzung gewonnen werden können. Nachteilig ist, dass höhergradige Polynome im Interpolationsbereich schwingungsfähig sind und zu einem hohen Varianzfehler bedingt durch Überanpassung (*Overfitting*) neigen.

Deshalb wird das Systemverhalten im Rahmen dieser Arbeit mittels lokaler Modellnetze, insbesondere lokal linearer Modellnetze (LLMN), abgebildet. Diese werden nachfolgend erläutert, wobei auch der Bezug zu neuronalen Netzen hergestellt wird.

Lokal lineare Modellnetze beschreiben gemäß NELLES et al. (2000) und NELLES (2020) die Nichtlinearitäten durch stückweise lineare Teilmodelle, wobei mittels Gültigkeitsfunktionen der Wirkbereich des jeweiligen Teilmodells im Parameterraum festgelegt wird. Die lokalen Modellnetze können als künstliches neuronales Netz mit einer verdeckten Schicht aufgefasst werden. Die Struktur eines lokal linearen Modellnetzes ist in Abbildung 3.6 dargestellt.

Der Ausgang $\hat{y}$ und demnach das Gesamtmodell ergibt sich aus der Überlagerung der einzelnen Teilmodelle

$$\hat{y} = \sum_{i=1}^M \phi_i \cdot (\hat{b}_{0_i} + \hat{b}_{1_i} \cdot u_{1_i} + \hat{b}_{2_i} \cdot u_{2_i} + \dots + \hat{b}_{n_{Fi}} \cdot u_{n_{Fi}})$$

mit den normalisierten Gültigkeitsfunktionen

$$\phi_i = \frac{\mu_i}{\sum_{j=1}^M \mu_j}$$

d. h.

$$\sum_{i=1}^M \phi_i = 1$$

und den jeweiligen Gauß'schen Zugehörigkeitsfunktionen

$$\mu_i = \exp\left(-\frac{1}{2}((\mathbf{u} - \mathbf{c}_i)^T \boldsymbol{\Sigma}_i^{-1}(\mathbf{u} - \mathbf{c}_i))\right)$$

mit dem Zentrumsvektor $\mathbf{c}_i$ und der orthogonalen Kovarianzmatrix $\boldsymbol{\Sigma}_i$.

Zur Konstruktion der lokal linearen Modellnetze eignet sich der effiziente *Local-Linear-Model-Tree* (LOLIMOT)-Algorithmus. Bei diesem Algorithmus wird der Parameterraum in Abhängigkeit der geforderten Modellgüte durch achsenorthogonale Schnitte sukzessive in Unterräume unterteilt, wobei im Zentrum eines jeden Unterrums eine Gauß'sche Zugehörigkeitsfunktion mit Standardabweichung $\sigma_i = k_\sigma \cdot \Delta_{j_i}$, Skalierungsfaktor $k_\sigma = 1/3$ und Breite Δ_{j_i} (vgl. Abbildung 3.7) zur Beschreibung des Gültigkeitsbereichs des lokal linearen Modells LLM_i angesetzt wird. Der prinzipielle Ablauf des Verfahrens ist in Abbildung 3.7 gezeigt und wird nachfolgend kurz beschrieben.

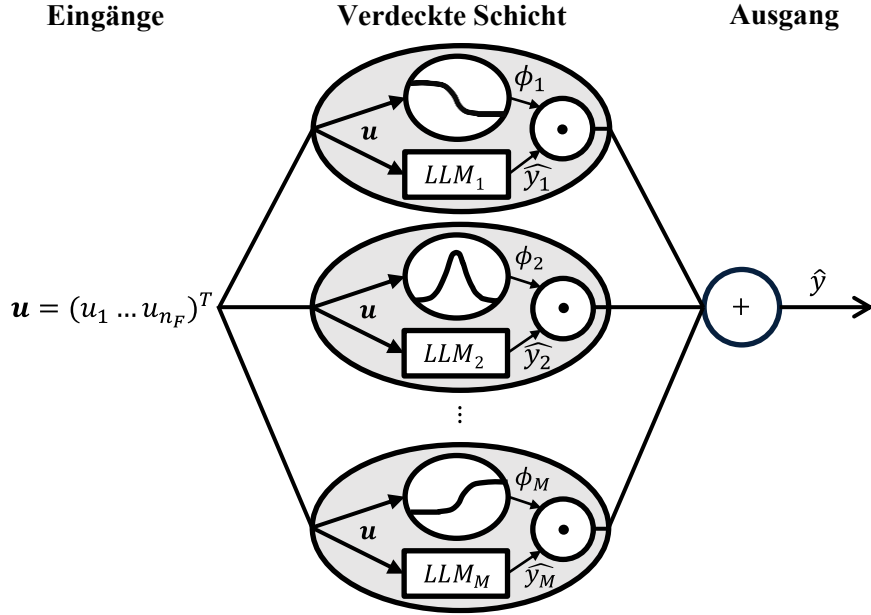


Abbildung 3.6: Struktur eines lokal linearen Modellnetzes mit Eingangsvektor $\mathbf{u}$, den mittels normierten Gültigkeitsfunktionen ϕ_i gewichteten Ausgängen $\hat{y}_i$ der lokal linearen Modelle LLM_i und resultierender Gesamtausgang $\hat{y}$ in Anlehnung an HARTMANN (2014) und NELLES (2020)

Im ersten Iterationsschritt wird ein globales lineares Modell, welches im gesamten Parameterraum gültig ist und somit den globalen linearen Zusammenhang zwischen den Eingangsgrößen $\mathbf{U}$ und der zu modellierenden Ausgangsgröße y beschreibt, mit der Methode der gewichteten kleinsten Fehlerquadrate (*Weighted Least Squares, WLS*) bestimmt. Bei der Methode werden die gewichteten quadrierten Abweichungen *SWQR* (*Sum of Weighted Squared Residuals*) zwischen den Messungen sowie den Modellvorhersagen

$$J_1 = \min_{\hat{\mathbf{b}}_1} SWQR(\hat{\mathbf{b}}_1)$$

mit

$$\begin{aligned} SWQR(\hat{\mathbf{b}}_1) &= \sum_{i=1}^N \phi_1(\mathbf{u}_i) \cdot e_{1_i}^2 = \sum_{i=1}^N \phi_1(\mathbf{u}_i) \cdot \left(y - \left(\hat{b}_{0_1} + \sum_{j=1}^{n_F} \hat{b}_{j_1} \cdot u_{j_1} \right) \right)_{1_i}^2 \\ &= (\mathbf{y} - \mathbf{U}\hat{\mathbf{b}})^T \mathbf{W}_1 (\mathbf{y} - \mathbf{U}\hat{\mathbf{b}}) \end{aligned} \quad (3.34)$$

minimiert. Den Residuen $\mathbf{e}_1 = (e_{1_1} \dots e_{1_N})^T$ wird dabei ein spezifisches Gewicht $\boldsymbol{\phi}_1(\mathbf{u}) = (\phi_1(\mathbf{u}_1) \dots \phi_1(\mathbf{u}_N))^T$ entsprechend der Gültigkeitsfunktion des lokal linearen Modells zugewiesen. Die geschätzten Koeffizienten des ersten lokal linearen Modells $\hat{\mathbf{b}}_1$ ergeben sich durch

$$\hat{\mathbf{b}}_1 = (\mathbf{U}^T \mathbf{W}_1 \mathbf{U})^{-1} \mathbf{U}^T \mathbf{W}_1 \mathbf{y}, \quad (3.35)$$

wobei die Gewichtungsmatrix $\mathbf{W}_1 = \text{diag}(\boldsymbol{\phi}_1(\mathbf{u})) = \text{diag}((\phi_1(\mathbf{u}_1), \dots, \phi_1(\mathbf{u}_N)))$ im ersten Iterationsschritt aufgrund der Gültigkeit des linearen Modells auf dem gesamten Parameterraum der Einheitsmatrix $\mathbf{I}$ entspricht.

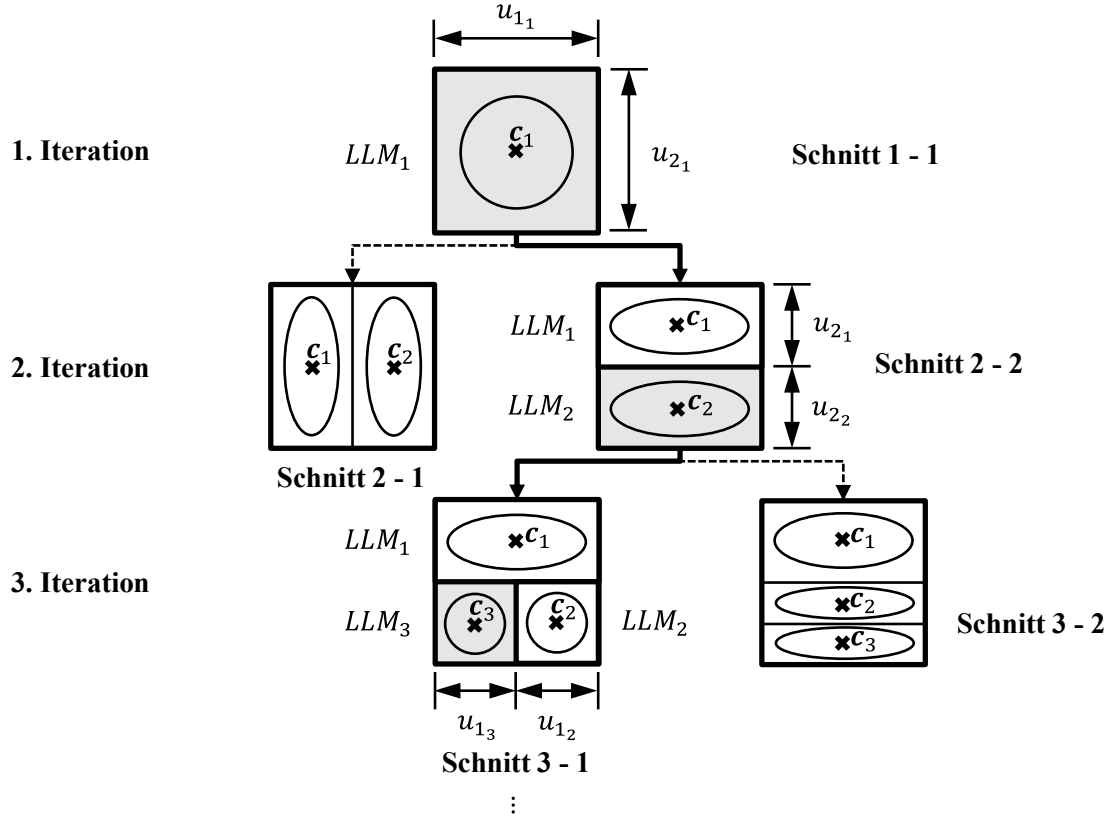


Abbildung 3.7: Drei Iterationen des LOLIMOT-Algorithmus für einen zweidimensionalen Eingangsvektor $\mathbf{u} = (u_1, u_2)^T$ mit eingezeichneten Schnitten und Abmaßen $\Delta_{j_i} = (u_{1_i}, u_{2_i})$, Isolinien der Gauß'schen Zugehörigkeitsfunktionen μ_i sowie Zentrumsvektoren $\mathbf{c}_i$ der jeweiligen Teilmodelle in Anlehnung an NELLES et al. (2000) und NELLES (2020). Die grauen Bereiche kennzeichnen die Teilmodelle mit der geringsten Teilmodellgüte.

Der zweite Iterationsschritt besteht aus der heuristischen, orthogonalen Teilung des Parameterraums in jeder Eingangsdimension und der Bestimmung der zugehörigen lokalen Teilmodelle auf Basis des WLS-Verfahrens. Der Schnitt mit dem geringsten globalen Modellfehler wird im nächsten Iterationsschritt weiter verfolgt. Hierbei ist zu erwähnen, dass jedes Teilmodell des betrachteten Schritts separat mit Gleichung (3.35) geschätzt wird. Dieser Ansatz vernachlässigt zwar die Wechselwirkungen zwischen den Teilmodellen, bringt aber den Vorteil mit, dass der Rechenaufwand reduziert wird. Daneben wird durch diese implizite Regularisierung die Gefahr einer Überanpassung vermieden.

Im darauffolgenden Iterationsschritt wird das lokal lineare Teilmodell mit der geringsten Modellgüte des im vorherigen Schritt durchgeführten Schnitts ausgewählt und wiederum in jeder Eingangsdimension geteilt. Auch hier wird der Schnitt ausgewählt, welcher den geringsten globalen Modellfehler vorweist.

Der Algorithmus, bestehend aus den beschriebenen Schritten

- Auswahl des lokalen Teilmodells mit der geringsten Modellgüte der vorherigen Iteration,

- Durchführung der Schnitte in jeder Eingangsdimension für das ausgewählte Teilmodell und
- Auswahl des Schnitts mit dem geringsten globalen Modellfehler,

wird bis zum Erreichen eines definierten Abbruchkriteriums ausgeführt. Als Abbruchkriterien können beispielsweise eine zu erreichende Modellgüte oder eine maximale Schnittanzahl genutzt werden. (vgl. NELLES (2020), HARTMANN (2014))

Modellgüte

Zur Beurteilung der Anpassungsgüte bzw. der Qualität eines Modells können verschiedene Kennzahlen verwendet werden. Der Kerngedanke ist dabei immer, eine Unter- bzw. Überanpassung des Modells an die gemessenen Daten zu vermeiden, d. h. den besten Kompromiss zwischen Bias und Varianz zu finden. (s. beispielsweise HARTMANN (2014) oder SIEBERTZ et al. (2017))

Wesentliche Modellgütemaße sind:

- das Bestimmtheitsmaß R^2 (*Coefficient of Determination*)

$$R^2 = \frac{\Delta SQR}{TSS} = 1 - \frac{SQR}{TSS} = 1 - \frac{\sum_{i=1}^N (y_i - \hat{y}_i)^2}{\sum_{i=1}^N (y_i - \bar{y})^2}, \quad (3.36)$$

- das angepasste oder adjustierte Bestimmtheitsmaß R_{adj}^2 (*Adjusted Coefficient of Determination*) zur Kompensation der Verzerrung bei einem geringen Verhältnis von Parameteranzahl des Modells zur Anzahl von Messungen

$$R_{adj}^2 = 1 - \frac{SQR \cdot (N - 1)}{TSS \cdot (N - n_{eff})} = 1 - \frac{\left(\sum_{i=1}^N (y_i - \hat{y}_i)^2 \right) \cdot (N - 1)}{\left(\sum_{i=1}^N (y_i - \bar{y})^2 \right) \cdot (N - n_{eff})}, \quad (3.37)$$

- der Standardfehler der Regression $\hat{\sigma}$ (*Standard Error of Regression*)

$$\hat{\sigma} = \sqrt{\frac{SQR}{N - n_{eff}}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (y_i - \hat{y}_i)^2}{N - n_{eff}}}, \quad (3.38)$$

- die Wurzel aus der verzerrten Schätzung der mittleren quadratischen Abweichungen der Residuen $RMSE$ (*Root Mean Square Error*)

$$RMSE = \sqrt{MSE} = \sqrt{\frac{SQR}{N}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (y_i - \hat{y}_i)^2}{N}}, \quad (3.39)$$

- das Akaike Informationskriterium AIC (*Akaike Information Criterion*)

$$AIC = N \cdot \log \frac{SQR}{N} + 2 \cdot n_{eff} + 2 = N \cdot \log \frac{\sum_{i=1}^N (y_i - \hat{y}_i)^2}{N} + 2 \cdot (n_{eff} + 1), \quad (3.40)$$

- das korrigierte Akaike Informationskriterium AIC_c (*Corrected Akaike Information Criterion*) zur Kompensation der Verzerrung bei einem geringen Verhältnis von Parameteranzahl des Modells zur Anzahl von Messungen

$$AIC_c = AIC + 2 \cdot \frac{(n_{eff} + 1)(n_{eff} + 2)}{N - n_{eff}}, \quad (3.41)$$

- und das Bayes'sche Informationskriterium *BIC* (*Bayesian Information Criterion*)

$$BIC = N \cdot \log \frac{\sum_{i=1}^N (y_i - \hat{y}_i)^2}{N} + (n_{eff} + 1) \cdot \log N \quad (3.42)$$

3.1.5 Optimierung

Im Anschluss an die Modellbildung werden Werte für die Eingangsgrößen gesucht, bei denen die Zielgrößen optimal im Sinne einer Gütefunktion sind. Werden in diesem Zusammenhang die durch Störgrößen induzierten Unsicherheiten in den Eingangs- und Zielgrößen sowie die Unsicherheiten im Modell ignoriert, resultiert ein deterministisches Optimierungsproblem. Andernfalls wird von einer Optimierung unter Unsicherheit gesprochen.

Deterministisches Optimierungsproblem

Ein deterministisches statisches Optimierungsproblem, typischerweise definiert als Minimierungsproblem, kann in Anlehnung an PAPAGEORGIOU et al. (2015) allgemein formuliert werden als:

$$\min_{\mathbf{u} \in \mathbb{R}^{n_F}} F(\mathbf{u})$$

unter Berücksichtigung von

$$\begin{aligned} \mathbf{h}(\mathbf{u}) &\leq \mathbf{0}, & \mathbf{h}, \mathbf{0} &\in \mathbb{R}^{n_h} \\ \mathbf{g}(\mathbf{u}) &= \mathbf{0}, & \mathbf{g}, \mathbf{0} &\in \mathbb{R}^{n_g} \\ \mathbf{LB} &\leq \mathbf{u} \leq \mathbf{UB}, & \mathbf{LB}, \mathbf{UB} &\in \mathbb{R}^{n_F} \end{aligned} \quad (3.43)$$

In Worten ausgedrückt:

Minimiere die Zielfunktion $F(\mathbf{u})$ unter Berücksichtigung von Gleichungsnebenbedingungen $\mathbf{g}(\mathbf{u}) = (g_1(\mathbf{u}) \dots g_{n_g}(\mathbf{u}))^T$ und Ungleichungsnebenbedingungen $\mathbf{h}(\mathbf{u}) = (h_1(\mathbf{u}) \dots h_{n_h}(\mathbf{u}))^T$, wobei die Entscheidungsvariable $\mathbf{u} = (u_1 \dots u_{n_F})^T$ innerhalb des Parameterraums $PS = \{\mathbf{u}, \mathbf{LB}, \mathbf{UB} \in \mathbb{R}^{n_F} \mid \mathbf{LB} \leq \mathbf{u} \leq \mathbf{UB}\}$ liegt, der durch die unteren Grenzen $\mathbf{LB} = (LB_1 \dots LB_{n_F})^T$ und die oberen Grenzen $\mathbf{UB} = (UB_1 \dots UB_{n_F})^T$ definiert wird. Der Parameterraum wurde hier in Form zusätzlicher Ungleichungsnebenbedingungen angegeben, obwohl dieser theoretisch auch als Teil der Ungleichungsnebenbedingungen $\mathbf{h}(\mathbf{u})$ betrachtet werden kann. Die Ungleichungs- und Gleichungsnebenbedingungen werden auch als Randbedingungen oder Restriktionen bezeichnet.

Es wird also ein zulässiger Optimalpunkt $\mathbf{u}^*$ gesucht, welcher die Zielfunktion unter Einhaltung der Randbedingungen minimiert. Während für ein globales Minimum

$$F(\mathbf{u}^*) \leq F(\mathbf{u}) \forall \mathbf{u} \in D \subseteq \mathbb{R}^{n_F}$$

wobei

$$\mathbf{u}^* \in D \subseteq \mathbb{R}^{n_F} \quad (3.44)$$

und

$$D = \{\mathbf{u} \mid \mathbf{g}(\mathbf{u}) = \mathbf{0}, \mathbf{h}(\mathbf{u}) \leq \mathbf{0}, \mathbf{LB} \leq \mathbf{u} \leq \mathbf{UB}\}$$

die Funktion F am Optimalpunkt $\mathbf{u}^*$ den minimalen Wert im gesamten Definitionsbereich, respektive zulässigen Bereichs, D annimmt, ist für ein lokales Minimum

$$F(\mathbf{u}^*) \leq F(\mathbf{u}) \forall \mathbf{u} \in \mathcal{E} \subseteq D$$

wobei

$$(3.45)$$

$$\mathbf{u}^* \in \mathcal{E} \subseteq D$$

der Funktionswert $F(\mathbf{u}^*)$ nur in einer mehr oder weniger großen Umgebung $\mathcal{E}$ vom Optimalpunkt $\mathbf{u}^*$ minimal. Im Fall strikter Ungleichungen in Gleichungen (3.44) und (3.45) ist das globale Minimum eindeutig und das lokale Minimum strikt.

Möglich ist sowohl die Optimierung einer Zielfunktion $F(\mathbf{u}) = f(\mathbf{u})$ (Einzieloptimierung, Einkriterielle Optimierung) als auch die gleichzeitige Optimierung mehrerer Zielfunktionen $F(\mathbf{u}) = (f_1(\mathbf{u}) \dots f_{n_Q}(\mathbf{u}))^T$ (Mehrzieloptimierung, Multi-kriterielle Optimierung).

Die Einzieloptimierung ist dadurch charakterisiert, dass ein Optimalpunkt $\mathbf{u}^*$ existiert, welcher die Zielfunktion unter Einhaltung der Randbedingungen minimiert. Bei der Mehrzieloptimierung dagegen sind die Zielfunktionen oftmals gegenläufig, d. h. es existiert keine Entscheidungsvariable $\mathbf{u}$, für welche die Zielfunktionen unter Berücksichtigung der Restriktionen gleichzeitig ihr jeweiliges Minimum annehmen. Vielmehr werden bei der Mehrzieloptimierung nach EHRGOTT (2005) effiziente oder Pareto-optimale Entscheidungsvariablen $\hat{\mathbf{u}}$ gesucht, für die sich ein bestmöglicher Kompromiss zwischen den Zielfunktionen ergibt. Bestmöglicher Kompromiss impliziert dabei nach PAPAGEORGIOU et al. (2015) und SIEBERTZ et al. (2017), dass eine Verbesserung einer Zielfunktion nur durch eine Verschlechterung mindestens einer anderen Zielfunktionen realisierbar ist. Die Ergebnismenge, d. h. die Funktionswerte der Zielfunktionen aller Pareto-optimalen Entscheidungsvariablen $\tilde{\mathbf{u}}$, wird als Pareto-(optimale) Front (z. B. SCHAFFER (1985)) oder nicht-dominierte Menge (z. B. EHRGOTT (2005)) bezeichnet. Abbildung 3.8 zeigt beispielhaft die Pareto-Front des *Schaffer-Problems* mit den Zielfunktionen $F(\mathbf{u}) = (f_1(\mathbf{u}), f_2(\mathbf{u}))^T$ und der eindimensionalen Entscheidungsvariablen u bzw. $\mathbf{u} \in \mathbb{R}$. Die linke Grafik visualisiert die beiden Funktionen des Problems sowie den Pareto-optimalen Bereich $\tilde{u} = [0, 2]$ im Parameterraum. In diesem Bereich sind die Funktionen gegenläufig, so dass die Lösungen gleichwertig sind. Verdeutlicht wird dieser Sachverhalt in der rechten Grafik, in welcher die Funktionswerte der Zielfunktionen für die Pareto-optimalen Entscheidungsvariablen $\hat{u} \in \tilde{u}$ gegeneinander aufgetragen sind.

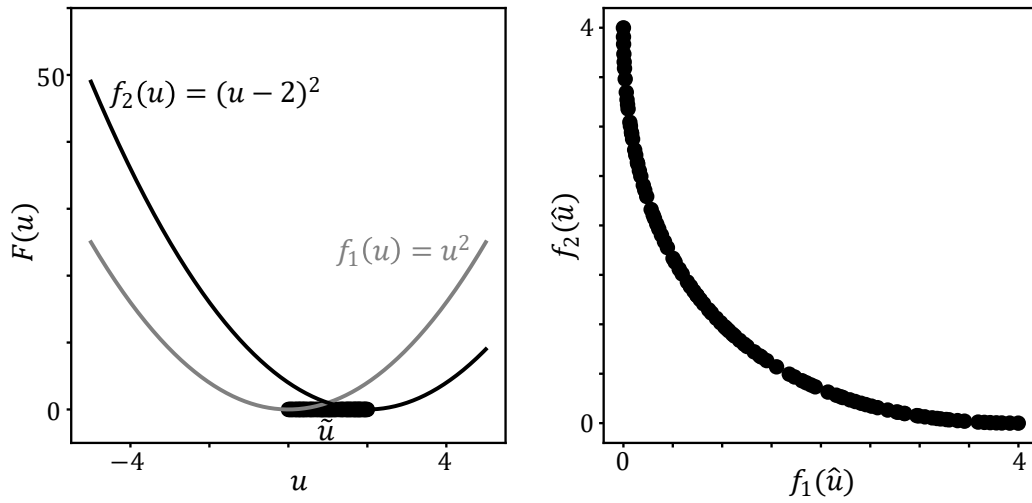


Abbildung 3.8: Mehrkriterielle Optimierung am Beispiel des *Schaffer-Problems* nach SCHAFER (1985) und HADKA (2017). Links: Pareto-optimaler Bereich $\tilde{u} = [0,2]$ im Parameterraum; Rechts: Pareto-Front für die Pareto-optimalen Entscheidungsvariablen $\hat{u} \in \tilde{u}$

Multikriterielle Optimierungsprobleme lassen sich nach EHRGOTT (2005), PAPAGEORGIOU et al. (2015) und SIEBERTZ et al. (2017) a priori durch gewichtete Summen- oder Produktbildung in einkriterielle Optimierungsprobleme überführen. Die Zielfunktion bei gewichteter Summenbildung besitzt dann die folgende Form:

$$F(\mathbf{u}) = \sum_{i=1}^{n_Q} w_i \cdot f_i(\mathbf{u})$$

mit

$$\sum_{i=1}^{n_Q} w_i = 1 \quad (3.46)$$

und

$$\mathbf{u} \in \mathbb{R}^{n_F}$$

Vor der eigentlichen Optimierung muss darin die Relevanz der einzelnen Zielfunktionen durch Gewichte festgelegt werden. Je nach Wahl der Gewichte resultiert dann eine bestimmte Pareto-optimale Entscheidungsvariable $\hat{\mathbf{u}}$ bzw. ein Punkt der Pareto-Front.

Optimierung unter Unsicherheit

Obiges deterministisches statisches Optimierungsproblem (Gleichung (3.43)) wird durch Berücksichtigung von unsicheren Parametern aus einem Unsicherheitsset $\mathbf{x} \in \mathbf{X}(\varepsilon) \subset \mathbb{R}^{n_x}$, respektive Realisierungen von Zufallsvariablen, zu einem Optimierungsproblem unter Unsicherheit, welches angelehnt an PARK et al. (2006), BEN-TAL et al. (2009) und BEYER & SENDHOFF (2007) geschrieben werden kann als:

$$\min_{\mathbf{u} \in \mathbb{R}^{n_F}} f(\mathbf{u}, \mathbf{x})$$

unter Berücksichtigung von

(3.47)

$$\begin{aligned} \mathbf{h}(\mathbf{u}, \mathbf{x}) &\leq \mathbf{0}, & \mathbf{h}, \mathbf{0} &\in \mathbb{R}^{n_h} \\ \mathbf{LB} \leq \mathbf{u}_x &\leq \mathbf{UB}, & \mathbf{LB}, \mathbf{UB} &\in \mathbb{R}^{n_F} \end{aligned}$$

Darin sind $f(\mathbf{u}, \mathbf{x})$ die Zielfunktion und $\mathbf{h}(\mathbf{u}, \mathbf{x})$ sowie $\mathbf{LB} \leq \mathbf{u}_x \leq \mathbf{UB}$ die Ungleichungsnebenbedingungen mit unsicherer Entscheidungsvariable $\mathbf{u}_x$ für jeweils eine Realisierung der Zufallsvariablen bzw. ein Szenario $\mathbf{x}$ aus einem Unsicherheitsbereich $\mathcal{E}$. Für sämtliche Szenarien resultiert demnach eine Sammlung von Optimierungsproblemen.

Das robuste Gegenstück (*Robust Counterpart*) zum unsicheren Optimierungsproblem ist in BEN-TAL et al. (2009) und BEYER & SENDHOFF (2007) gegeben als:

$$\min_{\mathbf{u} \in \mathbb{R}^{n_F}} F(\mathbf{u}, \mathbf{X}(\mathcal{E}))$$

mit

$$F(\mathbf{u}, \mathbf{X}(\mathcal{E})) = \sup_{\mathbf{x} \in \mathbf{X}(\mathcal{E})} f(\mathbf{u}, \mathbf{x})$$

unter Berücksichtigung von

$$H(\mathbf{u}, \mathbf{X}(\mathcal{E}))$$

(3.48)

mit

$$H(\mathbf{u}, \mathbf{X}(\mathcal{E})) = \{\mathbf{h}(\mathbf{u}, \mathbf{x}) \leq \mathbf{0}, \quad \mathbf{h}, \mathbf{0} \in \mathbb{R}^{n_h} \forall \mathbf{x} \in \mathbf{X}(\mathcal{E})\}$$

und

$$\mathbf{u}_x$$

mit

$$\mathbf{u}_x = \{\mathbf{LB} \leq \mathbf{u}_x \leq \mathbf{UB}, \quad \mathbf{LB}, \mathbf{UB} \in \mathbb{R}^{n_F} \forall \mathbf{x} \in \mathbf{X}(\mathcal{E})\}$$

Hierbei wird der maximale Funktionswert, respektive das Worst-Case-Szenario *WCS*, der Zielfunktion unter Berücksichtigung der Ungleichungsnebenbedingungen für sämtliche Szenarien aus dem vorgegebenen Unsicherheitsbereich $\mathcal{E}$ minimiert, weshalb diese Formulierung auch unter den Namen Min-Max-Robustheitsproblem bzw. strikte robuste Optimierung geläufig ist. Die Zulässigkeit (*Feasibility*) und damit auch Zuverlässigkeit (*Reliability*) der Lösung für das schlimmste Szenario wird dabei durch die Nebenbedingungen sichergestellt. Als Nachteil der Worst-Case-Optimierung werden die äußerst konservativen Lösungen in Bezug zum deterministischen Verhalten genannt, insbesondere dann, wenn die Spanne des Unsicherheitsbereichs bzw. der Zufallsvariable sehr groß ist. Vorteilhaft ist jedoch, dass die Wahrscheinlichkeitsverteilungen der Zufallsvariablen nicht bekannt sein müssen und die Lösungen zudem immer zulässig bzw. zuverlässig sind. (vgl. BEYER & SENDHOFF (2007), BEN-TAL et al. (2009)). Möglich ist wiederum die Optimierung einer Zielfunktion $F(\mathbf{u}, \mathbf{x}) = f(\mathbf{u}, \mathbf{x})$ oder die gleichzeitige Optimierung mehrerer Zielfunktionen $F(\mathbf{u}, \mathbf{x}) = (f_1(\mathbf{u}, \mathbf{x}) \dots f_{n_Q}(\mathbf{u}, \mathbf{x}))^T$ (vgl. EHRGOTT et al. (2014)).

Anstelle der Bewertung des Worst-Cases können als Zielfunktionen gemäß KOUVELIS & YU (1997) ebenso die Abweichungen zwischen Funktionswert und Best-Case für alle Szenarien innerhalb der auftretenden Unsicherheitsspanne $\mathcal{E}$ genutzt werden:

$$F(\mathbf{u}, \mathbf{X}(\mathcal{E})) = \sup_{\mathbf{x} \in \mathbf{X}(\mathcal{E})} (f(\mathbf{u}, \mathbf{x}) - \inf_{\mathbf{x} \in \mathbf{X}(\mathcal{E})} f(\mathbf{u}, \mathbf{x})) \quad (3.49)$$

Dieser Ansatz ist auch als Min-Max-Regret-Ansatz bzw. *Robust Deviation Decision* bekannt. Durch diesen Ansatz kann die Konservativität gegebenenfalls etwas reduziert werden.

Um diese deutlicher zu begrenzen, ist die Kenntnis der Wahrscheinlichkeitsverteilungen der Zufallsvariablen hilfreich. Damit wird eine wahrscheinlichkeitstheoretische Beurteilung der Einhaltung der Randbedingungen bzw. der Zuverlässigkeit R möglich (vgl. beispielsweise PARK et al. (2006), BEYER & SENDHOFF (2007)):

$$R = P(h(\mathbf{u}, \mathbf{X}(\mathcal{E})) \leq 0) \quad (3.50)$$

Die Zuverlässigkeit kann also umso besser abgeschätzt werden, je detaillierter die Informationen über die Zufallsvariablen sind. Durch Angabe eines unteren Grenzwerts R_{min} kann der Grad der Aufweichung der Randbedingungen eingestellt werden:

$$R = P(h(\mathbf{u}, \mathbf{X}(\mathcal{E})) \leq 0) \geq R_{min} \quad (3.51)$$

Ebenfalls findet man die Definition über die Ausfallwahrscheinlichkeit *PoF* (*Probability of Failure*) (vgl. beispielsweise HARDIN et al. (2015)):

$$PoF = P(h(\mathbf{u}, \mathbf{X}(\mathcal{E})) > 0) \leq PoF_{max} \quad (3.52)$$

Der von BERTSIMAS & SIM (2004) vorgeschlagene Ansatz beinhaltet eine dementsprechende Zuverlässigkeitsbetrachtung. Mittels eines freien Parameters Γ kann dabei die Anzahl der simultan variierenden unsicheren Parameter begrenzt werden. Die Auswirkungen der damit einhergehenden Ausfallwahrscheinlichkeit auf das nominale Verhalten bezeichnen die Autoren als *Preis der Robustheit*.

Zur Schätzung der Zuverlässigkeit wird häufig die Beschreibung der Wahrscheinlichkeitsverteilungen anhand der Lage- und Streumaße Erwartungswert μ und Standardabweichung σ der Standardnormalverteilung verwendet. Die Randbedingungen eines Optimierungsproblems werden zu:

$$R = P(h(\mathbf{u}, \mathbf{X}(\mathcal{E})) \leq 0) \geq R_{min}, \mu(\mathbf{u}, \mathbf{Z}(\mathcal{E})) + z \cdot \sigma(\mathbf{u}, \mathbf{Z}(\mathcal{E})) \leq 0$$

mit

$$(3.53)$$

z -Wert bzw. Zuverlässigkeitsindex gemäß Tabelle 3.1

Die Berücksichtigung der Zuverlässigkeit innerhalb eines deterministischen Optimierungsproblems ist auch unter dem Namen *Reliability Based Design Optimization* bekannt. Wird hingegen eine unsichere Zielfunktion bei deterministischen Randbedingungen betrachtet, spricht man von einer *Robust Design Optimization*. Auch hierin kann eine wahrscheinlichkeitstheoretische Herangehensweise auf Basis der Lage- und Streumaße Erwartungswert und Standardabweichung oder aber Median und Quantildifferenz zwecks Abmilderung des Worst-Case-Maßes eingesetzt werden.

Mögliche Zielfunktionen in Gleichung (3.48) sind (vgl. auch RHEIN (2014) sowie Abschnitt 3.1.2):

$$F(\mathbf{u}, \mathbf{X}(\mathcal{E})) = \sigma(\mathbf{u}, \mathbf{X}(\mathcal{E})) \quad (3.54)$$

$$F(\mathbf{u}, \mathbf{X}(\mathcal{E})) = [\mu(\mathbf{u}, \mathbf{X}(\mathcal{E})), \sigma(\mathbf{u}, \mathbf{X}(\mathcal{E}))] \quad (3.55)$$

$$F(\mathbf{u}, \mathbf{X}(\mathcal{E})) = \mu(\mathbf{u}, \mathbf{X}(\mathcal{E})) + \sigma(\mathbf{u}, \mathbf{X}(\mathcal{E})) \quad (3.56)$$

$$F(\mathbf{u}, \mathbf{X}(\mathcal{E})) = IQA(\mathbf{u}, \mathbf{X}(\mathcal{E})) \quad (3.57)$$

$$F(\mathbf{u}, \mathbf{X}(\mathcal{E})) = [Md(\mathbf{u}, \mathbf{X}(\mathcal{E})), IQA(\mathbf{u}, \mathbf{X}(\mathcal{E}))] \quad (3.58)$$

$$F(\mathbf{u}, \mathbf{X}(\mathcal{E})) = Md(\mathbf{u}, \mathbf{X}(\mathcal{E})) + \frac{IQA}{2}(\mathbf{u}, \mathbf{X}(\mathcal{E})) \quad (3.59)$$

$$F(\mathbf{u}, \mathbf{X}(\mathcal{E})) = \frac{S}{N} = 10 \cdot \log_{10} \left(\frac{\mu(\mathbf{u}, \mathbf{X}(\mathcal{E}))^2}{\sigma(\mathbf{u}, \mathbf{X}(\mathcal{E}))^2} \right) \quad (3.60)$$

Die vorgestellten ein- bzw. mehrkriteriellen Ansatzfunktionen ermöglichen also die Reduktion der Konservativität der Worst-Case-Methode. Werden in diesem Zusammenhang sowohl die Streuungen minimiert als auch die Zuverlässigkeit

$$H(\mathbf{u}, \mathbf{X}(\mathcal{E})) = \{\mathbf{R} = \mathbf{P}(\mathbf{h}(\mathbf{u}, \mathbf{X}(\mathcal{E})) \leq \mathbf{0}) \geq \mathbf{R}_{min}\} \quad (3.61)$$

berücksichtigt, bezeichnet man die unsichere Optimierung nach BEYER & SENDHOFF (2007) als *Reliability Based Robust Design Optimization*.

Gleichung (3.60) beschreibt das „Zielwert bzw. Nominale“ - Signal- zu Rauschverhältnis $\frac{S}{N}$ (*Signal-to-Noise-Ratio, SNR*) von *Taguchi*. Die Methode von *Taguchi* ist in der Produktionstechnik und insbesondere im Qualitätsmanagement sehr weit verbreitet. Für *Taguchi* war Robustheit zunächst die maximale Unempfindlichkeit der Zielgrößen gegenüber Unsicherheiten in den Eingangsgrößen. Da in seiner Methode jede Abweichung der Zielgrößen vom Zielwert mittels einer quadratischen Kostenfunktion bestraft wurde, suchte er, nicht mit Hilfe eines Optimierers sondern unter Einsatz speziell entwickelter teilfaktorieller Versuchspläne (s. Abschnitt 3.1.3), u. a. auf Basis des vorgestellten Signal- zu Rauschverhältnisses nach robusten und zuverlässigen Designs mit möglichst geringer Streubreite um den Zielwert (vgl. BEYER & SENDHOFF (2007), KLEPPMANN (2013), TAGUCHI & PHADKE (1989)).

Abbildung 3.9 fasst die Formulierungen zur einkriteriellen deterministischen Optimierung sowie zur einkriteriellen Optimierung unter Unsicherheit mit Fokus auf der strikten robusten Optimierung abschließend grafisch zusammen. Betrachtet man die eingezeichneten Unsicherheitsbereiche aus wahrscheinlichkeitstheoretischer Sicht, können daraus auch die weiteren Ausführungen abgeleitet werden.

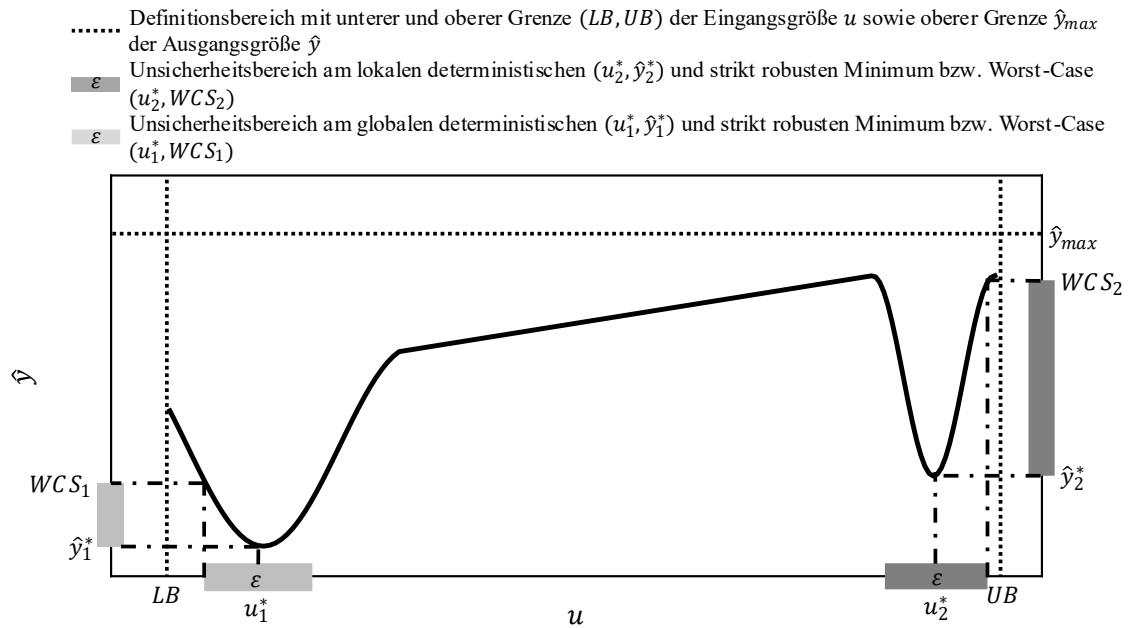


Abbildung 3.9: Globale und lokale deterministische sowie strikt robuste Optima (vgl. auch RHEIN (2014))

Lösungsmethoden

Zur Lösung von Optimierungsaufgaben können nach PAPAGEORGIOU et al. (2015) verschiedene numerische Verfahren genutzt werden, wobei die Auswahl in Abhängigkeit der Problemstellung getroffen werden sollte. Im Zuge dessen spielen die Differenzierbarkeit, die (Nicht-) Linearität, die Konvexität sowie die Restriktionen der Zielfunktionen eine Rolle. Die Verfahren werden in

- deterministische, ableitungsfreie Verfahren wie z. B.
 - das Nelder-Mead-Verfahren,
- deterministische, ableitungsbehaftete Verfahren wie z. B.
 - das Gradienten-Verfahren oder
 - die Sequentielle Quadratische Programmierung sowie
- stochastische, metaheuristische, ableitungsfreie Verfahren wie z. B.
 - die evolutionären Algorithmen

eingeteilt.

Obwohl bei den deterministischen Verfahren das globale Minimum nur bei geeigneter Wahl des Startpunkts gefunden wird, wird in dieser Arbeit auch auf die Sequentielle Quadratische Programmierung (SQP) zurückgegriffen. Im Rahmen der Methode wird ein nichtlineares Optimierungsproblem durch sukzessive Lösung approximierter quadratischer Unterprobleme gelöst. Die Lösung der quadratischen Subprobleme erfolgt mittels Active-Set-Verfahren. Um die Chancen der Detektion eines globalen Minimums der nichtlinearen Zielfunktion mit der SQP zu erhöhen, bietet sich eine Mehrfachausführung mit zufälligen bzw. stochastischen Startwerten an. (s. ebenso SHI (2012))

Daneben können ebenfalls ganzheitliche stochastische Verfahren in Form von evolutionären Algorithmen zum Auffinden globaler Optima eingesetzt werden.

Der prinzipielle Verfahrensablauf eines evolutionären Algorithmus gliedert sich, wie in Abbildung 3.10 gezeigt, in die Schritte Initialisierung, Evaluation (Bewertung der Fitnessfunktion), Selektion, Rekombination und Mutation. Mit Ausnahme des Initialisierungsschritts werden die Schritte bis zur Erfüllung eines Abbruchkriteriums, zumeist in Form einer Kombination aus Lösungsgenauigkeit und maximalen Iterationschleifen, ausgeführt. (vgl. z. B. POHLHEIM (2000) und WEICKER (2015)). Die Grundlagen der verwendeten Algorithmen *Differential Evolution* für einkriterielle Optimierungsprobleme und *Non-dominated Sorting Genetic Algorithm II* (NSGA-II) für mehrkriterielle Optimierungsprobleme werden hier kurz erläutert.

Differential Evolution von STORN & PRICE (1997)

Beginnend mit der sogenannten Anfangspopulation, bestehend aus zufällig - beispielsweise auf Basis eines *Latin Hypercube Designs* (VIRTANEN et al. (2020)) - gewählten Zielvektoren des Parameterraums (Individuen), wird für jeden dieser Vektoren die zu minimierende Zielfunktion (Fitnessfunktion) evaluiert. In Abhängigkeit von der Auswahlstrategie wird anschließend für jedes Individuum durch Linearkombination eines Basisvektors mit einem Differenzvektor unter Berücksichtigung eines Mutationsparameters ein Vektor aus zufällig gewählten Individuen der Population gebildet und durch darauffolgende Rekombination mit dem betrachteten Individuum zu einem neuen Testvektor zusammengesetzt. Falls die Fitness des erzeugten Testvektors besser ist als die Fitness des aktuellen Individuums, wird das aktuelle Individuum in der nächsten Generation durch den Testvektor ersetzt.

NSGA-II von DEB et al. (2000, 2002)

Die Initialisierung des Algorithmus erfolgt mit einer zufällig gewählten Anfangspopulation. Die Individuen werden gemäß ihrer Dominanz sortiert. Dominanz bedeutet, dass

- sämtliche Funktionswerte (Fitnessfunktionen) eines Individuums besser oder mindestens gleich der Fitnessfunktionen der anderen Individuen sind und
- die Fitnessfunktionen der anderen Individuen in wenigstens einer Fitness- bzw. Zielfunktion übertrifft.

Den sortierten Individuen wird im Zuge dessen ein Rang zugewiesen. Durch Rekombination und Mutation der fittesten Individuen wird eine Population von Nachkommen (*Offspring Population*) gleicher Größe erzeugt und mit der vorherigen Population vereint. Im Anschluss an diese Startsequenz werden die Individuen der vereinten Population wiederum sortiert. Neben dem Rang wird nun jedem Individuum zusätzlich seine Distanz (*Crowding Distance*) zu den übrigen Individuen im Raum der Zielfunktionen zugeordnet. Die fittesten Individuen der Population werden anschließend entsprechend mittels Rang und Distanz ausgewählt, wobei die Anzahl der Individuen der Größe der Anfangspopulation entspricht. Diese bilden die neue Generation, aus der dann erneut die Population der Nachkommen generiert wird.

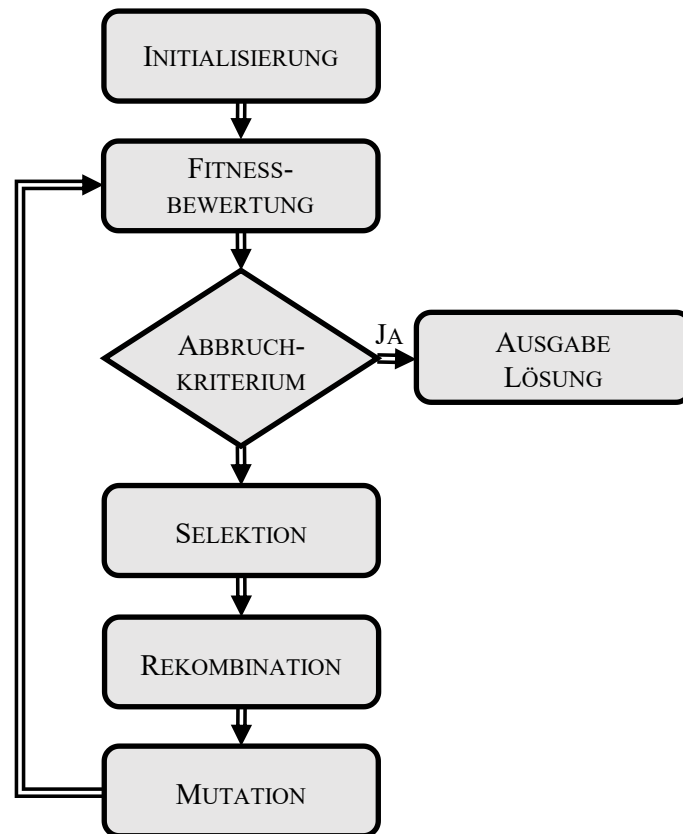


Abbildung 3.10: Vereinfachte Darstellung des Ablaufs eines evolutionären Algorithmus in Anlehnung an POHLHEIM (2000) und WEICKER (2015)

Nachdem in diesem Kapitel die wesentlichen Grundlagen der statistischen Versuchsplanung erläutert wurden, wird im folgenden Abschnitt 3.2 mit der Gießprozesssimulation ein weiteres wichtiges Hilfsmittel zur Auslegung des Niederdruck-Kokillen-Gießprozesses vorgestellt.

3.2 Gießprozesssimulation

Die Gießprozesssimulation bietet erfahrungsgemäß eine kosteneffiziente Möglichkeit, die Herstellbarkeit eines Gussteils vor dem Hintergrund des Zielkonflikts zwischen Kosten, Zeit und Qualität zu analysieren. Darauf basierend können prozesstechnische und/oder konstruktive Optimierungen vorgenommen werden.

Zwecks virtueller Analyse und Optimierung des Gießprozesses müssen nach BÜHRIG-POLACZEK et al. (2014) entsprechend die komplexen physikalischen Zusammenhänge während der Formfüllung sowie Erstarrung abgebildet werden. Dafür wird ein gekoppeltes System von partiellen Differentialgleichungen bestehend aus Kontinuitäts-, Navier-Stokes-, Energie-, Wärmeleitungs-, Festkörpergleichgewichts- sowie Diffusionsgleichungen mittels numerischer Berechnungsverfahren auf Basis der Finite-Elemente- sowie der Finite-Volumen-Methode gelöst.

Im Präprozessor wird die Gussteil- und Kokillengeometrie in die finiten Elemente bzw. finiten Volumina zerlegt. Dieser Schritt ist auch als Vernetzung bekannt. Daneben wird

die Materialdatenauswahl getroffen. Dazu gehört die Festlegung der Werkstoffzusammensetzungen und die damit gekoppelten (thermo-) physikalischen Größen. Weiterhin werden Anfangs- und Randbedingungen gesetzt, welche zur vollständigen Lösung der Differentialgleichungen notwendig sind. Außerdem werden die Maschinenparameter definiert, zweckmäßigerweise virtuelle Thermoelemente zur Temperaturüberwachung an bestimmten Positionen innerhalb der virtuellen Kokille eingebracht sowie Auswertgebiete (*Evaluation Area, Region of Interest*) einschließlich der zu analysierenden Qualitätsmerkmale festgelegt. Liegen alle Informationen vor, kann die Gießprozesssimulation gestartet werden. Der Solver löst daraufhin das Gleichungssystem unter Berücksichtigung des verfahrensspezifischen Aufheizverhaltens der Kokille. In Abhängigkeit der gewählten Diskretisierungsfeinheit und damit auch der Berechnungsgenauigkeit kann die Lösung des Gleichungssystems mehrere Stunden in Anspruch nehmen. Als Ergebnisse stehen die Bewertungskriterien u. a. die Gussteil- und Kokillentemperaturen sowie die ausgewählten füll- und erstarrungsbedingten Fehlstellen in den Regions of Interest zur Verfügung. Die Kokillentemperaturen können sowohl in Form eines Temperaturfelds als auch in Form von Temperaturverläufen an den virtuellen Messstellen enthalten sein. Die Gesamtheit der Ergebnisse werden abschließend mittels des Postprozessors grafisch aufbereitet.

Trotz der Weiterentwicklung der Gießprozesssimulation hinsichtlich der Modellbildung auf verschiedenen Skalenebenen, der Modellierung vor- und nachgelagerter Prozesse, der Ermittlung neuer Bewertungskriterien zur Fehlstellenanalyse oder aber der Abbildung detaillierterer zeitlicher Abläufe ist noch eine teilweise deutliche Diskrepanz zur Praxis festzustellen. Abbildung 3.11 zeigt exemplarisch die simulierten und real gemessenen Anfangskokillentemperaturen während einer Serienproduktion.

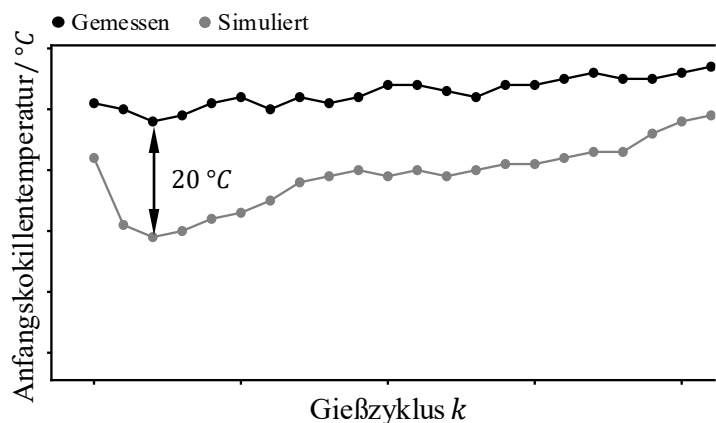


Abbildung 3.11: Verlauf der simulierten vs. der gemessenen Temperaturen zu Beginn eines jeweiligen Gießzyklus (Simulierte vs. gemessene Anfangskokillentemperaturen)

Als ursächlich können die numerischen Ungenauigkeiten, die beschränkte Kenntnis der thermophysikalischen Parameter sowie Abweichungen der virtuellen und realen Messstellen angesehen werden. Dennoch ist die Gießprozesssimulation, vorteilhaft gekoppelt mit statistischer Versuchsplanung, ein hilfreiches Instrument zum Erkenntnisgewinn über das Systemverhalten sowie zur Abschätzung der Gießbarkeit.

3.3 Relevante Forschungsarbeiten

Die Prozessauslegung, die Prozessüberwachung sowie die Prozessführung zur Produktivitäts- und Qualitätsoptimierung gewinnen bedingt durch die Digitalisierung und die Forderung nach ressourcenschonender Fertigung weiter an Bedeutung. Dieser Trend lässt sich auch für die Gießereiindustrie erkennen, wobei bezüglich des Niederdruck-Kokillengießens allerdings nur eine überschaubare Anzahl an Forschungsarbeiten mit datenbasierten Ersatzmodellen existiert. Diese sind in nachfolgender Tabelle 3.2 chronologisch zusammengefasst.

Tabelle 3.2: Forschungsarbeiten zur datenbasierten Optimierung des Niederdruck-Kokillen-Gießprozesses

Quelle	DOERMANN OSUNA (2009)	SHI (2012)	ZHANG & WANG (2013)	SHAHANE et al. (2020)
Ziel	QM-System / Arbeitspunkt	Virtuelle Regelung	Virtueller Arbeitspunkt	Virtueller Arbeitspunkt
Eingänge	Messbare Parameter	Hauptzeit, Nebenzeit, Kühlzeit, Gießtemperatur	Druckanstieg, Gieß- / Kokillen- temperatur,	Gieß- / Kokillen- temperatur
Ausgänge	Angussfehler	Porosität, Zykluszeit	Temperatur- differenz, Füllung, Füllzeit	Erstarrungszeit, Korngröße, Streckgrenze
DoE	Vollfaktoriell	teil- und vollfaktoriell	teilmfaktoriell	Latin Hypercube Design
Modell- Struktur	u.a. Neuronale Netze	Polynom / Linear	Neuronale Netze	Neuronale Netze
Optimierung	Einkriteriell (deterministisch)	Einkriteriell (deterministisch)	Einkriteriell (deterministisch)	Mehrkriteriell (robust)

DÖRMANN OSUNA (2009) entwickelte einen Ansatz für ein prozessintegriertes Qualitätsregelungssystem für ein Reihensechszylinderkurbelgehäuse. Das Regelungssystem bestand sowohl aus einem reaktiven als auch einem präventiven Regelkreis. Im Rahmen der Qualitätsregelung wurden angussnahe Fehlstellen betrachtet. Zur datengetriebenen Modellbildung zwischen den aufgezeichneten Einflussgrößen sowie klassifizierten Angussfehlern im reaktiven Regelkreis wurden Entscheidungsbäume sowie regelbasierte Verfahren, welche allesamt anhand historischer Daten trainiert wurden, auf ihre Eignung untersucht. Zusätzlich zu den historischen Daten wurden basierend auf

einer statistischen Versuchsplanung, in welcher die Grundplattentemperatur variiert wurde, die Modelle validiert, um regelbasiert neue Sollwerte für den Prozess und damit ein Prozessfenster bezüglich der Angussfehler abzuleiten. Im präventiven Regelkreis bezog der Autor zur Modellbildung zusätzlich noch die logistische Regression sowie künstliche neuronale Netze in die Untersuchung ein. Ziel war die Vorhersage der Angussfehler für aktuelle Produktionsdaten und die damit verbundene Einstellung der Prüfschärfe. Das Qualitätsregelungssystem konnte erfolgreich im Rahmen der Serienfertigung bestätigt werden. Als Ausblick wies er insbesondere auf eine Verkürzung der Prozessentwicklungszeiten durch Einsatz des Ansatzes in der Vorentwicklungsphase und die damit verbundene Schwierigkeit von geringen Datenmengen mit hohem Informationsgehalt hin.

SHI (2012) erarbeitete auf Basis eines virtuellen Gießprozesses an einem vereinfachten Gussteil eine modellbasierte Regelung zur Minimierung der gewichteten Summe (vgl. Gleichung (3.46)) aus erstarrungsbedingter Fehlstellenfläche und Zykluszeit. Die Simulation des Gießprozesses erfolgte mittels der kommerziellen FEM-Software *ABAQUS*, wobei zur Reduzierung der Rechenzeit die Formfüllung vernachlässigt und die Bauteilsymmetrie ausgenutzt wurde. Anhand der validierten Simulation führte sie zunächst ein Screening zum Auffinden signifikanter Maschinenparameter und deren Einstellbereiche mittels eines teilfaktoriellen Versuchsplans durch. Im Zuge dessen wurde die Simulation für die Parameterkombinationen ausgehend von einem konstanten initialen Kokillentemperaturfeld bis zum Erreichen des stationären Kokillentemperaturfelds ausgeführt. Die signifikanten Stellgrößen Haupt- und Kühlzeit wurden anschließend zwecks Identifikation in kleinen Schrittweiten bei konstanten Störgrößen Gießtemperatur und Nebenzeit vollfaktoriell variiert und ebenfalls vom konstanten initialen Kokillentemperaturfeld bis zum Erreichen des stationären Zustands simuliert. In diesem Zusammenhang wurde zunächst der deterministische Sollwert im stationären Zustand ermittelt. Daran anschließend wurden mittels Sprungfunktionen in der Umgebung des Arbeitspunkts die dynamischen, (nicht-) linearen (Polynom-) Modelle zwischen den Stell- und Störgrößen sowie den zyklusbezogenen maximalen Kokillentemperaturen an verschiedenen virtuellen Thermoelementen identifiziert. Zusätzlich wurde ein lineares Regressionsmodell zwischen der Ausgangsgröße „Fläche der eingeschlossenen Schmelze“ als Indikator für Lunkerbildung und den Kokillentemperaturen vorgesehen. Die identifizierten Modelle wurden abschließend in der nichtlinearen modellprädiktiven Regelung innerhalb von *MATLAB* eingesetzt. Zur Demonstration des entwickelten Ansatzes wurden *MATLAB* und *ABAQUS* über einen *Perl*-Wrapper zu einem virtuellen Gießprozess gekoppelt. Im Rahmen der Validierung der modellbasierten Regelung analysierte die Autorin verschiedene Worst-Case-Szenarien wie die Variationen der Störgrößen und Wärmeübergangskoeffizienten sowie ein Kaltstart nach dem Aufheizen der Kokille mit Gasbrennern. Als Ausblick wurde die Einbeziehung weiterer Defekte sowie eine effizientere Versuchsplanung vorgeschlagen.

ZHANG & WANG (2013) stellten fest, dass bereits datengetriebene Ansätze für den Druckgießprozess existieren, im Bereich des Niederdruck-Kokillengießens allerdings diesbezüglich noch Forschungsbedarf herrscht. Daher übertrugen sie den Ansatz von KRIMPENIS et al. (2006) auf das Niederdruck-Kokillengießen. Als Eingangsgrößen

wurden die Metalltemperatur, die Anfangstemperaturen der Kokille sowie die Druckanstiegszeit, als Ausgangsgrößen die binäre Größe Fehlerexistenz sowie die kontinuierlichen Größen Füllzeit und maximale Temperaturdifferenz innerhalb des Gussteils gewählt. Im Rahmen der statistischen Versuchsplanung wurden die drei Faktoren auf jeweils 5 Stufen gemäß eines teilfaktoriellen Versuchsplans variiert. Die insgesamt 25 Versuchspunkte wurden mittels der Gießprozesssimulationsoftware *ProCAST* abgearbeitet. 20 dieser Datensätze wurden für das Training und 5 für die Validierung der eingesetzten künstlichen neuronalen Netze, die in *MATLAB* umgesetzt wurden, verwendet. Die Metamodelle nutzten die Autoren im Zuge einer einkriteriellen Optimierung. Die Rückführung des Mehrzielproblems auf ein Einzielproblem erfolgte durch gewichtete Summenbildung (vgl. Gleichung (3.46)) der drei modellierten Ausgangsgrößen. Unter Einsatz eines genetischen Algorithmus wurden anschließend die optimalen deterministischen Prozessparameterkombinationen ermittelt. Der optimale Parametersatz wurde abschließend sowohl am Simulationsmodell als auch in der Realität mit positivem Ergebnis validiert. Auffälligkeiten hinsichtlich weiterer Fehlstellen wie Lunker, Blasen, Verzug oder Risse waren nicht offensichtlich zu erkennen. Daher sehen die Autoren großes Potential in der Anwendbarkeit der Methode für kompliziertere Bauteilgeometrien.

SHAHANE et al. (2020) entwickelten einen Ansatz zur robusten Optimierung des Erstarrungsprozesses mittels numerischer Simulationen am Beispiel einer Klemmgeometrie. Bei der Optimierung des Erstarrungsprozesses wurde anhand der vollständigen Simulationen mit *OpenCast* für jede der betrachteten Ausgangsgrößen Erstarrungszeit, Mindeststreckgrenze sowie Korngröße in Abhängigkeit der Eingangsgrößen Gießtemperatur und Wandtemperaturen der Kokille ein separates neuronales Netz trainiert. Um der lokalen Variation der Wandtemperaturen Rechnung zu tragen, wurde die Kokille mittels *K-Means-Clustering* in 10 Bereiche aufgeteilt. Für das Training der neuronalen Netze wurden 500 zufällig generierte Versuchspunkte im Definitionsbereich der Eingangsgrößen genutzt. Die Validierung und das Testen erfolgte mit jeweils weiteren 200 Versuchspunkten. Diese Metamodelle wurden anschließend innerhalb der Mehrzieloptimierung mit dem NSGA-II-Algorithmus eingesetzt, um die optimalen Eingangsgrößen zu ermitteln. Als optimaler Arbeitspunkt wurde abschließend derjenige ausgewählt, welcher die geringste lokale Sensitivität der Ausgangsgrößen gegenüber Schwankungen in den Eingangsgrößen aufwies. Dazu wurden für jeden Punkt der Pareto-Front und jede Ausgangsgröße die partiellen Ableitungen bestimmt und aufsummiert. Die geringste lokale Sensitivität bzw. größte Robustheit besaß demnach der Pareto-optimale Punkt mit der geringsten Summe.

4 Zielsetzung und Vorgehensweise

Die bisherigen Forschungsarbeiten zeigen das Potenzial datengetriebener Modellbildung und Optimierung des Niederdruck-Kokillen-Gießprozesses anhand verschiedener virtueller und praktischer Beispiele auf. Auffällig ist, dass die Modelle mit stark variierender, vorab festgelegter Versuchsanzahl trainiert bzw. identifiziert werden und anschließend vornehmlich eine deterministische Optimierung zum Auffinden von Prozessparameterkombinationen angesetzt wird. Darüber hinaus ist eine praxisorientierte ganzheitliche Systembeschreibung zwecks Auslegung des Gießprozesses zur industriellen Fertigung von Gussteilen (vgl. Kapitel 2) nur bedingt gegeben.

Insbesondere hinsichtlich der Optimierung von Gießprozessen kommen auch CHAUDARI & VASUDEVAN (2020) zu dem Ergebnis, dass die Zuverlässigkeit bei Auftreten von Prozessschwankungen nur in wenigen Forschungsarbeiten wie beispielsweise HARDIN et al. (2015) oder YOURUI et al. (2016) berücksichtigt wurde.

Dementsprechend ist das Ziel dieser Arbeit die Beantwortung der folgenden Forschungsfrage:

Wie lässt sich für einen industriellen Niederdruck-Kokillen-Gießprozess unter Einhaltung prozesstechnischer Randbedingungen und Schwankungen möglichst effizient ein robuster und zuverlässiger Arbeitspunkt bezüglich der Ausschussquote in Kombination mit kurzen Zykluszeiten bei gegebenem Gussteil- und Kokillendesign finden?

Dazu wird ein standardisiertes, teilautomatisiertes Verfahren entwickelt, welches die Basis für ein selbstoptimierendes System legt. Das Verfahren beinhaltet die Methoden

- Versuchsplanung mit zur hinreichenden Modellierung des Systemverhaltens angepasster Versuchsanzahl unter Berücksichtigung von Ein- und Ausgangsbeschränkungen,
- Modellierung und Identifikation des statischen und dynamischen Systemverhaltens mittels lokaler Modellnetze,
- Robust-zuverlässige Mehrzieloptimierung unter Berücksichtigung der Systemdynamik

Somit eignet sich das Verfahren sowohl für den Einsatz in der virtuellen als auch in der praktischen robust-zuverlässigen Gießprozessauslegung, so dass durch eine intelligente Verknüpfung weitere Effizienzsteigerungen in der Entwicklungsphase erwartet werden können.

In nachfolgendem Kapitel 5 wird die Gesamtstrategie erläutert, bevor in Kapitel 6 anhand eines realen Gießprozesses die Demonstration der Leistungsfähigkeit erfolgt. Das abschließende Kapitel 7 befasst sich mit der Zusammenfassung und der Ableitung zukünftiger Forschungsbedarfe.

5 Robust-zuverlässige Prozessauslegung

In diesem Kapitel wird das neuartige, nicht-intrusive Verfahren zur effizienten Ermittlung eines robusten und zuverlässigen Arbeitspunkts für ein gegebenes Gussteil- und Kokillendesign vorgestellt.

Als Einführung wird dazu der aktuelle Ablauf der Produkt-, Werkzeug- und Prozessentwicklung erläutert. Danach wird kurz auf die Architektur der verwendeten *Industrial-Internet-of-Things* (IIoT)-Plattform, welche die Basis für die Datenverarbeitung im Zuge der Gießprozessauslegung bildet, eingegangen. Darauffolgend wird die gewählte Beschreibung des Systems „Niederdruck-Kokillen-Gießprozess“ beleuchtet. In den weiteren Abschnitten werden der prinzipielle Verfahrensablauf sowie die einzelnen Methoden vorgestellt.

5.1 Ablauf des Entwicklungsprozesses

Das derzeitige Design von Gussteil, Werkzeug und Prozess ist durch mehrere Iterationsschleifen gekennzeichnet (vgl. Abbildung 5.1).

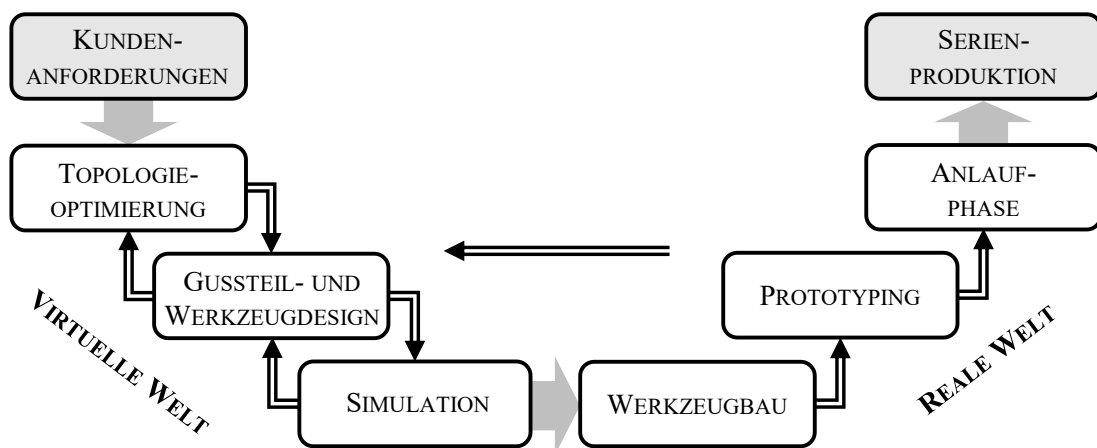


Abbildung 5.1: Ablauf der Gussteil-, Werkzeug- und Prozessentwicklung von den Kundenanforderungen bis zur Serie angelehnt an das V-Modell des mechatronischen Systementwurfs nach VDI/VDE 2206 (2021)

Ausgehend von den Kundenanforderungen wird nach FRANKE et al. (2017) typischerweise zunächst eine Topologieoptimierung durchgeführt. Innerhalb der Topologieoptimierung können neben den Steifigkeits- und Leichtbauanforderungen bereits einfache gießgerechte Konstruktionsregeln wie die Vermeidung von Hinterschnitten und definierte Wandstärken berücksichtigt werden. Eine gießgerechte Gestaltung von Gussteil und Werkzeug beinhaltet jedoch weitere geometrische Aspekte wie das Vorsehen von Formschrägen, Formteilungen und Aufmaßen sowie die Entwicklung eines

Gieß- und Speisungssystems bestehend aus Angüssen, Gießläufen, Anschnitten und Speisern. Darüber hinaus ist die Verknüpfung von Gussteil- und Werkzeugdesign mit dem Prozessdesign für die bestmögliche Erfüllung der Anforderungen relevant.

Die initiale, rudimentäre Gussteiltopologie wird daher iterativ in Richtung einer gieß- und anforderungsgerechten Konstruktion modifiziert. Dabei werden die erstellten CAD-Designs von Gussteil und Kokille mit Hilfe von Gießprozess- und Festigkeitssimulationen bezüglich der Gießbarkeit unter Einhaltung der geforderten Eigenschaften evaluiert. Obwohl erste Methoden zur Kopplung bzw. Integration der Simulationswerkzeuge mit der bzw. in die Topologieoptimierung zwecks automatisierter Auswahl eines optimalen Designs von FRANKE et al. (2017) und SCHOPEN (2022) entwickelt wurden, dominiert zumeist noch die erfahrungsbasierte, manuelle Vorgehensweise.

Ist ein zufriedenstellendes virtuelles Ergebnis erreicht, wird das Werkzeug einschließlich der Bohrungen für Kühlungen und Thermoelemente hergestellt, erste Prototypen gegossen und dem Kunden übergeben. Treten Änderungswünsche auf, wird mindestens eine weitere Iterationsschleife durchlaufen. Andernfalls wird mit der Anlaufphase begonnen, in welcher die reale Gießprozessauslegung durchgeführt wird. In dieser Phase können sich ebenfalls noch konstruktive Änderungen und damit weitere Iterationsschleifen ergeben.

5.2 Referenzarchitektur

Das Grundgerüst der Datenverarbeitung innerhalb des Verfahrens bildet das *Industrial-Internet-of-Things* (IIoT)-Plattform-Konzept in Abbildung 5.2. In diese vereinfachte, übergeordnete Referenzarchitektur soll das entwickelte Verfahren, umgesetzt als eigenständiges Softwaremodul mit den Submodulen Konfiguration, Preprocessing, DoE, Identifikation und Optimierung, eingebettet werden. Als Programmiersprache für das Softwaremodul (*Analysetool*) wird *Python* verwendet.

Zweck der IIoT-Plattform ist sowohl die Kopplung der physischen mit der virtuellen Welt (*Cyberphysisches System*) als auch der virtuellen Werkzeuge untereinander. Die Kopplung der verschiedenen Systeme über standardisierte Schnittstellen und die damit verbundene Möglichkeit des standardisierten Datenaustauschs sind bekanntermaßen die Basis für die Anwendung datengetriebener Methoden im Kontext von *Industrie 4.0*.

Ein mittlerweile etablierter Kommunikationsstandard ist die *Open Platform Communications Unified Architecture* (OPC UA). In der dargestellten IIoT-Plattform fungiert der *KEPServerEX* von PTC Inc. als *IIoT-Gateway*. Die Kommunikation zwischen Speicherprogrammierbarer Steuerung (SPS) der Niederdruck-Gießmaschine, den Qualitätsprüfpunkten (Q-Gates) und *IIoT-Gateway* erfolgt auf Geräteebene bzw. *Shop-Floor* mittels proprietärer Protokolle. Für die übergeordneten Systeme und Anwendungen stellt das *IIoT-Gateway* die Daten anschließend via OPC UA bereit. (vgl. PTC (2024))

Als übergeordnetes System zur Merkmalsextraktion sowie zur Datenspeicherung wird die Softwareplattform *Ignition* von INDUCTIVEAUTOMATION in Verbindung mit *Micro-*

soft SQL Server verwendet (vgl. INAUT (2024)). Darin werden die Rohdaten, die daraus extrahierten Merkmale wie beispielsweise die Anfangskokillentemperaturen sowie die gelernten Modelle in separaten Tabellen abgelegt.

Zukünftig ist vorgesehen, auch die Daten der Gießprozesssimulation darin vorzuhalten. Dazu wurde bereits eine Kommunikationsschnittstelle zur Gießprozesssimulationssoftware *MAGMASOFT* der MAGMA GIEßEREITECHNOLOGIE GMBH realisiert, welche im Rahmen dieser Arbeit jedoch noch nicht adäquat eingesetzt werden konnte.

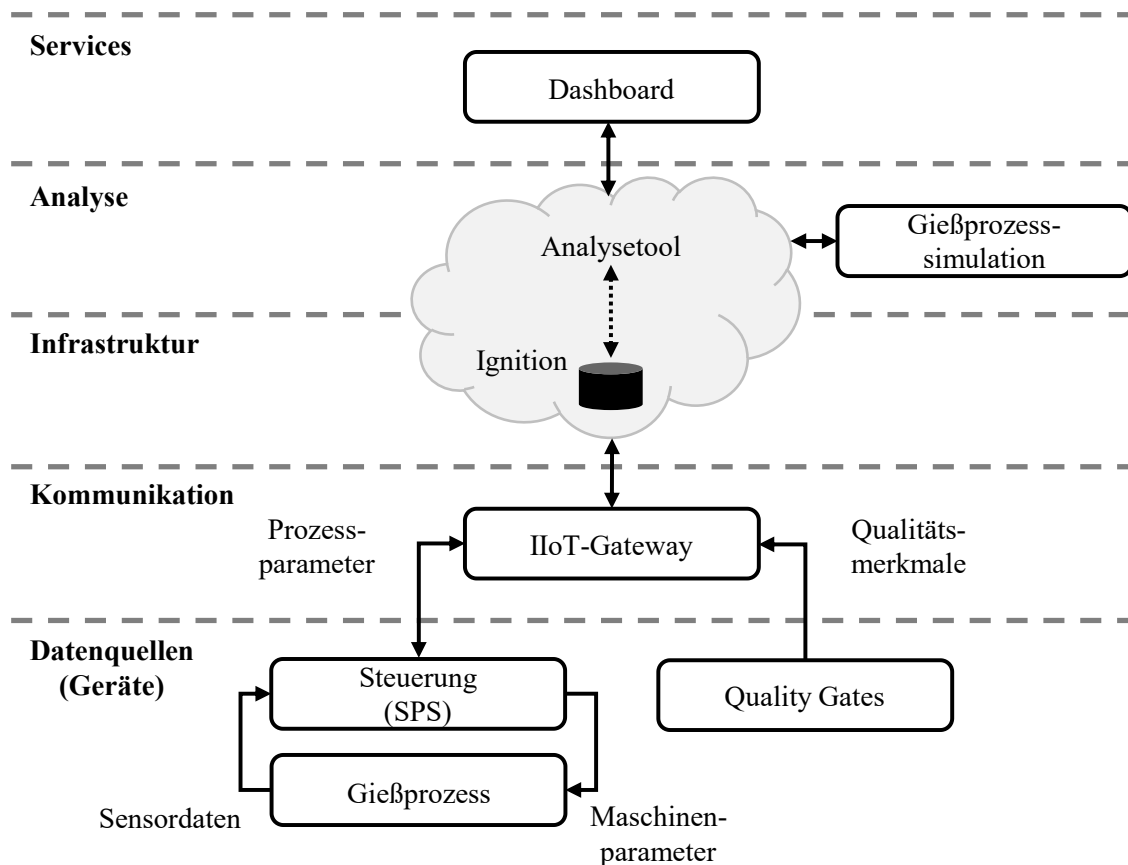


Abbildung 5.2: Architektur der eingesetzten *Industrial-Internet-of-Things* (IIoT)-Plattform angelehnt an DIN SPEC 91345 und KRAUSE et al. (2017)

5.3 Systembeschreibung

Der Niederdruck-Kokillen-Gießprozess kann grundsätzlich als stochastischer Prozess charakterisiert werden. Das dynamische Verhalten des Kokillentemperaturfelds wird sowohl innerhalb eines Gießzyklus als auch zyklenübergreifend durch die einstellbaren Maschinenparameter, die systematisch und zufällig einwirkenden Störgrößen sowie den aktuellen Systemzustand beeinflusst. Die zyklenübergreifende Änderung kann insbesondere an der Aufheizphase nach einem Ofenwechsel nachvollzogen werden. Der Ofenwechsel stellt eine systematische Störgröße dar, welche in regelmäßigen Abständen zu einer Veränderung der Nebenzeit und damit zu einer vom vorherrschenden Wärmehaushalt abhängigen Veränderung des Kokillentemperaturfelds führt. (vgl. Abschnitt 2.2.1)

Aus physikalischer Sicht kann das zeitlich und örtlich aufgelöste Kokillentemperaturfeld $\theta_M(x, t)$ gemäß BAEHR & STEPHAN (2019) sowie BÜHRIG-POLACZEK et al. (2014) mittels der instationären Wärmeleitungsgleichung (Gleichung (5.1)) modelliert werden, wobei die numerische Lösung im Rahmen der Gießprozesssimulation (vgl. Abschnitt 3.2) erfolgt.

$$\begin{aligned} \rho_M \cdot c_M \cdot \frac{\partial \theta_M}{\partial t} &= \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda_M \frac{\partial \theta_M}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda_M \frac{\partial \theta_M}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda_M \frac{\partial \theta_M}{\partial z} \right) + \dot{W}(\theta_M, x, t) \\ &= \text{div}[\lambda_M \cdot \text{grad } \theta_M] + \dot{W}(\theta_M, x, t) \end{aligned} \quad (5.1)$$

Darin sind ρ_M die konstante Dichte der Kokille in $\frac{kg}{m^3}$, c_M die temperaturabhängige spezifische Wärmekapazität der Kokille in $\frac{J}{kgK}$, θ_M die zeit- und ortsabhängige Kokillentemperatur in K , λ_M die temperaturabhängige Wärmeleitfähigkeit der Kokille in $\frac{W}{mK}$, (x, y, z) die Raumkoordinaten(-richtungen) in m , t die Zeit in s und $\dot{W}$ die Leistungsdichte durch innere Wärmequellen in $\frac{W}{m^3}$.

Zur vollständigen Beschreibung des Temperaturfelds fehlen noch die Anfangs- und Randbedingungen. Als Anfangsbedingung dient ein initiales Kokillentemperaturfeld θ_{M_I} , welches jedem Ort der Kokille eine definierte Temperatur zuordnet. Für die örtlichen Randbedingungen müssen sowohl die konvektive Wärmeübertragung bzw. die Wärmeleitung an der Grenzfläche zwischen Gussteil und Kokille

$$\lambda_{M_W} \cdot \left(\frac{\partial \theta_M}{\partial n} \right)_W = h_{C \rightarrow M} \cdot (\theta_C - \theta_{M_W}) \quad (5.2)$$

als auch die konvektive Wärmeübertragung im Zusammenspiel mit dem Strahlungsaustausch an der Grenzfläche zwischen Kokille und Umgebung

$$-\lambda_{M_W} \cdot \left(\frac{\partial \theta_M}{\partial n} \right)_W = (h_{konv} + \varepsilon_E \cdot \sigma_{SB} \cdot (\theta_{M_W}^2 + \theta_U^2) \cdot (\theta_{M_W} + \theta_U)) \cdot (\theta_{M_W} - \theta_U) \quad (5.3)$$

berücksichtigt werden.

In Gleichungen (5.2) und (5.3) sind λ_{M_W} die temperaturabhängige Wärmeleitfähigkeit unmittelbar an der Kokillenwand in $\frac{W}{mK}$, θ_{M_W} die zeit- und ortsabhängige Wandtemperatur der Kokille in K , $\left(\frac{\partial \theta_M}{\partial n} \right)_W$ die Richtungsableitung der Wandtemperatur der Kokille in Richtung der äußeren Flächennormalen in $\frac{K}{m}$, θ_C die zeit- und ortsabhängige Schmelze- bzw. Gussteiltemperatur in K , $h_{C \rightarrow M}$ der temperatur-, material-, oberflächen- und strömungsabhängige Wärmeübergangskoeffizient von der Schmelze bzw. dem Gussteil zur Kokille in $\frac{W}{m^2K}$, h_{konv} der konvektive Wärmeübergangskoeffizient in $\frac{W}{m^2K}$, $\varepsilon_E \leq 1$ der einheitenlose, temperatur-, material- und oberflächenabhängige Emissionsgrad, σ_{SB} die Stefan-Boltzmann-Konstante mit Wert $(5,670400 \pm 0,00004) \cdot 10^{-8}$ in $\frac{W}{m^2K^4}$ und θ_U die Umgebungstemperatur in K .

Die stochastische und/oder systematische Variation des Kokillentemperaturfelds hat unter Umständen Auswirkungen auf die Fehlerrate (z. B. TÖPFER (2004)) bzw. Ausschussrate/Ausschussquote (z. B. BRACKE (2016))

$$\text{Ausschussquote} = \frac{\text{Anzahl fehlerhafter Einheiten}}{\text{Anzahl produzierter Einheiten}} \quad (5.4)$$

als Kennzahl für die Prozessqualität sowie die Zykluszeit

$$\text{Zykluszeit} = \text{Hauptzeit} + \text{Nebenzeit} \quad (5.5)$$

als Kennzahl für die Produktivität. Insbesondere trifft diese Tatsache für dünnwandige Gussteile zu. Diese Ausgangsgrößen werden gewählt, da beide Größen Teil der Berechnung der Produktionskosten sind. Das Blockschaubild in Abbildung 5.3 demonstriert eine naheliegende und innerhalb des entwickelten Verfahrens betrachtete Ausprägung des dynamischen Systems „Niederdruck-Kokillen-Gießprozess“.

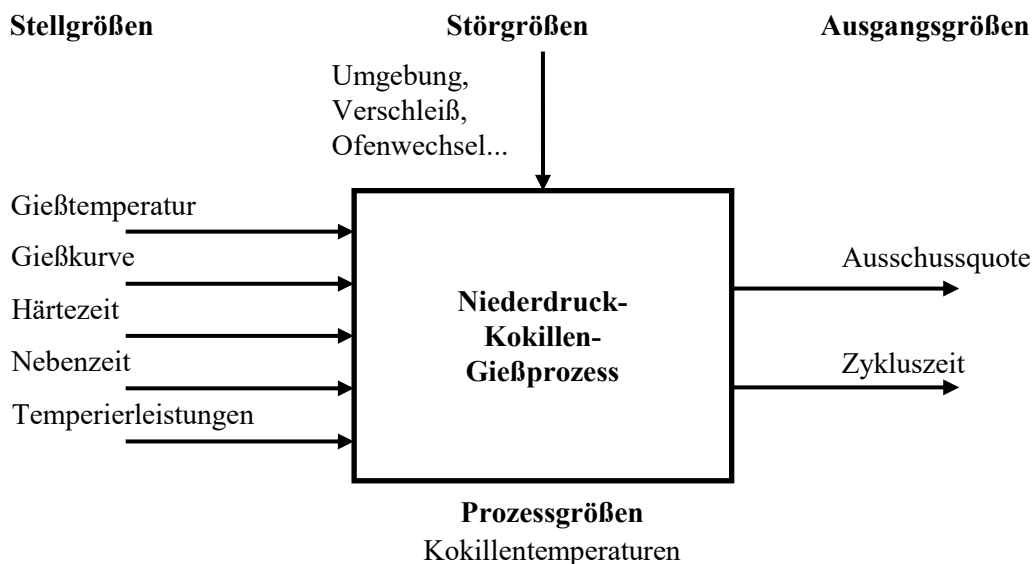


Abbildung 5.3: Gewählte Beschreibung des dynamischen Systems „Niederdruck-Kokillen-Gießprozess“

Die Variationen des Kokillentemperaturfelds bedingt durch die Maschinenparameter sowie Prozessstörungen und der Einfluss der Änderungen auf die Ausgangsgrößen werden im Zuge der robust-zuverlässigen Gießprozessauslegung sowohl in der virtuellen als auch realen Welt beachtet.

5.4 Verfahrensablauf

Der Ablauf der robusten und zuverlässigen Auslegung des Systems „Niederdruck-Kokillen-Gießprozess“ mit dem entwickelten *Analysetool* ist in Abbildung 5.4 aufgezeigt.

Während klassischerweise ein zuvor definierter Versuchsplan ungeachtet der tatsächlich notwendigen Anzahl von Versuchspunkten zur empirischen Modellbildung (teilweise) automatisiert abgearbeitet wird, um im Anschluss eine Optimierung durchzuführen, wird hier eine ganzheitliche sequentielle Strategie verfolgt. Diese kann als eine (rechenzeitreduzierende) Abwandlung einer direkten (robust-zuverlässigen) Optimierung auf Basis evolutionärer Algorithmen angesehen werden.

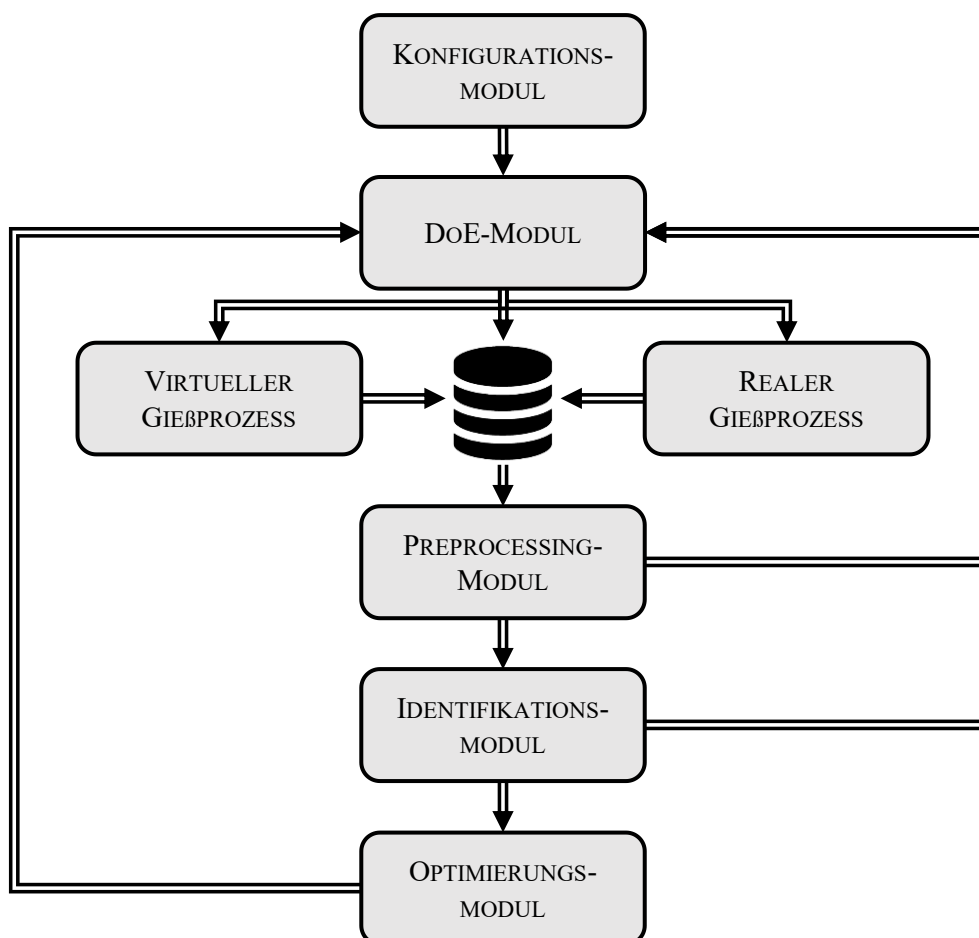


Abbildung 5.4: Prinzipieller Ablauf der robusten und zuverlässigen Auslegung des Niederdruck-Kokillen-Gießprozesses anhand des Zusammenspiels der Module des entwickelten *Analysetools*

Im Rahmen der sequentiellen Strategie wird in jedem Iterationsschritt ein Versuchspunkt im DoE-Modul berechnet und virtuell und/oder real vermessen, wobei allgemein mit der virtuellen Vermessung begonnen werden sollte. Der berechnete Versuchspunkt wird als Sollwert, der tatsächlich vermessene Versuchspunkt sowie die weiteren erfassten Parameter als Istwerte in der Datenbank abgelegt. Detektiert das Preprocessing-Modul eine ausreichende Menge an Trainingsdaten, wird im Identifikations-

Modul eine physikalisch-empirische Modellbildung der Qualitätsmerkmale, d. h. der aufgetretenen Fehlstellen am Gussteil, vorgenommen. Die Modelle werden anschließend validiert. Bei erfolgreicher Validierung wird die Optimierung unter Unsicherheit durchgeführt. Auf Basis der Ergebnisse wird im Anschluss entschieden, ob die Vermessung fortgesetzt oder eine Gussteil- und/oder Kokillendesignänderung eingeleitet wird.

Sequentielle Prozeduren sind bereits aus anderen Applikationen wie beispielsweise der Vermessung von Verbrennungsmotoren (vgl. HARTMANN (2014), KIANIFAR (2014), KOWALCZYK (2018)) oder aber auch von Urform- und Umformprozessen (vgl. HARDIN (2015), WIEBENGA (2014)) bekannt, werden hier aber um wesentliche prozessspezifische Aspekte erweitert. Die einzelnen Module des *Analysetools* werden in den folgenden Abschnitten erläutert.

5.5 Konfigurations-Modul

Zu Beginn der sequentiellen Prozedur müssen in der aktuell realisierten Form des *Analysetools* die groben theoretischen Einstellbereiche der Maschinenparameter für die statistische Versuchsplanung, die Anzahl an Gießzyklen je Gießofen, die Spezifikationsgrenzen für die Qualitätsmerkmale in den jeweiligen Gussteilbereichen sowie die erwarteten Unsicherheitsbereiche der Prozessparameter und gegebenenfalls für (thermo-) physikalische Parameter im Konfigurations-Modul gesetzt werden.

Eine benutzerfreundliche Eingabe der geforderten Einstellwerte kann mit einem interaktiven, webbasierten Dashboard ermöglicht werden. Einen Auszug zeigt Abbildung 5.5.

GLOBAL_PARAMETERS			
PRESSURE_TARGET	130	Lower_Limit	Upper_Limit
PTICURVE	10	Lower_Limit	Upper_Limit
PTHCURVE	100	Lower_Limit	Upper_Limit
CTIME	47	Lower_Limit	Upper_Limit
DOTIME	145	Lower_Limit	Upper_Limit

Abbildung 5.5: Festlegung der theoretischen Einstellbereiche der Maschinenparameter im Dashboard

Die Maschinenparameter unterliegen physikalischen und/oder maschinentechnischen und/oder bauteilspezifischen und/oder sicherheitstechnischen Grenzen. A priori be-

kannte Grenzen der Maschinenparameter werden im weiteren Verlauf als Eingangsbeschränkungen, a priori unbekannte Grenzen der Maschinenparameter als Ausgangsbeschränkungen bezeichnet.

Zur groben Abschätzung der theoretischen Einstellbereiche der Maschinenparameter kann auf bekannte physikalische Grundlagen und Gesetzmäßigkeiten, prozessbedingte Zusammenhänge oder aber auch auf Erfahrungswissen von ähnlichen Produkten zurückgegriffen werden. Die Grenzwerte für die Qualitätsmerkmale ergeben sich aus den Festigkeitssimulationen. Bezüglich der Festlegung der Unsicherheitsbereiche können Erfahrungswissen und gegebenenfalls Informationen der Maschinenhersteller genutzt werden. Die Unsicherheitsbereiche sollten mit Bedacht gewählt werden, da die Wahl Einfluss auf die robust-zuverlässige Optimierung hat (vgl. Abschnitt 3.1.5).

Im Folgenden werden physikalisch motivierte und prozessbedingte Ansätze zur groben Schätzung der Einstellbereiche der Maschinenparameter vorgeschlagen. Eine grafische und tabellarische Zusammenfassung der formelmäßigen Zusammenhänge wird in Abschnitt 5.5.4 gegeben.

5.5.1 Formfüllung

Durch Luftdruckbeaufschlagung des Gießofens erfolgt die Füllung der Form mit einer bestimmten Gießtemperatur. Im einfachsten Fall wird eine lineare Beziehung zwischen Gießdruck und Füllzeit angesetzt. Die Anpassung der Drucktrajektorie an große Querschnittssprünge zwecks turbulenzarmer Formfüllung ist durch Vorgabe mehrerer Druckstufen ebenfalls möglich.

Gießtemperatur

Als Gießtemperatur θ_C wird hier die Temperatur der Schmelze im Gießofen verstanden. Diese wird standardmäßig mit einem Thermoelement überwacht. Der Sollwert für die Gießtemperatur kann in der SPS der Gießmaschine vorgegeben werden. Die Festlegung der unteren und oberen Grenzen für die Gießtemperatur kann anhand von Materialdatenbanken geschehen.

So sollte die Gießtemperatur mindestens der Liquidustemperatur $\theta_{Liquidus}$ der eingesetzten Aluminiumlegierung entsprechen. Die Liquidustemperatur beschreibt die Temperatur, ab welcher die Legierung vollständig in flüssiger Phase vorliegt. Die Liquidustemperatur stellt somit die theoretische untere Grenze für die Gießtemperatur dar. Da die Temperatur der Schmelze mit zunehmender Fließlänge unweigerlich abnimmt und die Formfüllung im Niederdruck-Kokillen-Gießprozess verhältnismäßig langsam abläuft, kann zur Einschränkung des Stellbereichs die theoretische untere Grenze der Gießtemperatur etwas angehoben werden. Die Erhöhung der Gießtemperatur über Liquidustemperatur, d. h. über die theoretische untere Schranke, wird als Überhitzung der Schmelze

$$\theta_O = \theta_C - \theta_{Liquidus} \quad (5.6)$$

bezeichnet.

Für die obere Grenze der Gießtemperatur existieren ebenfalls Richtwerte. Obwohl eine starke Überhitzung der Schmelze nach CAMPBELL (2003) eine bessere Fließfähigkeit und damit ein verbessertes Formfüllungsvermögen bedingt, geht damit auch eine Steigerung der Wasserstofflöslichkeit einher, was bei der Erstarrung zu unerwünschter Gasporosität führen kann. Daneben führt eine starke Überhitzung zu einem höheren Energieeintrag in die Kokille, was sich negativ auf die erreichbaren Zykluszeiten sowie die Energieeffizienz auswirken kann. Laut CAMPBELL (2003) lassen sich Gussteile aus Aluminium bis zu einer Gießtemperatur von $\theta_{c_{max}} = 750 \text{ }^{\circ}\text{C}$ erfolgreich herstellen. In seltenen Fällen sind auch höhere Gießtemperaturen möglich.

Folgende Ungleichung fasst dementsprechend den Einstellbereich der Gießtemperatur θ_c in $^{\circ}\text{C}$ zusammen:

$$\theta_{Liquidus} + \theta_o \leq \theta_c \leq (\theta_{c_{max}} = 750 \text{ }^{\circ}\text{C}), \quad (5.7)$$

Zu beachten ist, dass aufgrund der Trägheit des Systems „Gießofen“ die Gießtemperatur nicht sprunghaft verstellt werden kann.

Gießdruck

Die Berechnung des theoretisch notwendigen Gießdrucks p_{c_E} kann mittels der hydrostatischen Grundgleichung

$$p_{c_E} = p_{BP} + \rho_c \cdot g \cdot h_D \quad (5.8)$$

vorgenommen werden. Danach ergibt sich der aufzubringende Gießdruck p_{c_E} in Pa , d. h. der Enddruck im Gießofen, aus der Addition von Gegendruck innerhalb der Kokille p_{BP} in Pa und dem Produkt aus der temperaturabhängigen Dichte der Schmelze $\rho_c(\theta_c)$ in $\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$, dem Ortsfaktor g in $\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ und der Höhendifferenz h_D zwischen aktuellem Schmelzbadspiegel im Tiegel des Gießofens und der maximalen Höhe des Formhohlraums samt Speisern in m . Wird davon ausgegangen, dass die Legierung über die gesamte Füllung überhitzt ist, d. h. die Temperatur entlang der Stromlinien oberhalb der Liquidustemperatur liegt und damit die Dichte annähernd konstant $\rho_c(\theta_c) \approx \text{const.}$ ist, resultiert aus der Beziehung der minimal notwendige Gießdruck zur vollständigen Formfüllung.

Da das abgießbare Schmelzevolumen V_{PO} und damit auch die Höhe des Schmelzbadspiegels h_{PO} im Tiegel eines Gießofens mit jedem Gießzyklus um das Kavitäts- bzw. Gussteilvolumen V_C abnimmt, wird zur Realisierung eines annähernd gleichen Startpunkts bzw. Schmelzbadniveaus innerhalb des Steigrohrs nach jedem Abguss der Vordruck p_p im Gießofen entsprechend erhöht. Die Füllzeit wird also durch Parallelverschiebung der Gießkurve für jeden der maximal abgießbaren Gießzyklen je Gießofen

$$n_k \approx \frac{V_{PO}}{V_C} = \frac{\pi \cdot d_T^2 \cdot h_{PO}}{4 \cdot V_C} \quad (5.9)$$

näherungsweise konstant gehalten.

Zur Kompensation von Unsicherheiten bezüglich der Dichte sowie des aktuellen Schmelzbadspiegels im Tiegel sollte ein Überdruck p_O in Pa vorgesehen werden, so dass sich die obere Grenze des Gießdrucks durch die erweiterte Gleichung

$$p_{CE} = p_{BP} + \rho_C \cdot g \cdot h_D + p_O \quad (5.10)$$

bestimmen lässt. Für den Gießdruck p_{CE} gilt entsprechend folgende Ungleichung:

$$p_{BP} + \rho_C \cdot g \cdot h_D \leq p_{CE} \leq p_{BP} + \rho_C \cdot g \cdot h_D + p_O \quad (5.11)$$

Füllzeit

Um die Gültigkeit zuvor erwähnter Annahme bezüglich einer annähernd konstanten Dichte der Schmelze ρ_C während der Formfüllung zur Bestimmung des erforderlichen Gießdrucks zu garantieren, ist die Füllzeit t_F in s entsprechend anzupassen.

Eine sehr grobe Abschätzung der maximal möglichen Füllzeit kann auf Basis der Erstarrungszeit des engsten Gussteilquerschnitts vorgenommen werden. Die Erstarrungszeit kann laut CHVORINOV (1940) überschlägig mit

$$t_S = C \cdot \left(\frac{V_C}{A_C} \right)^n \quad (5.12)$$

ermittelt werden. Gemäß der Beziehung lässt sich die theoretische Erstarrungszeit t_S in s durch den Koeffizienten C in $\frac{s}{m^n}$, der abhängig von Gusswerkstoff, Formwerkstoff und Überhitzung der Schmelze θ_O ist, multipliziert mit der n -ten Potenz des Gießmoduls M als Verhältnis von Gussteil- bzw. Kavitätvolumen V_C in m^3 zur (dominanten) wärmeabführenden Gussteil- bzw. Kavitätsoberfläche A_C in m^2 bestimmen.

Im Fall des Niederdruck-Kokillen-Gießprozesses kann nach CAMPBELL (2003) vereinfacht, d. h. bei Vernachlässigung der keramischen Werkzeugbeschichtung, der Wärmeabfuhr über einen Sandkern oder aber resultierender Luftspalte bedingt durch die Volumenkontraktion während der Erstarrung,

$$t_S = \rho_S \cdot \frac{h_S + c_C \cdot \theta_O}{h_{C \rightarrow M} \cdot (\theta_{Liquidus} - \theta_M)} \cdot \frac{V_C}{A_C} \quad (5.13)$$

gesetzt werden. Darin sind ρ_S die Dichte des Gussteils in $\frac{kg}{m^3}$, h_S die spezifische Erstarrungsenthalpie bzw. spezifische latente Wärme in $\frac{J}{kg}$, c_C die spezifische Wärmekapazität der Schmelze in $\frac{J}{kgK}$, θ_O die Überhitzungstemperatur der Schmelze in K, $h_{C \rightarrow M}$ der (gemittelte) Wärmeübergangskoeffizient an der Kontaktfläche zwischen Schmelze und Kokille in $\frac{W}{m^2K}$, $\theta_{Liquidus}$ die Liquidustemperatur der Legierung in K, θ_M die (konstante) Kokillentemperatur in K und $M = \frac{V_C}{A_C}$ der Gießmodul in m.

Die maximale Füllzeit t_F , welche zur minimalen Änderungsgeschwindigkeit des Gießdrucks $\dot{p}_C$ in $\frac{Pa}{s}$ führt, muss unter Vernachlässigung des konvektiven Wärmeübergangs während der Füllung kleiner als die Erstarrungszeit im Bereich des engsten Gussteil-

querschnitts S_{min} senkrecht zur Strömungsrichtung in m^2 zuzüglich der Zeit zur Füllung des Steigrohres t_P in s sein:

$$t_F < (t_S)_{S_{min}} + t_P = \frac{\rho_S \cdot (h_S + c_C \cdot \theta_O)}{h_{C \rightarrow M} \cdot (\theta_{Liquidus} - \theta_M)} \cdot \frac{V_{S_{min}}}{A_{S_{min}}} + t_P \quad (5.14)$$

mit den Einheiten gemäß Gleichung (5.13).

Eine Verletzung dieser Beziehung kann zu einer unvollständigen Formfüllung führen, welche eine automatisierte Entnahme des Gussteils gegebenenfalls unmöglich macht.

Die minimale Füllzeit sollte so gewählt werden, dass trotz eventueller Querschnittsprünge eine möglichst turbulenzarme Füllung möglich ist. Eine sehr grobe Näherung von CAMPBELL (2003) besagt, dass eine Füllgeschwindigkeit im Anschnitt von $v_I = 0,5 \frac{m}{s}$ nicht überschritten werden sollte. Daraus ergibt sich bei Annahme gleichförmiger Geschwindigkeit als untere Grenze für die Füllzeit:

$$t_F \geq \frac{V_C + V_P}{\dot{V}_I} = \frac{V_C + V_P}{S_I \cdot v_I} = \frac{V_C + V_P}{S_I \cdot 0,5} \quad (5.15)$$

Darin sind $\dot{V}_I$ der Volumenstrom im Anschnitt in $\frac{m^3}{s}$, V_C das Gussteilvolumen in m^3 , V_P das Steigrohrvolumen oberhalb des Schmelzbadspiegels in m^3 , S_I die Querschnittsfläche des Anschnitts in m^2 und v_I besagte Füllgeschwindigkeit im Anschnitt in $\frac{m}{s}$.

Der Einstellbereich für die Füllzeit lautet:

$$\frac{V_C + V_P}{S_I \cdot 0,5 \frac{m}{s}} \leq t_F < \frac{\rho_S \cdot (h_S + c_C \cdot \theta_O)}{h_{C \rightarrow M} \cdot (\theta_{Liquidus} - \theta_M)} \cdot \frac{V_{S_{min}}}{A_{S_{min}}} + t_P \quad (5.16)$$

5.5.2 Erstarrung

Die vollständige Erstarrung des Gussteils einschließlich des Gieß- und Speisungssystems ist essentiell für eine problemlose automatisierte Entnahme nach dem Abguss. Die Erstarrungszeiten können wiederum auf Basis von CHVORINOV (1940) bzw. Gleichung (5.13) angenähert werden.

Vernachlässigt man die Erstarrung während der Formfüllung setzt sich die Erstarrungszeit aus der Summe der Maschinenparameter Druckhaltezeit und Härtezeit zusammen. Zwischen diesen ist aufgrund des angenommenen idealen Verlaufs der Erstarrungsfront Richtung Anguss ein guter Kompromiss zu finden.

Druckhaltezeit

Die Druckhaltezeit als Teil der Gießkurve dient der Verhinderung des Zurückfließens der Schmelze bei unvollständiger Erstarrung der Schmelze sowie der Kompensation der Volumenkontraktion während der Erstarrung. Eine lange Druckhaltezeit kann sich gegebenenfalls positiv auf die Dichtspeisung auswirken. Im schlimmsten Fall kann eine lange Druckhaltezeit allerdings auch zu einer Erstarrung der Schmelze bis unterhalb des

engsten Querschnitts der Angussdüse führen. Eine automatisierte Entnahme des Gussteils ist dann nicht mehr ohne Weiteres realisierbar. Als obere Grenze der Druckhaltezeit t_{PH} in s ergibt sich demnach die Erstarrungszeit der Angussdüse oberhalb des engsten Querschnitts $(t_S)_{SP}$ in s:

$$t_{PH} < (t_S)_{SP} = \frac{\rho_S \cdot (h_S + c_C \cdot \theta_O)}{h_{C \rightarrow M} \cdot (\theta_{Liquidus} - \theta_M)} \cdot \frac{V_{C_{SP}}}{A_{C_{SP}}} \quad (5.17)$$

Die untere Grenze der Druckhaltezeit wird durch die Erstarrungszeit des Gießlaufbereichs oberhalb der Angussdüse $(t_S)_R$ in s bestimmt

$$t_{PH} \geq (t_S)_R = \frac{\rho_S \cdot (h_S + c_C \cdot \theta_O)}{h_{C \rightarrow M} \cdot (\theta_{Liquidus} - \theta_M)} \cdot \frac{V_{C_R}}{A_{C_R}}, \quad (5.18)$$

so dass schlussendlich der Einstellbereich der Druckhaltezeit durch

$$\frac{\rho_S \cdot (h_S + c_C \cdot \theta_O)}{h_{C \rightarrow M} \cdot (\theta_{Liquidus} - \theta_M)} \cdot \frac{V_{C_R}}{A_{C_R}} \leq t_{PH} < \frac{\rho_S \cdot (h_S + c_C \cdot \theta_O)}{h_{C \rightarrow M} \cdot (\theta_{Liquidus} - \theta_M)} \cdot \frac{V_{C_{SP}}}{A_{C_{SP}}} \quad (5.19)$$

mit den Einheiten gemäß Gleichung (5.13) gegeben ist.

Härtezeit

Die Abschätzung des theoretischen Einstellbereichs für die Härtezeit resultiert aus dem Einstellbereich der Druckhaltezeit. In diesem Zusammenhang wird von einer mindestens gleichen Erstarrungszeit von Speisern und Gießläufen ausgegangen. Für die untere Grenze der Härtezeit ergibt sich

$$t_H \geq 0 \quad (5.20)$$

und für die obere Grenze

$$t_H \leq (t_S)_{SP} - t_{PH} \quad (5.21)$$

in s, so dass der Einstellbereich demnach lautet:

$$0 \leq t_H \leq (t_S)_{SP} - t_{PH} \quad (5.22)$$

Kühlungen

Die Kühlungen werden zur gezielten Erstarrungslenkung in Richtung Anguss genutzt. Vorgabe an den betrachteten Gießmaschinen ist, dass die Kühlungen nur während der Hauptzeit t_{DC} in s eines Gießzyklus eingeschaltet sein können. Unter Berücksichtigung des Kühlstartzeitpunkts t_{CC_S} in s sowie der Kühldauer t_{CC_D} in s resultiert für jede Kühlung die folgende Ungleichung:

$$t_{DC} \geq t_{CC_{S_i}} + t_{CC_{D_i}}, i = 1 \dots n_c \quad (5.23)$$

mit

$$t_{DC} = t_F + t_{PH} + t_H,$$

wobei die unteren Grenzen von Start und Dauer jeweils

$$(t_{CC_{S_i}}, t_{CC_{D_i}}) \geq 0, i = 1 \dots n_c \quad (5.24)$$

betragen.

Der maximal erreichbare Kühlvolumenstrom $\dot{V}_{CC_{max}}$ wird durch die Maschinenkonfiguration bestimmt. Im hier betrachteten Fall ist der Volumenstrom $\dot{V}_{CC}$ beispielsweise auf $\dot{V}_{CC_{max}} = 10 \frac{l}{min}$ begrenzt, so dass die Einstellbereiche für die Kühlvolumenströme gegeben sind durch:

$$0 \leq \dot{V}_{CC_i} \leq \left(\dot{V}_{CC_{max}} = 10 \frac{l}{min} \right), i = 1 \dots n_c \quad (5.25)$$

5.5.3 Nebenzeit

Mit dem Öffnen der Kokille beginnt die Nebenzeit t_{DO} in s. Die Dauer eines Präparationsvorgangs t_{PP} in s einschließlich der Zeit zum Öffnen und Schließen der Kokille zwischen zwei Gießzyklen kann vorab ebenfalls grob abgeschätzt werden. Wichtig ist, dass alle erforderlichen Schritte kontrolliert durchgeführt werden können. Entscheidenden Einfluss hat die Nebenzeit auch auf die Zykluszeit und damit auf die Ausbringung bzw. Produktivität. Dementsprechend sollte die Nebenzeit nicht zu groß gewählt werden. Umfangreichere Arbeiten an der Kokille können in den Wechselzeiten des Gießofens t_{FC} in s vorgenommen werden. Beim Dauerbetrieb der Gießmaschine ist der regelmäßige Ofenwechsel nach einer bestimmten Anzahl produzierter Gussteile ursächlich für abweichende Nebenzeiten.

Der grobe Einstellbereich der Nebenzeit ist somit gegeben durch:

$$t_{PP} \leq t_{DO} \leq t_{FC} \quad (5.26)$$

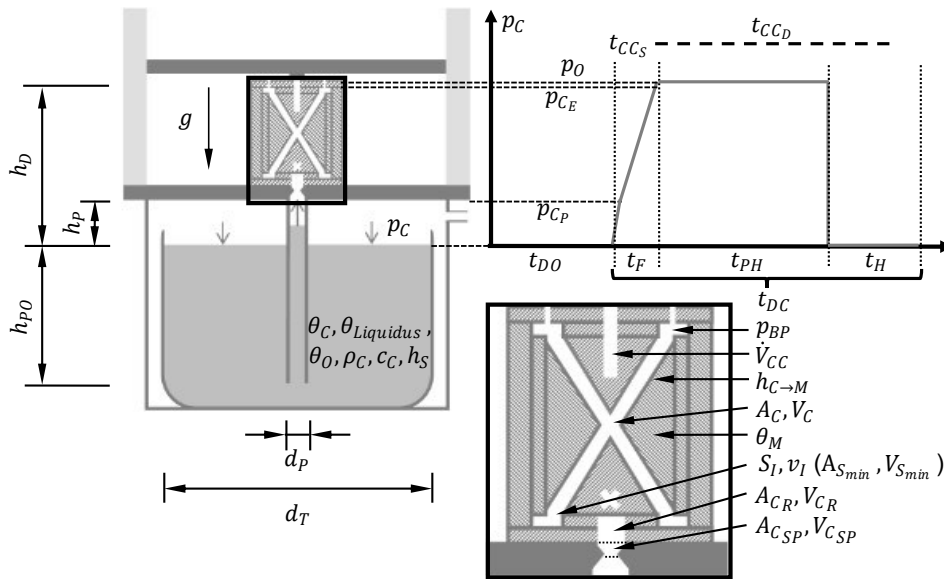
Zu beachten ist, dass die Arbeiten an der geöffneten Kokille Einfluss auf die Oberflächentemperaturen haben.

5.5.4 Zusammenfassung

Abschließend werden die Formeln zur Abschätzung der Einstellbereiche für die relevanten Maschinenparameter nochmal zusammengefasst (Abbildung 5.6).

Bei der Abschätzung werden Wechselwirkungen zwischen den Maschinenparametern größtenteils ignoriert. Zudem nehmen die Schätzgenauigkeiten, insbesondere bezüglich der Erstarrungszeiten, mit steigender Komplexität des Gussteils ab, da lokale Wärmeübergangskoeffizienten sowie die Gussteil- und Kokillentemperaturentwicklung nicht genau bekannt sind. Es wird daher vorgeschlagen, im Zuge der sequentiellen Prozedur einen verhältnismäßig sicheren Startpunkt zu wählen und zunächst die nähere Umgebung dieses Punkts zu untersuchen. Im Anschluss an die Auswahl des sicheren Startpunkts kann mit der robust-zuverlässigen Gießprozessauslegung begonnen werden.

A_C :	Gussteil- bzw. Kavitätsoberfläche in m^2	t_{DC} :	Hauptzeit in s
A_{CSP} :	Wärmeabführende Angussdüsenoberfläche in m^2	t_{DO} :	Nebenzeit in s
A_{CR} :	Wärmeabführende Gießlaufoberfläche in m^2	t_F :	Füllzeit in s
A_{Smin} :	Wärmeabführende Gussteil- bzw. Kavitätsoberfläche am minimalen Querschnitt in m^2	c_C :	spezifische Wärmekapazität Schmelze in $J/kg/K$
d_P :	Steigrohrdurchmesser in m	t_{FC} :	Dauer des Ofenwechsels in s
d_T :	Tiegeldurchmesser in m	t_H :	Härtezeit in s
g :	Erdbeschleunigung in m/s^2	t_{PH} :	Druckhaltezeit in s
$h_{C \rightarrow M}$:	Wärmeübergangskoeffizient Gussteil-Kokille in $W/m^2/K$	t_P :	Steigrohrfüllzeit in s
h_D :	Formhohlraumhöhe – Schmelzbadspiegel in m	t_{PP} :	Präparationszeit der Kokille in s
h_P :	Angussdüsenunterkante – Schmelzbadspiegel in m	V_C :	Gussteilvolumen in m^3
h_{PO} :	Schmelzbadspiegel – Steigrohrunterkante in m	V_{Smin} :	Gussteilvolumen am minimalen Querschnitt in m^3
h_S :	spezifische Erstarrungsenthalpie der Legierung in J/kg	$\dot{V}_{CC}$:	Kühlvolumenstrom in l/min
p_{BP} :	Gegendruck in Pa	V_{CR} :	Gießlaufvolumen in m^3
p_C :	Gießdruck in Pa	V_{CSP} :	Angussdüsenvolumen in m^3
p_{CE} :	maximaler Gießdruck zur Formfüllung in Pa	v_I :	Fließgeschwindigkeit im Anschnitt in m/s
p_{CP} :	Gießdruck zur Steigrohrfüllung in Pa	V_P :	Steigrohrvolumen in m^3
p_O :	Überdruck in Pa	θ_C :	Gussteiltemperatur in $^{\circ}C$
S_I :	Anschnittsquerschnittsfläche in m^2	$\theta_{Liquidus}$:	Liquidustemperatur der Legierung in $^{\circ}C$
t_{CCD} :	Kühldauer in s	θ_M :	Kokillentemperatur in $^{\circ}C$
t_{CCS} :	Kühlstart in s	θ_O :	Überhitzungstemperatur der Schmelze in $^{\circ}C$
		$\rho_{C/S}$:	Dichte der Schmelze / des Gussteils in kg/m^3



Parameter	Untere Grenze LB	Obere Grenze UB	Gl.
θ_C	$\theta_{Liquidus}$	θ_{max}	(5.7)
p_{CE}	$p_{BP} + \rho_C \cdot g \cdot h_D$	$p_{BP} + \rho_C \cdot g \cdot h_D + p_O$	(5.11)
t_F	$\frac{V_C + V_P}{S_I \cdot 0,5 \frac{m}{s}}$	$\frac{\rho_S \cdot (h_S + c_C \cdot \theta_O) \cdot V_{Smin}}{h_{C \rightarrow M} \cdot (\theta_{Liquidus} - \theta_M) \cdot A_{Smin}} + t_P$	(5.16)
t_{PH}	$\frac{\rho_S \cdot (h_S + c_C \cdot \theta_O) \cdot V_{CR}}{h_{C \rightarrow M} \cdot (\theta_{Liquidus} - \theta_M) \cdot A_{CR}}$	$\frac{\rho_S \cdot (h_S + c_C \cdot \theta_O)}{h_{C \rightarrow M} \cdot (\theta_{Liquidus} - \theta_M)} \cdot \frac{V_{CSP}}{A_{CSP}}$	(5.19)
t_H	Null	$\frac{\rho_S \cdot (h_S + c_C \cdot \theta_O)}{h_{C \rightarrow M} \cdot (\theta_{Liquidus} - \theta_M)} \cdot \frac{V_{CSP}}{A_{CSP}} - t_{PH}$	(5.22)
t_{CCS}	Null	$t_{DC} - t_{CCD}$	(5.23)
t_{CCD}	Null	$t_{DC} - t_{CCS}$	(5.23)
$\dot{V}_{CC}$	Null	$\dot{V}_{CCmax}$	(5.25)
t_{DO}	t_{PP}	t_{FC}	(5.26)

Abbildung 5.6: Abschätzung der Einstellbereiche der relevanten Maschinenparameter

5.6 DoE-Modul

Mit jedem Aufruf des DoE-Moduls innerhalb der sequentiellen Prozedur wird abwechselnd entweder raumfüllend ein neuer regulärer Versuchspunkt unter Beachtung der bereits vermessenen Stützstellen oder ein neuer irregulärer Versuchspunkt berechnet. Ein irregulärer Versuchspunkt beinhaltet eine verlängerte Nebenzeit, wodurch Störungen des Produktionsprozesses, z. B. in Form des Ofenwechsels, berücksichtigt werden, die sich insbesondere bei dünnwandigen Gussteilen auf die Qualitätsmerkmale auswirken.

Für eine robuste und zuverlässige Prozessauslegung ist daher neben dem statischen auch das dynamische Systemverhalten von Interesse. Hierfür wird jede reguläre Parameterkombination ausgehend vom aktuellen initialen Kokillentemperaturfeld bis zum Erreichen des quasistationären Kokillentemperaturfelds simuliert bzw. praktisch realisiert. Das aktuelle initiale Kokillentemperaturfeld ergibt sich dabei aus der Simulation bzw. der praktischen Realisierung eines vorherigen irregulären Versuchspunkts.

Bedingt durch die einzuhaltende Ungleichungsnebenbedingung (Gleichung (5.23)) mit den Termen Kühlstart t_{CCS} und Kühldauer t_{CCD} auf der einen Seite sowie der Hauptzeit t_{DC} auf der anderen Seite ergibt sich für den theoretischen Parameterraum PS_{theo} prinzipiell eine nicht-rechteckige Struktur (vgl. Abbildung 5.7).

Hinsichtlich der raumfüllenden Versuchsplanung derartiger Parameterräume entwickelte KIANIFAR (2014) einen gitterbasierten Ansatz, bei welchem mittels eines genetischen Algorithmus das kombinatorische Optimierungsproblem der Generierung eines *Audze-Eglais-optimierten Latin Hypercube Designs* für eine zuvor definierte Anzahl an Versuchspunkten gelöst wird. Durch Erweiterung des *Audze-Eglais-Kriteriums* um einen Strafterm werden in seinem *Permutations Genetic Algorithm* (PermGA) die Ungleichungsnebenbedingungen einbezogen. DRAGULIC et al. (2012) präsentierten den *Constrained NonCollapsing Design* (CoNcaD)-Algorithmus zur Behandlung der raumfüllenden Versuchsplanung in beschränkten Parameterräumen. Als optimales Raumfüllungskriterium innerhalb dieses ebenfalls gitterbasierten Algorithmus kann entweder das *Maximin-Kriterium*, das *Audze-Eglais-Kriterium* oder aber eine gewichtete Summe dieser Kriterien genutzt werden. Zur Bestimmung der Kriterien werden die Projektionen in sämtliche Subräume mit zusätzlicher Wichtung durch den jeweiligen maximal möglichen Punktabstand berücksichtigt. Aufgrund der Komplexität der Zielfunktion und den damit verbundenen hohen Rechenzeiten entwickelten sie eine rekursive Updateformel. Unter Verwendung dieser Formel wird die vorgegebene Anzahl an Versuchspunkten in jedem Subraum aus einem durch die Berücksichtigung der Ungleichungsnebenbedingungen reduzierten und gitteradaptierten Kandidatenset ausgewählt.

JOSEPH et al. (2015) schlugen mit dem *Maximum Projection (MaxPro)-Kriterium* ein verbessertes Kriterium reduzierter Komplexität zur Realisierung einer guten Raumfüllung mit guten Projektionseigenschaften in sämtlichen Subräumen vor. Dieses Kriterium wird im DoE-Modul in einer sequentiellen Variante gemäß

$$MaxPro(\mathbf{U}^*) = \sum_{i=1}^{n_{TP}-1} \sum_{j=i+1}^{n_{TP}} \frac{1}{\prod_{l=1}^{n_F} (u_{il} - u_{jl})^2} \quad (5.27)$$

eingesetzt. Darin sind $\mathbf{U}^*$ die bereits vermessenen Versuchspunkte erweitert um den zu berechnenden Versuchspunkt $\mathbf{u}^*$ und n_{TP} deren Anzahl. (vgl. auch JOSEPH (2016)) Vorteilhaft an der sequentiellen Variante ist insbesondere, dass die Faktorstufen zuvor nicht exakt festgelegt werden müssen. Dies ist ein wesentlicher Unterschied zu den in Abschnitt 3.1 vorgestellten Versuchsplanungsvarianten.

Zur Berechnung der Versuchspunkte wird der evolutionäre Optimierungsalgorithmus der differentiellen Evolution eingesetzt (vgl. Abschnitt 3.1.5). Dieser ist für *Python* innerhalb der *SciPy*-Bibliothek von VIRTANEN et al. (2020) verfügbar. Parametrisiert wird der Algorithmus gemäß des *SciPy v1.14.1 Manuals* (SCIPY (2024)), wobei die theoretisch möglichen Einstellbereiche als Grenzen (*Bounds*) und die Ungleichungsnebenbedingungen als Beschränkungen (*Constraints*) gewählt werden. Das vielversprechende Ergebnis für 10 Versuchspunkte ist in Abbildung 5.7 dargestellt.

Um in der virtuellen Welt unnötige Gießprozesssimulationen vermeiden sowie in der praktischen Welt einen kontinuierlichen Betrieb der Gießmaschine sicherstellen und somit zukünftig eine weitgehend automatisch ablaufende Vermessung ohne gravierende Prozessunterbrechungen gewährleisten zu können, sind neben den Eingangs- auch die Ausgangsbeschränkungen einzuhalten. Zu den Ausgangsbeschränkungen zählen insbesondere

- ein nicht vollständig erstarrtes Gussteil samt Gieß- und Speisungssystem,
- eine Erstarrung der Schmelze im Steigrohr bis unterhalb der Angussdüse sowie
- eine unvollständige Formfüllung (vgl. auch Abschnitte 2.2 und 5.5).

Bedingt durch diese Limitierungen wird der theoretisch mögliche Parameterraum $PS_{theo.}$ eventuell weiter eingegrenzt. Alle Parameterkombinationen außerhalb dieses tatsächlichen, aber a-priori unbekannten Parameterraums PS_{Real} führen dazu, dass eine automatisierte Gussteilentnahme nicht mehr möglich ist. Daher sollten sämtliche Parameterkombinationen außerhalb des tatsächlichen Parameterraums, d. h. nicht ohne Weiteres fahrbare Versuchspunkte, vermieden werden (vgl. Abbildung 5.7).

Die Versuchspunktberechnung sowie die Durchführung der Versuche werden aus diesem Grund zunächst auf eine Startregion um den sicheren Startpunkt beschränkt. Auf Basis der Versuchsergebnisse für die untersuchten Parameterkombinationen innerhalb dieser Region können Prognose- bzw. Extrapolationsmodelle der kritischen Ausgänge gebildet werden, um die Fahrbarkeit eines potentiellen Versuchspunkts außerhalb der Startregion abzuschätzen.

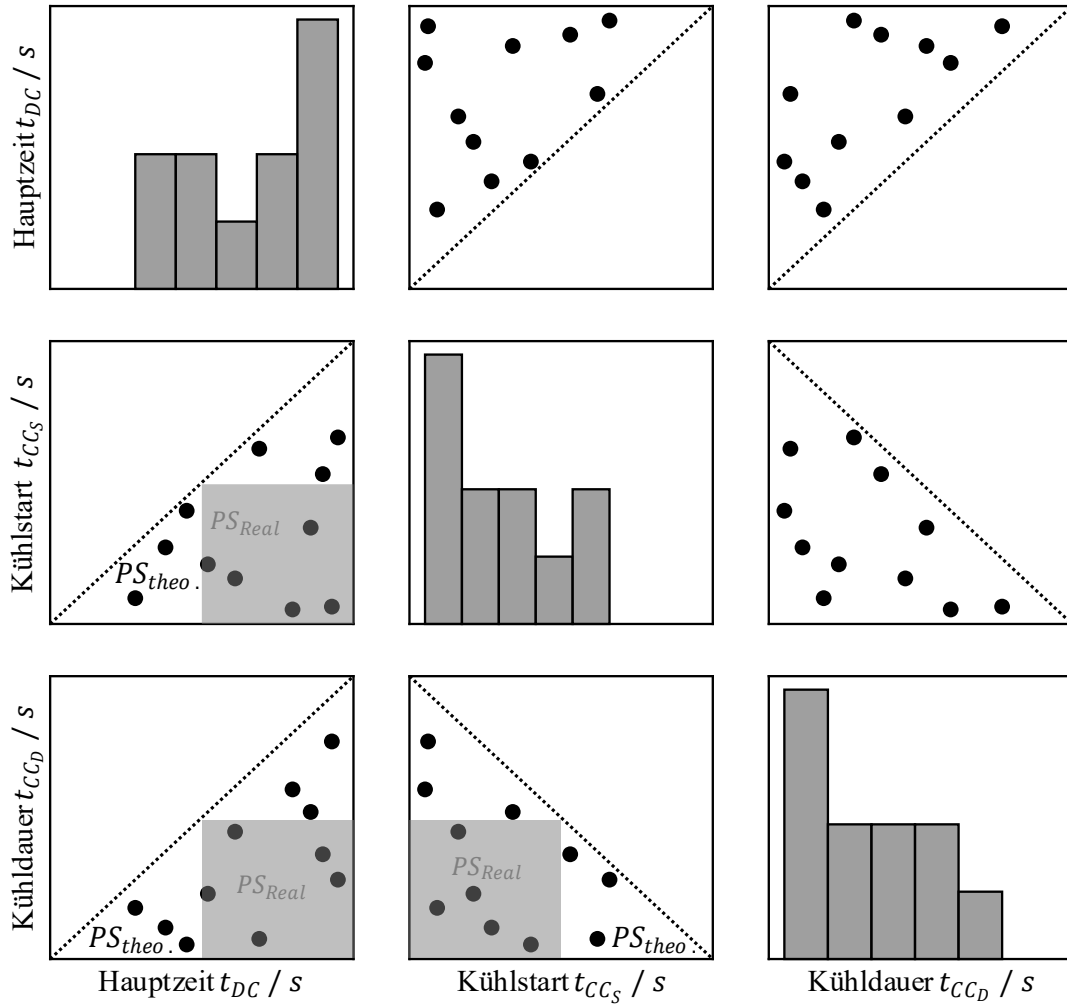


Abbildung 5.7: Theoretischer nicht-rechteckiger Parameterraum $PS_{theo.}$ bedingt durch die Ungleichung (Hauptzeit $t_{DC} \geq$ Kühlstart $t_{CCs} +$ Kühldauer t_{CCD}) und schematisch dargestellter tatsächlicher Parameterraum PS_{Real}

Zur Identifikation statischer Modelle (vgl. Abschnitt 5.8.1) sind mindestens

$$n_{TP} = n_F + 1 \quad (5.28)$$

reguläre Experimente n_{TP} innerhalb der Startregion erforderlich, wobei n_F der Anzahl der Faktoren, respektive Maschinenparameter, entspricht. Mit dieser Versuchsanzahl können die Koeffizienten der datenbasierten Modelle exakt ausgerechnet werden. Da im Zuge der Messungen jedoch aufgrund der Rauschanteile gegebenenfalls Ausreißer auftreten, welche die Modelle verzerren, werden zunächst zwei weitere Versuchspunkte hinzugefügt, so dass für die reguläre Versuchspunktzahl in der Startregion gilt:

$$n_{TP} = n_F + 3 \quad (5.29)$$

Somit werden aus den Interpolationsmodellen Regressionsmodelle innerhalb der Startregion, welche nach deren Identifikation in Kombination mit dem zugeordneten Limit dann als Beschränkungen in obigen Optimierungsalgorithmus aufgenommen werden.

Anhand von Abbildung 5.8 wird die Extrapolation innerhalb der Optimierung zur Abschätzung der Fahrbarkeit eines potentiellen Versuchspunkts außerhalb der Startregion für den stationären Fall visualisiert. Der neue Versuchspunkt u^* minimiert darin das *MaxPro-Kriterium* unter Einhaltung der Beschränkung, dass der vorhergesagte Wert des Qualitätsmerkmals $\widehat{QM}$, respektive kritischen Ausgangs, zuzüglich einer Sicherheit von $6 \cdot RMSE$ unterhalb seines zulässigen Limits liegt.

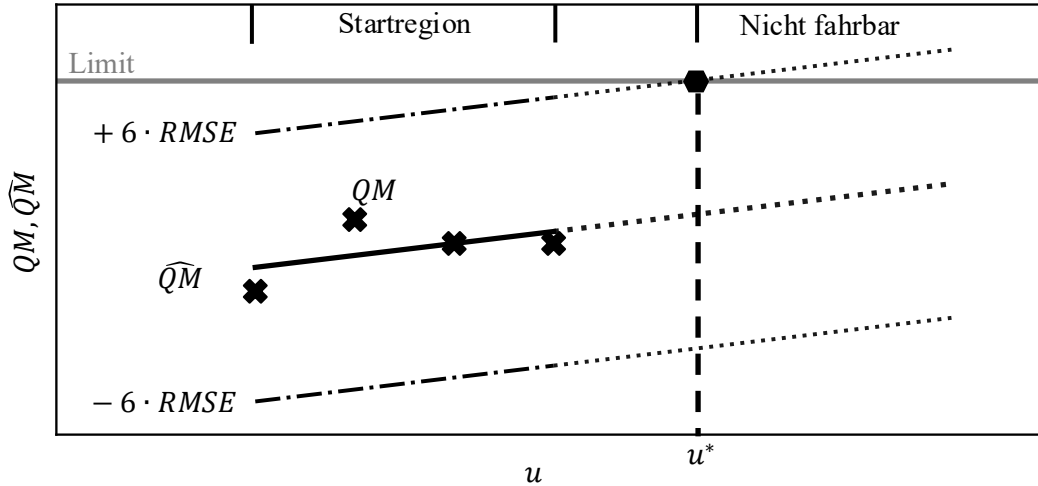


Abbildung 5.8: Schematische Darstellung der Extrapolation aus der Startregion zur Ermittlung eines neuen fahrbaren Versuchspunkts u^* anhand eines gemessenen und modellierten Qualitätsmerkmals QM und $\widehat{QM}$ für die Stellgröße u unter Berücksichtigung der Modellgüte in Form des $RMSE$ sowie der Spezifikationsgrenze, respektive des Limits, des Qualitätsmerkmals.

Zu erwähnen ist, dass bei der Abschätzung der Fahrbarkeit von einem konvexen tatsächlichen Arbeitsbereich ausgegangen wird. Für einen konvexen Arbeitsbereich gilt, dass die Strecke zwischen zwei beliebigen Versuchspunkten aus diesem Arbeitsbereich ebenfalls vollständig innerhalb des Arbeitsbereichs liegt. Die folgende Abbildung 5.9 demonstriert den Unterschied zwischen einem konvexen und einem konkaven Arbeitsbereich für einen zweidimensionalen Parameterraum.

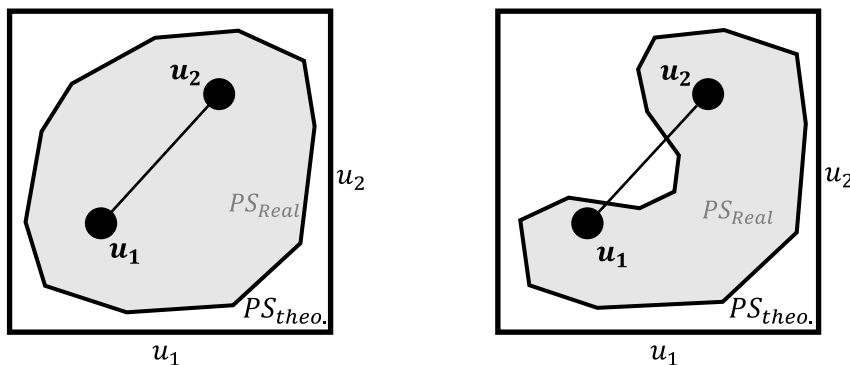


Abbildung 5.9: Konvexer tatsächlicher Arbeitsbereich PS_{Real} mit Strecke zwischen den zwei Versuchspunkten u_1 und u_2 vollständig im tatsächlichen Arbeitsbereich (links) und konkaver tatsächlicher Arbeitsbereich PS_{Real} mit Strecke zwischen den zwei Versuchspunkten u_1 und u_2 teilweise außerhalb des tatsächlichen Arbeitsbereichs angelehnt an DIETZ (2019)

5.7 Preprocessing-Modul

Im Preprocessing-Modul wird in jedem Iterationsschritt aus der Datenbank die Tabelle der extrahierten Merkmale eingelesen. In der Tabelle befinden sich die Soll- und Istwerte der Stellgrößen, die zyklweise aufgezeichneten dynamischen Zustände und die zugeordneten Ausgangsgrößen. Als dynamische Zustände gelten in diesem Zusammenhang die Anfangskokillentemperaturen, als Ausgangsgrößen die Qualitätsmerkmale. Die Anfangskokillentemperaturen werden bekanntermaßen als *Feature* bzw. Merkmal der zyklusbezogenen gemessenen Kokillentemperaturverläufe gewählt (vgl. Abschnitt 2.2.1).

Anhand der eingelesenen Daten wird sowohl die Detektion des stationären Zustands als auch die Bestimmung der aktuellen Anzahl regulärer Versuchspunkte n_{TP} vollzogen. Diese Informationen werden an das DoE- sowie das Identifikations-Modul übergeben.

Detektion des stationären Zustands

Die zuverlässige Detektion des stationären Zustands in virtueller und realer Welt erfolgt mittels der Anfangskokillentemperaturen. Der stationäre Zustand gilt als erreicht, wenn die absolute Differenz aller Anfangskokillentemperaturen θ_{M_S} aus aktuellem Gießzyklus k und vorherigem Gießzyklus $k - 1$ kleiner als die zweifache Standardabweichung des angenommenen Mess- bzw. Sensorrauschens der Thermoelemente σ_θ ist:

$$|\theta_{M_S}(k) - \theta_{M_S}(k - 1)| \leq 2 \cdot \sigma_\theta \quad \theta_{M_S}, \sigma_\theta \in \mathbb{R}^{n_T} \quad (5.30)$$

Der Vollständigkeit halber sei hier erwähnt, dass der stationäre Zustand auch anhand der Qualitätsmerkmale erkannt werden könnte. Allerdings sind die Qualitätsmerkmale in der aktuellen Praxis aufgrund der Vielzahl nicht messbarer Einflussparameter teilweise erheblichem Rauschen unterworfen, wodurch sich die zuverlässige Erkennung weitaus schwieriger gestaltet als bei Verwendung der Anfangskokillentemperaturen. Darüber hinaus bilden die langen Totzeiten zwischen Abguss und Qualitätsrückmeldung aktuell ein weiteres Ausschlusskriterium (vgl. Kapitel 2).

5.8 Identifikations-Modul

Das Identifikations-Modul wird getriggert, sobald Gleichung (5.29) erfüllt ist. Dann erfolgt basierend auf den vorhandenen Versuchsergebnissen die experimentelle Modellbildung mittels lokal linearer Modellnetze (LLMN). (vgl. Abschnitt 3.1.4).

5.8.1 Modellierung

Modellierung des dynamischen Systemverhaltens

Das zeitliche und örtliche Temperaturverhalten der Kokille wird mit der partiellen Wärmeleitungsdifferentialgleichung modelliert. Damit handelt es sich um ein verteilt-parametrisches System (vgl. z. B. DEUTSCHER (2012)). Da das *Analysetool* als *Wrapper* fungiert und eine detaillierte Rekonstruktion des Kokillentemperaturfelds in

der industriellen Praxis aktuell nicht ohne Weiteres umsetzbar ist, werden als räumliche Ausprägung vereinfacht die gemessenen Kokillentemperaturen ohne direkte Berücksichtigung von Wechselwirkungen untereinander betrachtet. Hinsichtlich des Zeitverhaltens beschreibt die Wärmeleitungsgleichung ein System erster Ordnung. Für das dynamische Temperaturverhalten resultiert bei Vernachlässigung einer detaillierten örtlichen Auflösung somit eine nichtlineare, inhomogene, gewöhnliche Differentialgleichung erster Ordnung (vgl. Abschnitt 5.3):

$$\rho_M \cdot V_M \cdot c_M \cdot \frac{d\theta_M}{dt} = h_{C \rightarrow M} \cdot A_C \cdot (\theta_C - \theta_M) \quad (5.31)$$

Darin wurden neben der örtlichen Auflösung ebenfalls der Wärmeaustausch mit der Umgebung sowie die inneren Wärmequellen außer Acht gelassen. Diese Gleichung mit Dichte der Kokille ρ_M in $\frac{kg}{m^3}$, Volumen der Kokille V_M in m^3 , spezifischer Wärmekapazität der Kokille c_M in $\frac{J}{kgK}$, Wärmeübergangskoeffizient an der Kontaktfläche zwischen Schmelze bzw. Gussteil und Kokille $h_{C \rightarrow M}$ in $\frac{W}{m^2K}$, Kontaktfläche zwischen Schmelze bzw. Gussteil und Kokille A_C in m^2 und Schmelze- bzw. Gussteiltemperatur θ_C in K charakterisiert die Entwicklung der mittleren Kokillentemperatur θ_M in K über der Zeit t in s . Mit der Abtastzeit von einem Gießzyklus, d. h. $T_A = 1$, ergibt sich durch Anwendung des *expliziten Euler-Verfahrens* die entsprechende Differenzengleichung zu:

$$\theta_{M_S}(k+1) = \theta_{M_S}(k) + \frac{h_{C \rightarrow M} \cdot A_C \cdot (\theta_C(k) - \theta_{M_S}(k))}{\rho_M \cdot V_M \cdot c_M} \quad (5.32)$$

Die Anfangskokillentemperatur $\theta_{M_S}(k+1)$ in Gießzyklus $k+1$ ist demnach abhängig von der Anfangskokillentemperatur $\theta_{M_S}(k)$ in Gießzyklus k addiert mit dem korrigierten Differenzterm. Durch Anwendung von Gleichung (5.32) an den jeweiligen Kokillentemperaturmessstellen wird aus dem verteilt-parametrischen ein konzentriert-parametrisches System.

Diese Überlegungen motivieren einen physikalisch-empirischen Ansatz in vereinfachter Zustandsraumdarstellung zur Modellierung der Zusammenhänge zwischen Maschinenparametern $\mathbf{u}$, Anfangskokillentemperaturen θ_{M_S} und Qualitätsmerkmalen $\mathbf{QM}$.

$$\begin{aligned} \theta_{M_{S_i}}(k+1) &= f_i(\theta_{M_{S_i}}(k), \mathbf{u}(k)) + e_i = \hat{\theta}_{M_{S_i}}(k+1) + e_i = LLMN_{\theta_i} + e_i \\ QM_j(k) &= f_j(\hat{\theta}_{M_S}(k), \mathbf{u}(k)) + e_j = \widehat{QM}_j(k) + e_j = LLMN_{QM_j} + e_j \end{aligned} \quad (5.33)$$

Darin sind $\theta_{M_{S_i}}(k+1)$ die gemessene Anfangskokillentemperatur an Messstelle i in Gießzyklus $k+1$, $\theta_{M_{S_i}}(k)$ die gemessene Anfangskokillentemperatur an Messstelle i in Gießzyklus k , $\mathbf{u}(k)$ der Vektor der Maschinenparameter in Gießzyklus k , $\hat{\theta}_{M_{S_i}}(k+1)$ bzw. $LLMN_{\theta_i}$ das lokal lineare Modellnetz für die i -te gemessene Anfangskokillentemperatur in Gießzyklus $k+1$, e_i die Residuen des i -ten Anfangskokillen-

temperaturmodells, QM_j das j -te gemessene Qualitätsmerkmal, $\hat{\theta}_{M_S}(k)$ der Vektor der geschätzten Anfangskokillentemperaturen in Gießzyklus k , $\hat{Q}M_j(k)$ bzw. $LLMN_{QMj}$ das lokal lineare Modellnetz für das j -te gemessene Qualitätsmerkmals und e_j die Residuen des j -ten Qualitätsmerkmalmodells.

Für jede Anfangskokillentemperatur und jedes Qualitätsmerkmal wird demnach ein separates lokal lineare Modellnetz angesetzt und mit dem LOLIMOT-Algorithmus trainiert. Das Zustandsraummodell wird zur Sicherstellung der Eindeutigkeit der Modellbildung hinsichtlich der Anfangskokillentemperaturen mit Durchgriff versehen und ist in Abbildung 5.10 zusammenfassend dargestellt.

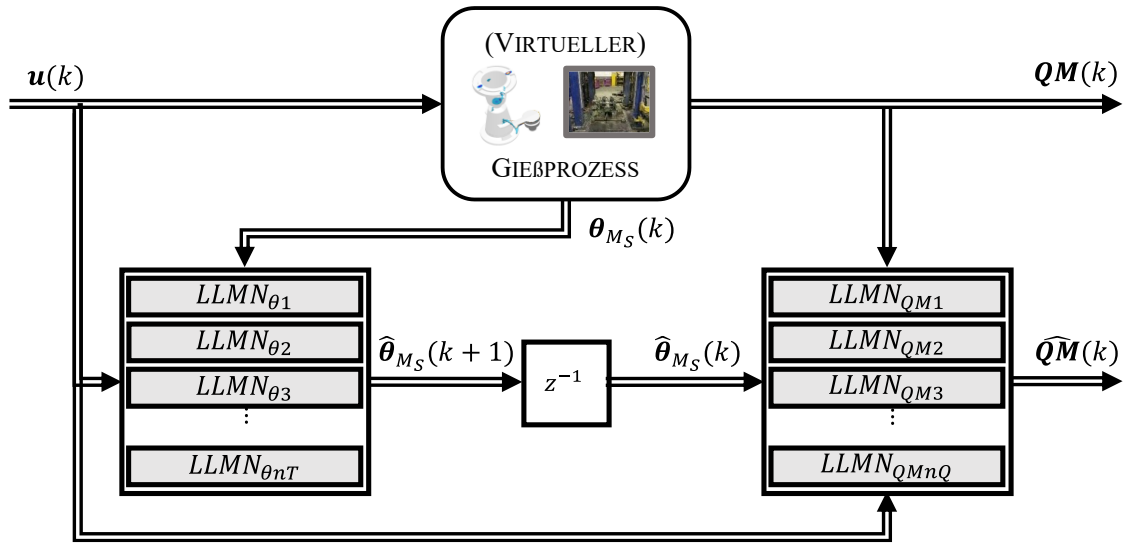


Abbildung 5.10: Zustandsraummodell des dynamischen Systems mit Durchgriff und separaten lokal linearen Modellnetzen für die Anfangskokillentemperaturen $LLMN_{\theta_i}$ sowie die Qualitätsmerkmale $LLMN_{QMj}$ angelehnt an SCHÜSSLER (2022)

Modellierung des statischen Systemverhaltens

Neben der dynamischen Modellierung wird im Rahmen dieser Arbeit weiterhin eine statische Modellierung der Zusammenhänge zwischen Maschinenparametern u und initialen Anfangskokillentemperaturen $\theta_{M_{IS}}$ vorgenommen:

$$\theta_{M_{IS}i} = f_i(u) + e_i = \hat{\theta}_{M_{IS}i} + e_i = LLMN_{S\theta i} + e_i \quad (5.34)$$

Darin sind $\theta_{M_{IS}i}$ die gemessene initiale Anfangskokillentemperatur an Messstelle i , $\hat{\theta}_{M_{IS}i}$ bzw. $LLMN_{S\theta i}$ das Modell der i -ten gemessenen initialen Anfangskokillentemperatur und e_i die Residuen des i -ten Anfangskokillentemperaturmodells.

Durch die Modellierung werden die Startwerte der Anfangskokillentemperaturen im Rahmen der Extrapolation im DoE-Modul sowie der robust-zuverlässigen Optimierung im Optimierungs-Modul geliefert. Hintergrund ist, dass die initialen Anfangskokillentemperaturen Resultat der Abkühlphase durch eine Produktionsunterbrechung sind. Die Temperaturen sind dabei abhängig vom stationären Kokillentemperaturzustand der vorherigen regulären Parameterkombination und dem Ausmaß der Störung. Dies hat zur

Folge, dass die initialen Anfangskokillentemperaturen für ein gegebenes Gussteil- und Kokillendesign im Zuge der Vermessung entsprechend variieren.

Auch im statischen Fall wird für jede initiale Anfangskokillentemperatur ein separates lokal lineares Modellnetz angesetzt und mit dem LOLIMOT-Algorithmus trainiert. Das statische Modell der initialen Anfangskokillentemperaturen ist in Abbildung 5.11 zusammenfassend gezeigt.

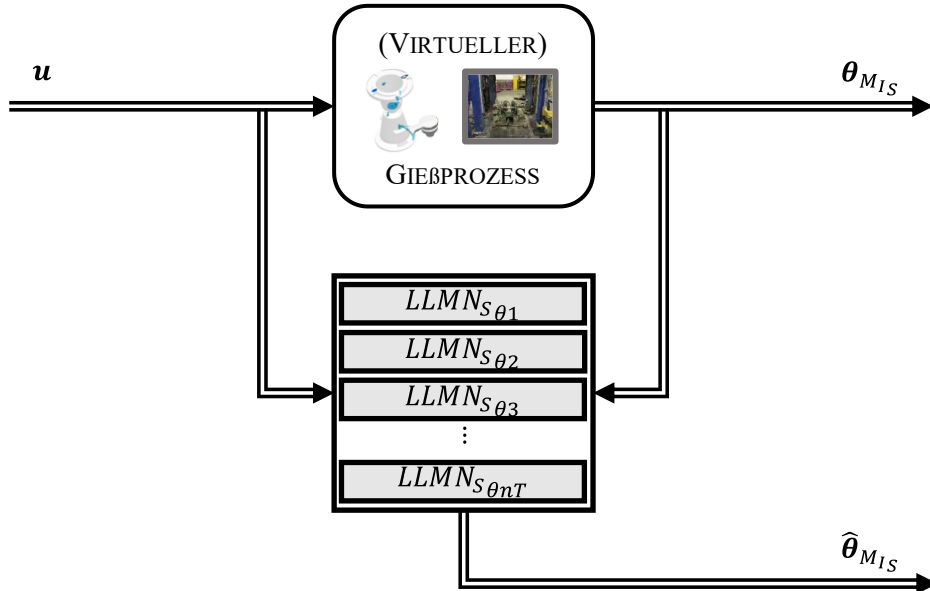


Abbildung 5.11: Modell des statischen Systems mit separaten lokal linearen Modellnetzen für die initialen Anfangskokillentemperaturen $LLMN_{s_{\theta_i}}$

5.8.2 Identifikation / Training

Im Zuge der sequentiellen Vorgehensweise ändert sich durch neu hinzukommende Trainingsdaten üblicherweise die Modellkomplexität. Dementsprechend wird in jedem Identifikationsschritt eine neue Ausgleichsrechnung mit sämtlichen Datensätzen vorgenommen. Zum Abbruch des LOLIMOT-Algorithmus können gemäß Abschnitt 3.1.4 verschiedenste Kriterien genutzt werden. In Anlehnung an das erweiterte Kalman-Filter (*Extended Kalman Filter, EKF*) (vgl. beispielsweise WELCH & BISHOP (2006), SOLA (2014) oder BECKER (2024)) wird ein adaptives, leicht verständliches Abbruchkriterium auf Basis des *RMSE* verwendet, wobei allerdings hinreichend glatte Modelle vorausgesetzt werden.

Für das Abbruchkriterium wird das *Gauß'sche Rauschen* bzw. das *weiße Rauschen* der Prozessparameter durch Linearisierung der globalen nichtlinearen Modelle der Anfangskokillentemperaturen sowie Qualitätsmerkmale an den Stützstellen auf die jeweiligen Ausgänge abgebildet. Um dem Rauschanteil der gemessenen Anfangskokillentemperaturen sowie Qualitätsmerkmale ebenfalls Rechnung zu tragen, wird das jeweilige Messrauschen addiert. Abbildung 5.12 demonstriert allgemein die Ermittlung des aktuellen Grenzwerts der Modellgüte aus den Prozess- und Messrauschanteilen für eine Stützstelle.

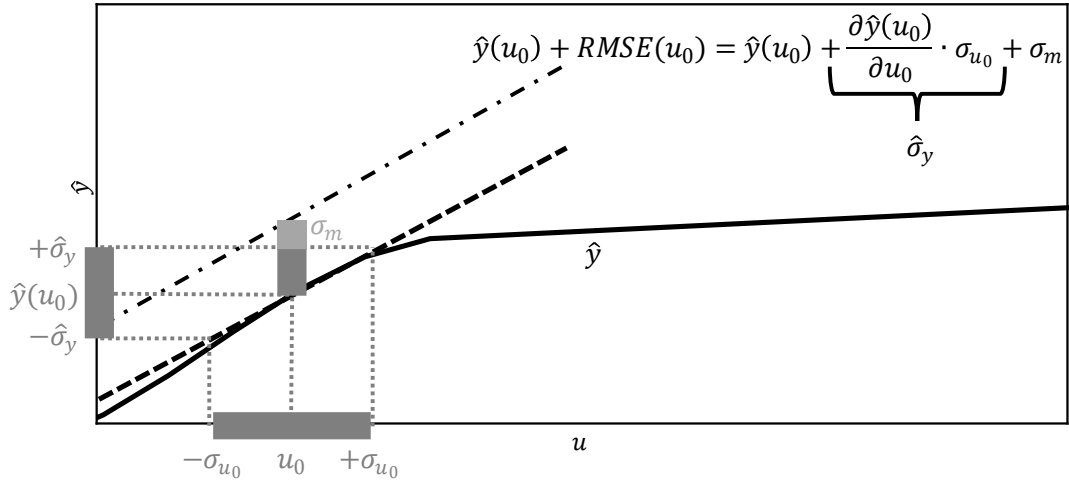


Abbildung 5.12: Linearisierung eines Modells $\hat{y}$, respektive lokal linearen Modellnetzes $LLMN$, um eine Stützstelle u_0 zur Berechnung des $RMSE$ auf Basis der Standardabweichung der Streuungen um die Stützstelle σ_{u_0} , respektive Prozessrauschen, sowie der Standardabweichung der Streuungen der gemessenen Ausgangsgröße σ_m , respektive Messrauschen, angelehnt an das erweiterte Kalman-Filter (SOLA (2014), BECKER (2024))

Die Erweiterung auf mehrere Dimensionen erfolgt für die jeweiligen Modelle ($\hat{y} = LLMN$) mittels des totalen Differentials an den vermessenen Stützstellen gemäß

$$\begin{aligned}
 RMSE_{LLMN_{S\theta l}} &= \sqrt{\frac{1}{N} \cdot \left(\sum_{i=1}^N \left(\sum_{j=1}^{n_F} \left| \frac{\partial \hat{y}_l}{\partial u_j} \right| \cdot \sigma_{u_j} + \sigma_m \right)^2 \right)} \\
 RMSE_{LLMN_{\theta l}} &= \sqrt{\frac{1}{N} \cdot \left(\sum_{i=1}^N \left(\sum_{j=1}^{n_F} \left| \frac{\partial \hat{y}_l}{\partial u_j} \right| \cdot \sigma_{u_j} + \left| \frac{\partial \hat{y}_l}{\partial \theta_{M_{S l}}} \right| \cdot \sigma_{\theta_l} + \sigma_m \right)^2 \right)} \\
 RMSE_{LLMN_{QMn}} &= \sqrt{\frac{1}{N} \cdot \left(\sum_{i=1}^N \left(\sum_{j=1}^{n_F} \left| \frac{\partial \hat{y}_n}{\partial u_j} \right| \cdot \sigma_{u_j} + \sum_{l=1}^{n_T} \left| \frac{\partial \hat{y}_n}{\partial \hat{\theta}_{M_{S l}}} \right| \cdot RMSE_{T_{\theta l}} + \sigma_m \right)^2 \right)}
 \end{aligned} \tag{5.35}$$

Der aktuelle globale Grenzwert der Modellgüte $RMSE_{LLMN}$ ist aufgrund der Linearisierung ebenso wie der aktuelle globale Trainingsfehler $RMSE_T$ immer von der aktuellen Modellkomplexität abhängig. Der LOLIMOT-Algorithmus wird abgebrochen, wenn gilt:

$$RMSE_T \leq RMSE_{LLMN} \vee \left(\frac{|RMSE_T - RMSE_{T_{m1}}|}{RMSE_{T_{m1}}} \right) < 0.01 \tag{5.36}$$

Mit der zweiten Ungleichung wird eine maximale relative Verbesserung des aktuellen Trainingsfehlers $RMSE_T$ im Vergleich zum Trainingsfehler der vorherigen Iteration $RMSE_{T_{m1}}$ des LOLIMOT-Algorithmus garantiert. Die zweite Ungleichung dient der Ab-

sicherung des adaptiven Abbruchkriteriums, falls dieses beispielsweise aufgrund von großer Streuung nicht erfüllt werden kann.

Der Einfluss des Prozess- und Messrauschens an den Stützstellen auf das Abbruchkriterium wird anhand der Modellierung einer verschobenen Sinus-Funktion in Abbildung 5.13 aufgezeigt.

In Abbildung 5.13 a) ist zu erkennen, dass das hohe angenommene Prozess- und Messrauschen im Vergleich zu den Funktionswerten an den Stützstellen bereits nach zwei lokalen Modellen LLM zur Erfüllung des Abbruchkriteriums führt. Während der aktuelle Grenzwert der Modellgüte $RMSE_{LLMN}$ mit dem zweiten Teilmodell ansteigt, ist der aktuelle Trainingsfehler $RMSE_T$ gegenläufig, wie die untere Grafik von Abbildung 5.13 a) zeigt. Anhand von Gleichung (5.35) kombiniert mit dem Grenzwert der Modellgüte kann geschlussfolgert werden, dass das erste globale Teilmodell eine verhältnismäßig geringe Steigung bzw. Sensitivität gegenüber der Eingangsgröße u vorwies. Die Zunahme der Modellkomplexität bedingt durch die Teilung führte anschließend zu einem Anstieg der modellbasierten Sensitivität. Allerdings ist die Anzahl an lokalen Modellen bzw. die Modellkomplexität noch zu gering, um einen hohen *Bias* zu vermeiden. Die Sinus-Funktion wird vom Modell also noch nicht gut abgebildet, was auch anhand der Modellgüte von $RMSE_T \approx 0.4$ deutlich wird.

Ein anderes Bild ergibt sich bei 10-fach geringerem angenommenen Prozess- und Messrauschen an den Stützstellen (Abbildung 5.13 b)). Hier wird das Abbruchkriterium erst im vierten Iterationsschritt des LOLIMOT-Algorithmus, d. h. nach vier lokalen Modellen und demnach höherer Modellkomplexität, erreicht. Damit verbunden ist eine Anpassungsgüte des Modells von $RMSE_T \approx 0.1$. Das Modell weist hier einen geringeren systematischen Fehler auf, weshalb die Sinus-Funktion bereits gut wiedergegeben wird. Auch in diesem Fall ist eine Zunahme des aktuellen Grenzwerts der Modellgüte und eine Abnahme des aktuellen Trainingsfehlers hin zu höherer Modellkomplexität ersichtlich. Aufgrund der Ausgleichsrechnung zur Bestimmung des ersten globalen Modells entspricht der Trainingsfehler anfangs exakt dem Trainingsfehler des zuvor geschilderten Falls. Gleiches gilt für die modellbasierte Sensitivität. Das geringere Prozess- und Messrauschen führt jedoch zu einem geringeren Niveau des Grenzwerts der aktuellen Modellgüte sowie zu einem geringeren Anstieg bei zunehmender Modellkomplexität.

Über die Wahl des Prozess- und Messrauschens kann also die Anpassungsgüte des Modells gesteuert werden. Sind Prozess- und Messrauschen bekannt, lässt sich mit diesem Abbruchkriterium *Overfitting* vermeiden, vorausgesetzt es treten keine Ausreißer auf. Das Abbruchkriterium ist somit grundsätzlich für den Einsatz bei einer geringen Anzahl von Stützstellen, wie bei der Vermessung des Gießprozesses gefordert, geeignet. Ein weiterer vorteilhafter Aspekt bei der Verwendung des Abbruchkriteriums ist die Möglichkeit der Durchführung einer globalen Sensitivitätsanalyse mittels der ermittelten lokalen Sensitivitäten, wodurch die Signifikanz der Eingangsgrößen beurteilt werden kann (s. SOBOL & KUCHERENKO (2010)). Bezüglich der Vermeidung von *Underfitting* ist insbesondere die Lage der Stützstellen in Bezug zum wahren, aber unbekannten Prozessverhalten von großer Bedeutung.

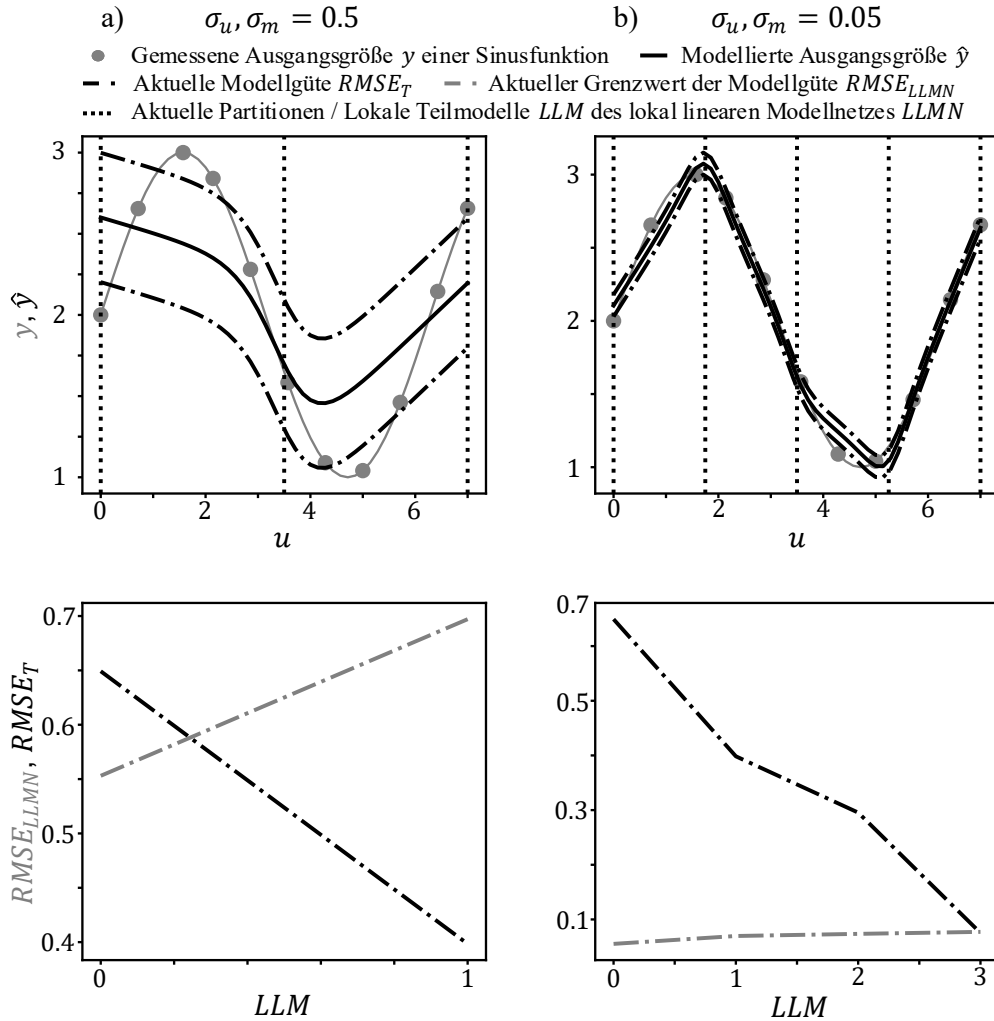


Abbildung 5.13: Einfluss der Standardabweichungen des Prozess- σ_u und Messrauschens σ_m auf die Modellkomplexität, die Modellgüte $RMSE_T$ und den Grenzwert der Modellgüte $RMSE_{LLMN}$ der lokal linearen Modellnetze bei Modellierung einer verschobenen Sinusfunktion unter Verwendung des Abbruchkriteriums

5.8.3 Validierung

Im Anschluss an jedes Training werden die identifizierten lokal linearen Modellnetze validiert. In diesem Zusammenhang wird die Generalisierungsfähigkeit, d. h. die Prognosefähigkeit der Modelle für nicht zum Training benutzte Datensätze, untersucht. Da eine möglichst effiziente Vermessung mit wenigen Gießprozesssimulationen bzw. wenigen praktischen Versuchen realisiert werden soll, wird auf die Methode der Kreuzvalidierung (*Cross-Validation, CV*) zurückgegriffen.

Bei der Kreuzvalidierung werden allgemein sämtliche Datensätze sowohl zum Training als auch zur Validierung genutzt. Dafür wird entweder eine vollständig oder aber eine verteilungsbasiert randomisierte Einteilung der Datensätze in eine definierte Anzahl K annähernd gleich großer Blöcke vorgenommen. Nacheinander werden dann die Datensätze eines Blocks zur Validierung der Modelle vorgehalten und die Datensätze der weiteren Blöcke zum Training der Modelle verwendet. Die *Leave-One-Out-Cross-*

Validation (LOOCV) ist dadurch charakterisiert, dass die jeweiligen Blöcke aus genau einem Datensatz bestehen. Die Anzahl der Blöcke K entspricht also der Anzahl der Datensätze N .

Hier wird die Prognosefähigkeit der Modelle anhand einer LOOCV in Bezug auf die N Datensätze beurteilt. Der LOOCV-Fehler $LOOCV_N$ lässt sich durch

$$LOOCV_N = \frac{1}{N} \cdot \sum_{i=1}^N (y_i - \hat{y}_i)^2 \quad (5.37)$$

mit

$$\hat{y}_i = \hat{y}_{N \setminus i},$$

ermitteln. Darin ist y_i der gemessene Ausgang und $\hat{y}_{N \setminus i}$ die Vorhersagewerte eines Modells für den i -ten Datensatz, wobei dieser beim Training ausgelassen wurde.

Umfangreiche Datensätze führen insbesondere bei der LOOCV zu einem hohen Rechenaufwand. HARTMANN (2014) leitet daher einen Ansatz zur näherungsweisen Abschätzung des LOOCV-Fehlers für lokale Modellnetze her. Danach kann der LOOCV-Fehler vereinfacht durch

$$LOOCV_N = \frac{1}{N} \cdot \sum_{i=1}^N \left(\frac{y_i - \hat{y}_i}{1 - \sum_{j=1}^M H_{ii,j}} \right)^2 \quad (5.38)$$

mit der gewichteten Hut-Matrix (vgl. Gleichung (3.21))

$$H_j = W_j U (U^T W_j U)^{-1} U^T W_j$$

und den Trainingsmodellausgängen bestimmt werden. Darüber hinaus lassen sich durch Interpolation der lokalen Modell- und Kreuzvalidierungsfehler an den Stützstellen mittels der Gültigkeitsfunktionen des Trainingsmodells ein Validierungs- und ein Validierungsfehlermodell gewinnen.

Die Validierung wird als erfolgreich angesehen, falls alle Modelle die vorgeschlagene Ungleichung

$$\frac{RMSE_V}{RMSE_T} \leq 2, \quad RMSE_T, RMSE_V, 2 \in \mathbb{R}^{2 \cdot n_T + n_Q} \quad (5.39)$$

mit

$$RMSE_V = \sqrt{LOOCV_N}$$

erfüllen. Ist die Wurzel des LOOCV-Fehlers also für eines der Modelle größer als der doppelte Trainingsfehler, d. h. außerhalb des einseitigen 97,725 % - Prognoseintervalls (vgl. Tabelle 3.1), wird die schrittweise Vermessung ohne die nachfolgend dargelegte Optimierung fortgesetzt.

Für ausführlichere Informationen sei an dieser Stelle auf BISHOP (2006), HASTIE et al. (2009), HARTMANN (2014) sowie RHEIN (2014) verwiesen.

5.9 Optimierungs-Modul

Stehen validierte Modelle aller betrachteten Zustands- und Ausgangsgrößen zur Verfügung, wird im Optimierungs-Modul eine robust-zuverlässige Mehrzieloptimierung vorgenommen. Im folgenden Kapitel wird die Herleitung der entwickelten Formulierung des Optimierungsproblems für die robuste und zuverlässige Auslegung des Niederdruck-Kokillen-Gießprozesses beschrieben.

5.9.1 Robustes und zuverlässiges Mehrzieloptimierungsproblem

Das verfolgte Ziel der Optimierung ist die gleichzeitige Minimierung der Ausschussquote ASQ und der Zykluszeit t_c unter parametrischen Unsicherheiten $\mathbf{X}$. Die Ausschussquote bezeichnet dabei allgemein die Anzahl fehlerhafter Produkte bezogen auf die Gesamtproduktionsmenge. Diese Kennzahl wird als Synonym für die Qualität des Gießprozesses angesehen. Die Zykluszeit steht stellvertretend für die Ausbringungsmenge bzw. die Produktivität. (vgl. Abschnitt 5.3)

Um sich der komplexen Aufgabenstellung zu nähern, wird zunächst sukzessive das deterministische statische Mehrzieloptimierungsproblem formuliert. In diesem Fall lautet die Zielfunktion:

$$\min_{\mathbf{u} \in \mathbb{R}^{n_f}} (\widehat{ASQ}(\mathbf{u}), \hat{t}_c(\mathbf{u})) \quad (5.40)$$

Darin ist $\mathbf{u}$ der gesuchte Arbeitspunkt bzw. Vektor der Maschinenparameter, für den die geschätzte Ausschussquote $\widehat{ASQ}(\mathbf{u})$ bzw. die Fehlerwahrscheinlichkeit $PoF(\mathbf{u})$ sowie die Zykluszeit $\hat{t}_c$ gleichzeitig minimal werden.

Die Formel zur Bestimmung der geschätzten Ausschussquote lässt sich im ersten Schritt anhand des Wahrscheinlichkeitsbaums (vgl. Abbildung 5.14 und Abschnitt 3.1.2) ableiten. Die Wahrscheinlichkeit für ein fehlerfreies Bauteil $P(\overline{AS})$ kann durch das Produkt der Einzelwahrscheinlichkeiten p_i , $i = 1 \dots n_Q$, dass die modellierten Qualitätsmerkmale $\widehat{QM}$ unterhalb ihrer zugeordneten Spezifikationsgrenzen **Limits** liegen, ermittelt werden. Die Gegenwahrscheinlichkeit, d. h. die Wahrscheinlichkeit für Ausschuss $P(AS)$ bzw. die geschätzte Ausschussquote $\widehat{ASQ}$, berechnet sich dementsprechend zu:

$$\widehat{ASQ} = P(AS) = 1 - P(\overline{AS}) = 1 - \prod_{i=1}^{n_Q} p_i \quad (5.41)$$

Im zweiten Schritt erfolgt dann eine Abschätzung der Einzelwahrscheinlichkeiten mittels Z-Standardisierung der normalverteilt angenommenen, lokalen (biasadaptierten) Validierungsfehler $RMSE_{V_{QM_i}}$, $i = 1 \dots n_Q$, und der Wahrscheinlichkeitsverteilungsfunktion der Standardnormalverteilung Φ (vgl. Abschnitt 3.1.2):

$$z_i = \frac{Limit_i - \widehat{QM}_i}{RMSE_{V_{QM_i}}}, \quad i = 1 \dots n_Q \quad (5.42)$$

$$p_i = \Phi(z_i), \quad i = 1 \dots n_Q$$

Durch Einsetzen der Formel zur Abschätzung der Ausschussquote in obige Zielfunktion resultiert die finale Version der Zielfunktion des Mehrzieloptimierungsproblems:

$$\min_{\mathbf{u} \in \mathbb{R}^{n_F}} \left(1 - \prod_{i=1}^{n_Q} \Phi(z_i(\mathbf{u}), \hat{t}_c(\mathbf{u})) \right) \quad (5.43)$$

Zur Vervollständigung fehlt nun noch die Angabe der Neben- oder auch Randbedingungen.

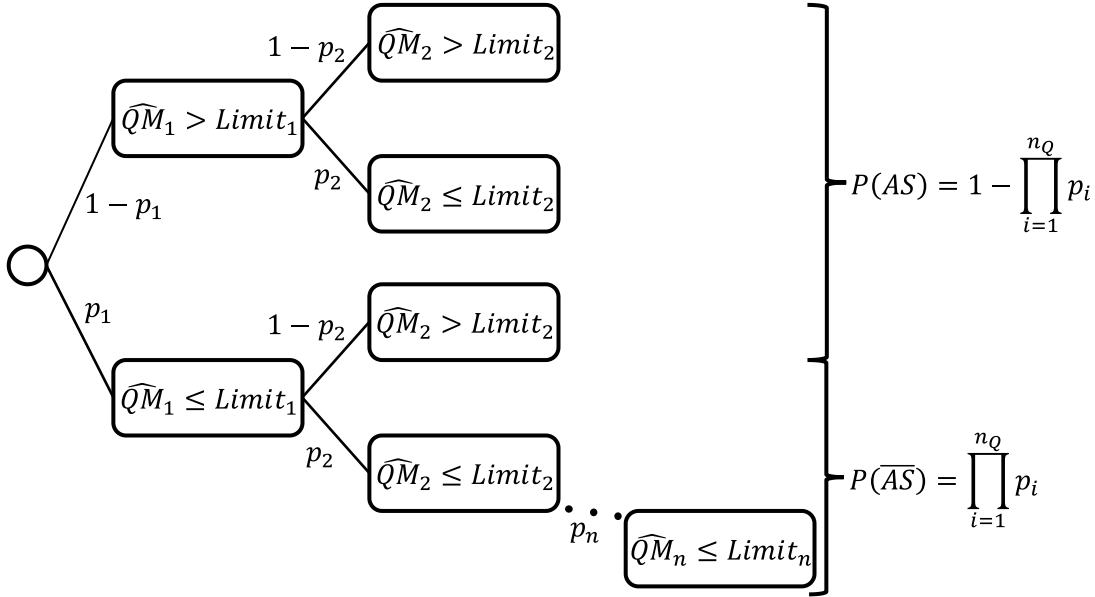


Abbildung 5.14: Wahrscheinlichkeitsbaum der modellierten Qualitätsmerkmale $\widehat{QM}$ mit Eintritts- und Gegenwahrscheinlichkeiten $\mathbf{p}$ und $\mathbf{1} - \mathbf{p}$ für die Überschreitung der zugeordneten Spezifikationsgrenze $\mathbf{Limits}$ zur Schätzung der Ausschuss- $P(AS)$ und der Gegenwahrscheinlichkeit $P(\overline{AS})$

Um die Prozesszuverlässigkeit zu garantieren, müssen zunächst alle Ausgangsbeschränkungen, welche eine ungeplante Prozessunterbrechung zur Folge hätten, in einem möglichen Arbeitspunkt strikt eingehalten werden. Die harten Ungleichungsnebenbedingungen für die kritischen Ausgänge lassen sich gemäß *Six Sigma* folgendermaßen in einheitlicher Form formulieren (vgl. Abschnitt 5.6):

$$\widehat{QM}_{CO}(\mathbf{u}) + 6 \cdot RMSE_{V_{CO}}(\mathbf{u}) < \mathbf{Limits}, \widehat{QM}_{CO}, RMSE_{V_{CO}}, \mathbf{Limits} \in \mathbb{R}^{n_{CO}} \quad (5.44)$$

$$CO \subseteq Q$$

Mittels dieser Ungleichungen wird für ein einzelnes Qualitätsmerkmal bzw. eine einzelne Ausgangsbeschränkung eine Fehlerwahrscheinlichkeit bzw. Wahrscheinlichkeit für eine Prozessunterbrechung von lediglich

$$\tilde{P} = (1 - \Phi(6)) \cdot 100 \% = 9,866 \cdot 10^{-8} \%$$

erreicht (vgl. Tabelle 3.1). Würde obige Ungleichung (Gleichung (5.44)) für alle Qualitätsmerkmale verwendet, resultierte eine konservative Prozessauslegung mit theoretisch bekannter Ausschussquote. Theoretisch bekannt deshalb, da vor der Prozessauslegung

die exakte Anzahl auftretender Fehlstellen unbekannt ist. Dennoch könnte die Ausschussquote aus der Zielfunktion entfernt und nachträglich abgeschätzt werden, da diese selbst bei einer großen Anzahl an Qualitätsmerkmalen marginal wäre.

Eine Vermeidung dieses Szenarios kann erreicht werden, indem für weitere Qualitätsmerkmale jeweils eine zunächst undefinierte größere Überschreitung der jeweiligen Spezifikationsgrenze zugelassen wird. Es wird demnach nicht die Anzahl an Standardabweichungen bis zur Spezifikationsgrenze je Qualitätsmerkmal zur Realisierung einer gewünschten maximalen Ausschussquote von vornherein gesetzt. Dies wäre ohnehin schwierig, da, wie zuvor erwähnt, die genaue Anzahl lokal auftretender Fehlstellen vorab unbekannt ist und zudem eine Beschränkung des Lösungsraums vorgenommen würde.

Komplettiert werden die Nebenbedingungen durch Einbeziehung des derzeitigen theoretischen Parameterraums $PS_{theo.}$:

$$\mathbf{u} \in PS_{theo.} \quad (5.45)$$

Der derzeitige theoretische Parameterraum erstreckt sich über die bereits vermessenen Stützstellen und kann bedingt durch die Eingangsbeschränkungen, welche neben den Ausgangsbeschränkungen für einen zuverlässigen Prozess eingehalten werden müssen, eine nicht-rechteckige Gestalt annehmen.

Das deterministische statische Mehrzieloptimierungsproblem kann dementsprechend zusammenfassend geschrieben werden als:

$$\min_{\mathbf{u} \in \mathbb{R}^{n_F}} \left(1 - \prod_{i=1}^{n_Q} \Phi(z_i(\mathbf{u})), \hat{t}_c(\mathbf{u}) \right)$$

unter Berücksichtigung von (5.46)

$$\widehat{QM}_{CO}(\mathbf{u}) + 6 \cdot RMSE_{V_{CO}}(\mathbf{u}) < Limits, \widehat{QM}_{CO}, RMSE_{V_{CO}}, Limits \in \mathbb{R}^{n_{CO}}$$

$$\mathbf{u} \in PS_{theo.}$$

$$CO \subseteq Q$$

Um also die geschätzte Ausschussquote bzw. Fehlerwahrscheinlichkeit zu minimieren, ist das Produkt der Einzelwahrscheinlichkeiten für das Vermeiden einer Limit- bzw. Spezifikationsgrenzenverletzung und damit der Abstand der geschätzten Qualitätsmerkmale zu den Limits bzw. Spezifikationsgrenzen zu maximieren.

Bedingt durch die geplanten Prozessunterbrechungen in Form der Wechsel der Gießöfen und den damit verbundenen Abkühl- und Aufheizphasen der Kokille reicht die Betrachtung des stationären Prozessverhaltens innerhalb der Optimierung nicht aus. Vielmehr kann sich in Abhängigkeit des Verhältnisses zwischen Aufheiz- und Stationärzyklen je Gießofen eine respektable Ausschussquote im stationären Zustand als trügerisch bezüglich der Gesamtausschussquote erweisen.

Daraus folgend wird das formulierte Optimierungsproblem um die systematische Unsicherheit in der Nebenzeit und die damit einhergehende Prozessdynamik erweitert.

Schlussendlich bedeutet dies, dass sämtliche Gießzyklen n_k zwischen zwei Ofenwechseln zur Abschätzung der Ausschussquote betrachtet werden. In diesem Zusammenhang wird also von einer konstanten Prozessstörung in Form der verlängerten Nebenzeit ausgegangen. Die erwartete Ausschussquote ergibt sich dann als Mittelwert der Einzelwahrscheinlichkeiten für Ausschuss $P(AS)$ über die Gießzyklen:

$$\widehat{ASQ} = P(AS) = \frac{1}{n_k} \cdot \sum_{k=1}^{n_k} \left(1 - \prod_{i=1}^{n_Q} p_i \right) \quad (5.47)$$

Damit gilt für das deterministische dynamische Mehrzieloptimierungsproblem:

$$\min_{\mathbf{u} \in \mathbb{R}^{n_F}} \left(\frac{1}{n_k} \cdot \sum_{k=1}^{n_k} \left(1 - \prod_{i=1}^{n_Q} \Phi(z_i(\mathbf{u})) \right), \hat{t}_C(\mathbf{u}) \right)$$

unter Berücksichtigung von

$$\begin{aligned} \widehat{QM}_{CO}(\mathbf{u}, \hat{\theta}_{M_S}) + 6 \cdot \mathbf{RMSE}_{V_{CO}}(\mathbf{u}, \hat{\theta}_{M_S}) &< \mathbf{Limits}, \\ \widehat{QM}_{CO}, \mathbf{RMSE}_{V_{CO}}, \mathbf{Limits} &\in \mathbb{R}^{n_{CO} \cdot n_k} \\ \mathbf{u} &\in PS_{theo}. \\ CO &\subseteq Q \end{aligned} \quad (5.48)$$

Gleichung (5.48) wird hier aufgrund der systematischen Unsicherheit als deterministisch bezeichnet.

Da während der Serienproduktion unweigerlich weitere Schwankungen in den Prozessparametern wie regelungstechnisch bedingte Variationen der Gießtemperatur und Füllzeit, geringfügiger abweichende Nebenzeiten als die systematische Prozessstörung, variierende Startzeitpunkte der Durchflüsse und Vorlauftemperaturen der Kühlungen zwischen unterschiedlichen Maschinen - um nur einige Beispiele zu nennen - auftreten, werden diese Abweichungen vom Nominalzustand in die Optimierung aufgenommen. Aus dem deterministischen wird damit ein unsicheres bzw. stochastisches Mehrzieloptimierungsproblem, welches die folgende Gestalt annimmt (vgl. Abschnitt 3.1.5):

$$\min_{\mathbf{u} \in \mathbb{R}^{n_F}} \left(\widehat{ASQ}(\mathbf{u}, \mathbf{X}(\mathcal{E})), \hat{t}_C(\mathbf{u}, \mathbf{X}(\mathcal{E})) \right)$$

unter Berücksichtigung von

$$\begin{aligned} \widehat{QM}_{CO}(\mathbf{u}, \hat{\theta}_{M_S}, \mathbf{X}(\mathcal{E})) + 6 \cdot \mathbf{RMSE}_{V_{CO}}(\mathbf{u}, \hat{\theta}_{M_S}, \mathbf{X}(\mathcal{E})) &< \mathbf{Limits}, \\ \widehat{QM}_{CO}, \mathbf{RMSE}_{V_{CO}}, \mathbf{Limits} &\in \mathbb{R}^{n_{CO} \cdot n_k} \\ \mathbf{u}_X &\in PS_{theo}. \end{aligned} \quad (5.49)$$

Das deterministische Äquivalent des unsicheren Problems minimiert die maximal erwartete Ausschussquote in der Umgebung eines Arbeitspunkts bei strikter Einhaltung der Nebenbedingungen. Dementsprechend ist das finale Min-Max- bzw. strikte robuste Optimierungsproblem gegeben durch:

$$\min_{\mathbf{u} \in \mathbb{R}^{n_F}} (\widehat{WCS}_{ASQ}(\mathbf{u}), \widehat{WCS}_{t_C}(\mathbf{u}))$$

mit

$$\widehat{WCS}_{ASQ}(\mathbf{u}) = \max_{\mathbf{x} \in X(\mathcal{E})} \widehat{ASQ}(\mathbf{u}, \mathbf{x})$$

und

$$\widehat{ASQ}(\mathbf{u}, \mathbf{x}) = \frac{1}{n_k} \cdot \sum_{k=1}^{n_k} \left(1 - \prod_{i=1}^{n_Q} \Phi(z_i(\mathbf{u}, \mathbf{x})) \right)_k$$

und

$$z_i = \frac{Limit_i - \widehat{QM}_i}{RMSE_{V_{QM_i}}} \quad (5.50)$$

unter Berücksichtigung von

$$\widehat{WCS}_{CO}(\mathbf{u}) + 6 \cdot RMSE_{V_{CO}}(\mathbf{u}) < Limits,$$

$$\widehat{WCS}_{CO}, RMSE_{V_{CO}}, Limits \in \mathbb{R}^{n_{CO} \cdot n_k}$$

$$\mathbf{u}_X \in PS_{theo.}$$

$$CO \subseteq Q$$

wobei

$$\widehat{WCS}_{CO}(\mathbf{u}) = \max_{\mathbf{x} \in X(\mathcal{E})} \widehat{QM}_{CO}(\mathbf{u}, \hat{\theta}_M, \mathbf{x})$$

Die nur vage bekannten Wahrscheinlichkeitsverteilungen der unsicheren Parameter werden zur Lösung des behandelten robust-zuverlässigen Optimierungsproblems nicht benötigt. Allerdings sind nunmehr aus allen Szenarien die Worst-Case-Szenarien der unabhängigen Zielfunktionen und der Randbedingungen im Unsicherheitsbereich zu ermitteln. Die Kenntnis bzw. Festlegung der maximalen Unsicherheitsspannweiten je Parameter um den nominalen Wert ist dabei von großer Bedeutung, da diese Einfluss auf die Zulässigkeit, Zuverlässigkeit sowie die Konservativität der Lösung haben können (vgl. z. B. EHRGOTT (2014) und BEYER & SENDHOFF (2007)).

Ein möglicher Ansatz ist die direkte Lösung der dynamischen inneren bzw. lokalen Worst-Case-Probleme für einen globalen Kandidatenpunkt, was als Optimalsteuerungsproblem innerhalb des bilevelartigen Optimierungsproblems angesehen werden kann. Daneben können die dynamischen Worst-Case-Szenarien auch durch eine (Quasi-) Monte-Carlo-Simulation innerhalb des Unsicherheitsbereichs des möglichen Arbeitspunkts geschätzt werden. Im Rahmen dieses Ansatzes, welcher auch im Zuge einer wahrscheinlichkeitstheoretischen Formulierung des unsicheren Optimierungsproblems verwendet werden kann (vgl. HARDIN et al. (2015)), wird die unendliche Menge an Szenarien aus dem Unsicherheitsbereich durch eine diskrete, gleichverteilte Teilmenge angenähert. Je größer diese Teilmenge gewählt wird, desto höher ist die Approximationsgüte der Worst-Case-Szenarien. Bedingt durch die Systemdynamik ist dabei jedoch zu beachten, dass prinzipiell für sämtliche Szenarien eines Gießzyklus sämtliche Szenarien für den darauffolgenden Gießzyklus usw. zu untersuchen sind. Abschließend

ist dann der Pfad mit der maximalen erwarteten Ausschussquote zu bestimmen. Eine Vereinfachung bietet die dynamische Monte-Carlo-Simulation mit verschiedenen, konstanten Stellgrößen, worunter gegebenenfalls die Schätzgüte leidet.

Alternativ kann zur Komplexitätsreduktion innerhalb der Optimierung ein statisches Modell der erwarteten Worst-Case-Ausschussquote gebildet werden, wodurch dem Problem mit der Modellgüte allerdings eine zusätzliche Unsicherheit hinzugefügt wird.

Im Rahmen dieser Arbeit wird die global-lokale Optimierung, d. h. die direkte lokale Optimierung der Ausschussquote und Randbedingungen im Unsicherheitsbereich der globalen Kandidatenpunkte, verfolgt. Das Worst-Case-Szenario der Zykluszeit wird hingegen durch einfache Addition der relevanten Zeitkomponenten mit den betragsmäßigen Abweichungen bestimmt. Somit sind die Robustheits- und Zuverlässigkeitsbetrachtungen im Raum der Zielfunktionen und Ausgangsbeschränkungen vollständig gegeben.

Die Zulässigkeit und damit auch (Gesamt-)Zuverlässigkeit R einer Lösung wird - wie im deterministischen Fall - erst durch die Einhaltung der Eingangsbeschränkungen sichergestellt. Der Unterschied liegt darin, dass die Eingangsbeschränkungen nun für sämtliche Szenarien aus dem Unsicherheitsbereich für einen nominalen Kandidatenpunkt erfüllt werden müssen. Da die Optimierung zudem nur über dem aktuellen theoretischen Parameterraum ausgeführt werden soll, wird dieser für die nominalen Lösungskandidaten reduziert.

Die Randbedingungen $\mathbf{u}_X \in PS_{theo.}$ nehmen dann folgende Form an:

$$\mathbf{u} \in \overline{PS}_{theo.}$$

mit

$$\overline{PS}_{theo.} = [LB + \varepsilon_{LB}, UB - \varepsilon_{UB}] \quad (5.51)$$

und

$$t_{DC} - \varepsilon_{t_{DC}LB} \geq t_{CCS_i} + \varepsilon_{t_{CCS_i}UB} + t_{CCD_i} + \varepsilon_{t_{CCD_i}UB}, i = 1 \dots n_c.$$

Der reduzierte Parameterraum $\overline{PS}_{theo.}$ des derzeitigen theoretischen Parameterraums $PS_{theo.}$ ergibt sich also durch die Addition der unteren Grenzen des Unsicherheitsbereichs mit den unteren Grenzen und Subtraktion der oberen Grenzen des Unsicherheitsbereichs von den oberen Grenzen. Zur sicheren Einhaltung der Eingangsbeschränkungen werden die daraus hervorgehenden nicht-rechteckigen Begrenzungen (vgl. Abschnitt 5.6) um die Distanz zwischen schlimmstem Eckpunkt und nominalen Punkt des Unsicherheitsbereichs im Parameterraum verschoben.

Eine Variante zu dieser Vorgehensweise ist die Zusammenfassung aller Nebenbedingungen des unsicheren Optimierungsproblems zu

$$\mathbf{u}_X \in PS_{Real}, \quad (5.52)$$

wobei mittels linearer Optimierung eine größere Distanz der nominalen Lösung zur

konvexen Hülle der bisher gefahrenen Versuchspunkte als zum schlimmsten Eckpunkt bzw. Worst-Case des Unsicherheitsbereichs sichergestellt wird. (vgl. NEMIRKO & DULA (2021))

5.9.2 Ermittlung des robusten und zuverlässigen Arbeitspunkts

Die Lösung des zweistufigen robust-zuverlässigen Optimierungsproblems aus dem vorherigen Abschnitt erfolgt mit dem NSGA-II, in welchen eine sequentielle quadratische Optimierung (vgl. Abschnitt 3.1.5) eingebettet ist. Die Algorithmen werden mit den Standardwerten von HADKA (2017) für den NSGA-II und des *SciPy v1.14.1 Manuals* (SCIPY (2024)) für die sequentielle quadratische Optimierung parametrisiert. Zur Erhöhung der Wahrscheinlichkeit des Findens eines globalen Optimums für das innere Optimalsteuerungsproblem kann die sequentielle quadratische Optimierung für unterschiedliche, auf Basis eines *Latin Hypercube Samplings* generierte Stützstellen mehrfach ausgeführt werden (vgl. beispielsweise SHI (2012) und Abschnitt 3.1.5).

Aufgrund der Tatsache, dass im Zuge einer Mehrzieloptimierung eine Menge best-möglicher Kompromisse gefunden wird, ist anschließend eine Analyse der Kompromisse notwendig. Eine naheliegende Vorgehensweise ist hierbei, sich zunächst die Umgebung des Punkts der Pareto-Front mit der geringsten Distanz zu den Punkten der Pareto-Front mit den jeweiligen optimalen Funktionswerten der Zielfunktionen (geschätzte Worst-Case-Ausschussquote und -Zykluszeit) sowie diese Punkte selbst anzuschauen. Die Punkte der Pareto-Front werden entsprechend sortiert.

Auf dieser Basis kann beurteilt werden, ob die Vermessung fortgesetzt wird. Im Fall der Fortsetzung wird anhand der aktuellen Anzahl an Versuchspunkten n_{TP} , d. h. der Trainingsdaten N_T , die Anzahl der Validierungsdaten N_V , d. h. weiterer Stützstellen, bestimmt. Weit verbreitet ist eine Aufteilung von

$$\text{Trainingsdatensatz } N_T : \text{Validierungsdatensatz } N_V \approx 80 \% : 20 \%,$$

woraus unmittelbar

$$N_V \approx \frac{1}{4} \cdot N_T = \frac{1}{4} \cdot n_{TP}$$

folgt. In der folgenden Schleife wird demnach mindestens diese Anzahl an Versuchspunkten gemäß dem vorgestellten Verfahren vermessen.

Sind die Ergebnisse zufriedenstellend, wird abschließend eine Validierung des ausgewählten Arbeitspunkts durchgeführt. Die Validierung wird angenommen, falls alle Zustands- und Ausgangsgrößen innerhalb des aktuellen Generalisierungsfehlers $RMSE_V$ ihres jeweiligen Modells liegen.

6 Anwendungsbeispiel

In diesem Kapitel wird der vorgestellte Ansatz anhand eines industriellen Niederdruck-Kokillen-Gießprozesses validiert. Aus Geheimhaltungs-, Kapazitäts- und Kostengründen kann die robust-zuverlässige Gießprozessauslegung nur in begrenztem Umfang demonstriert werden. Dabei werden jedoch alle entwickelten Methoden, welche jeweils als eigenständige Softwaremodule umgesetzt und zum teilautomatisierten Verfahren gekoppelt wurden, generell beleuchtet und analysiert.

6.1 Ausgangssituation

Das CAD-Modell des betrachteten Hilfsrahmens für ein Automobil mitsamt des Werkzeugs ist in Abbildung 6.1 dargelegt. Gieß- und Speisungssystem, Kühlungen sowie Thermoelemente sind aus Gründen der Geheimhaltung nicht in die Zeichnung integriert.

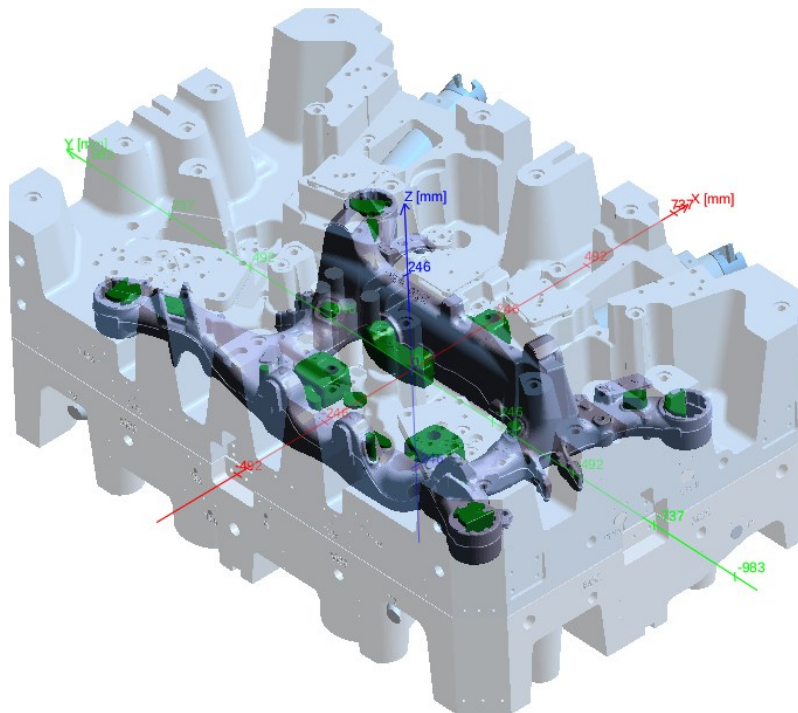
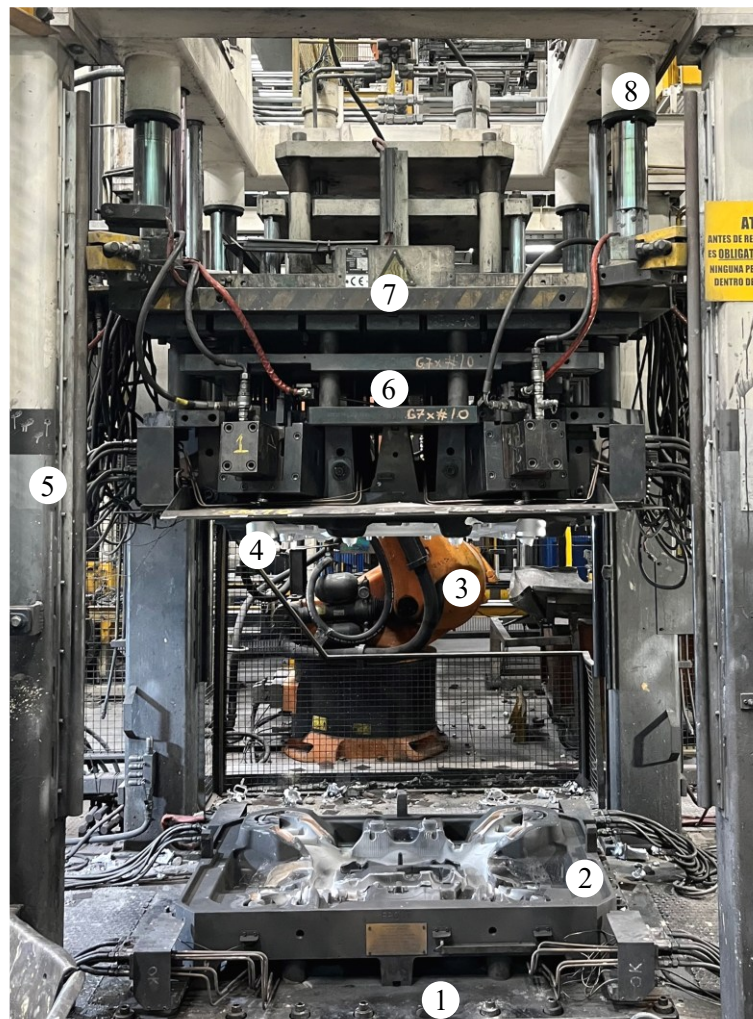


Abbildung 6.1: CAD-Modell des Gussteils mit Sandkern (grün) sowie der Kokille ohne Gieß- und Speisungssystem, Kühlungen und Thermoelemente

Dieses Gussteil wird aktuell in Serie hergestellt. Dazu ist das Werkzeug, respektive die Kokille, an einer Niederdruck-Kokillen-Gießmaschine angebracht. Abbildung 6.2 zeigt den Aufbau und das Umfeld der Gießmaschine im Anschluss an einen Abguss. Nicht auf dem Bild zu erkennen ist der Gießofen, der sich unterhalb der festen Aufspannplatte im dafür vorgesehenen Keller der Produktionshalle befindet (vgl. Abbildung 2.2). Daneben ist der Sandkern nicht sichtbar, da dieser während der Aufnahme gerade vom Roboter im Hintergrund gegriffen wird.



- | | |
|-----------------------------|---------------------|
| 1 Feste Aufspannplatte | 2 Kokillenunterteil |
| 3 Roboter | 4 Gussteil |
| 5 Führungssäule | 6 Kokillenoberteil |
| 7 Bewegliche Aufspannplatte | 8 Hubzylinder |

Abbildung 6.2: Aufbau und Umfeld der Niederdruck-Kokillen-Gießmaschine zur seriellen Fertigung des betrachteten Gussteils im Anschluss an einen Gießvorgang. Der Gießofen befindet sich unterhalb der festen Aufspannplatte im dafür vorgesehenen Keller der Produktionshalle. Der Sandkern wird aktuell vom Roboter im Hintergrund gegriffen.

Trotz der bereits angelaufenen Serienfertigung wurde eine robust-zuverlässige Prozessauslegung am realen Gießprozess mit dem Verfahren durchgeführt. Ziel war die Validierung und Verifizierung durch eine weitere Reduzierung der Ausschussrate in der Serienproduktion sowie die Vertiefung des Prozessverständnisses samt Aufbau einer Wissensbasis. Da Gussteil- und Werkzeugdesign nur mit großem Aufwand verändert werden können, wurde der Fokus auf die Variation der einstellbaren Maschinenparameter gelegt. In diesem Zusammenhang sei nochmals erwähnt, dass das Verfahren

prinzipiell in jedem Entwicklungsschritt (vgl. Abschnitt 5.1) und somit auch unter Verwendung von Systemdesignparametern eingesetzt werden kann.

Insgesamt wurden im Zuge der Vermessung bei Variation von 13 Maschinenparametern 20 Versuche zur Ermittlung eines robust-zuverlässigen Arbeitspunkts durchgeführt. Dabei wurde zur Reduzierung des Versuchsaufwands bereits die Symmetrie des Gussteils ausgenutzt. Bis auf die Umgebungsbedingungen wurden alle weiteren messbaren Größen annähernd konstant gehalten. Die stochastischen Schwankungen der Umgebungsbedingungen, des Schlichtezustands der Kokille sowie der Sandkernqualität gelten somit als Rauschanteile.

Die Versuchspunkte wurden unter Verwendung des DoE-Moduls allesamt vorab bestimmt. Die Vorabbestimmung der Versuchspunkte stellt hier keinesfalls einen Gegensatz zur vorgeschlagenen sequentiellen Herangehensweise dar, da per se diese Mindestversuchspunktzahl zur Modellbildung erforderlich ist. Außerdem wurde zur Validierung des DoE-Moduls bei der Berechnung der Versuchspunkte sequentiell vorgegangen. Die resultierende Versuchspunktverteilung ist in Abbildung 6.3 anhand einer unteren Streudiagramm-Dreiecksmatrix gezeigt.

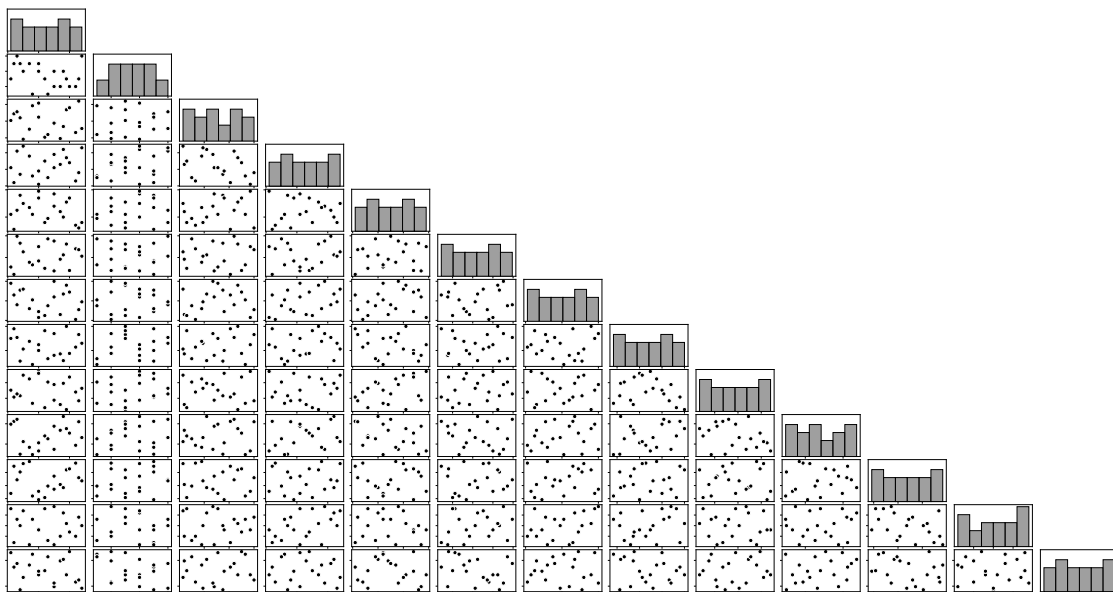


Abbildung 6.3: Matrixdarstellung der 2D-Projektionen der Versuchspunkte des entwickelten Versuchsplans zur praktischen Validierung des Verfahrens

Die Abbildung verdeutlicht grundsätzlich die guten raumfüllenden Eigenschaften des generierten Versuchsplans. Allerdings sind auch Lücken in den projizierten Verteilungen der Versuchspunkte zu erkennen, welche teilweise darauf zurückgeführt werden können, dass die Maschinenparameter für die Vermessung vereinfacht auf den nächsten ganzzahligen Wert gerundet wurden. Für eine robust-zuverlässige Prozessauslegung werden diese jedoch in Kauf genommen, da derartige Variationen kompensiert werden sollten. Dementsprechend scheint die Verwendung des DoE-Moduls mit dem implementierten *MaxPro-Kriterium* auch für höherdimensionale Parameterräume geeignet zu sein, so dass die Validierung als erfolgreich angesehen werden kann.

Dennoch eröffnet die Thematik der diskreten, ganzzahligen Stützstellen Raum für weitere Untersuchungen.

In den folgenden Abschnitten wird die erste Iterationsschleife der Gießprozessauslegung zwecks Demonstration der Leistungsfähigkeit der Gesamtstrategie vorgestellt. Begonnen wird gemäß den Abschnitten 5.1 und 5.4 mit der virtuellen Prozessauslegung auf Basis der Gießprozesssimulation. Anschließend wird auf die reale Prozessauslegung eingegangen. In beiden Fällen wird auf die generierten Ergebnisse der bereits durchgeführten realen robust-zuverlässigen Prozessauslegung in genereller Form zurückgegriffen. Der Einfachheit halber wird dabei allerdings eine Dimensionsreduktion vorgenommen.

6.2 Virtuelle Prozessauslegung

Obwohl die Gießprozesssimulation eine effiziente Option zur Gießprozessanalyse bietet (vgl. Abschnitt 3.2), gestaltet sich die virtuelle Validierung des Ansatzes als herausfordernd und aufwändig. Hintergrund ist, dass das dynamische Systemverhalten in Form des Aufheizens der Kokille für unterschiedliche Parameterkombinationen, respektive Versuchspunkte oder auch Stützstellen, nach einer umfangreicheren Prozessstörung aktuell nur manuell mit Hilfe der Gießprozesssimulation abgebildet werden kann. Die speziell für diesen Anwendungsfall realisierte Kommunikationsschnittstelle zwischen *Analysetool* und Gießprozesssimulation zur Automatisierung des Workflows war zum Zeitpunkt der experimentellen Untersuchungen noch nicht adäquat nutzbar. Eine realitätsnahe robust-zuverlässige Prozessauslegung sollte diese Phasen jedoch beinhalten (vgl. Abbildung 2.3). Im Zuge der Auslegung des Serienprozesses wurde die virtuelle Gießprozessauslegung mittels des entwickelten Verfahrens aufgrund der genannten Herausforderungen ignoriert.

Zur Vorstellung und Validierung des Verfahrens am betrachteten Gussteil- und Werkzeugdesign wurden jedoch nachträglich für selektierte Stützstellen des Versuchsplans manuell Ergebnisse anhand der umfangreichen Gießprozesssimulationen unter Vernachlässigung der Formfüllung erzeugt.

6.2.1 Festlegung der Limits für die virtuelle Gießprozessauslegung

Maschinenparameter

Im Rahmen der Versuchsplanung für die Gießprozesssimulation stellt sich im ersten Schritt die Frage nach den groben Limits der Maschinenparameter (vgl. Abschnitte 5.4 und 5.5), welche im Konfigurations-Modul anzusetzen sind. Hier wird sich auf die Maschinenparameter Haupt- und Nebenzeit beschränkt. Der hochdimensionale Parameterraum (s. Abbildung 6.3) wird also durch Zusammenfassung der Füll-, Druckhalte- und Härtezeit zur Hauptzeit sowie das Ignorieren der Kühlungen reduziert. Dementsprechend sind die oberen und unteren Schranken für die genannten variablen Stellgrößen bzw. Faktoren zu definieren.

Die Abschätzung der Erstarrungszeit als untere Schranke der Hauptzeit $t_{DC_{LB}}$ wird basierend auf den entsprechenden Gleichungen in Abbildung 5.6 vorgenommen:

$$t_{DC_{LB}} = t_{F_{LB}} + t_{PH_{LB}} + t_{H_{LB}}$$

mit

$$t_{F_{LB}} = \frac{V_C + V_P}{S_I \cdot 0,5 \frac{m}{s}}$$

und

(6.1)

$$t_{PH_{LB}} = \frac{\rho_S \cdot (h_S + c_C \cdot \theta_O) \cdot V_{C_R}}{(h_{C \rightarrow M} \cdot (\theta_{Liquidus} - \theta_{M_{UB}})) \cdot A_{C_R}}$$

und

$$t_{H_{LB}} = 0$$

Als obere Schranke ergibt sich (vgl. ebenfalls Abbildung 5.6):

$$t_{DC_{UB}} = t_{F_{UB}} + t_{PH_{UB}} + t_{H_{UB}}$$

mit

$$t_{F_{UB}} = t_P + \frac{\rho_S \cdot (h_S + c_C \cdot \theta_O) \cdot V_{S_{min}}}{(h_{C \rightarrow M} \cdot (\theta_{Liquidus} - \theta_{M_{LB}})) \cdot A_{S_{min}}}$$

und

(6.2)

$$t_{PH_{UB}} = \frac{\rho_S \cdot (h_S + c_C \cdot \theta_O) \cdot V_{C_{SP}}}{(h_{C \rightarrow M} \cdot (\theta_{Liquidus} - \theta_{M_{UB}})) \cdot A_{C_{SP}}}$$

und

$$t_{H_{UB}} = t_{PH_{UB}} - t_{PH_{LB}}$$

In Gleichung (6.1) und (6.2) wurde mit den geometrischen Verhältnissen von Gussteil- und Steigrohrvolumen oberhalb des vordruckinduzierten Schmelzbadspiegelniveaus zum minimalen Anschnittsquerschnitt $(V_C + V_P)/S_I$, Gießlaufvolumen oberhalb der Angussdüse zur entsprechenden wärmeabführenden Oberfläche V_{C_R}/A_{C_R} , Angussdüsenkonusvolumen zur wärmeabführenden Fläche des Konus $V_{C_{SP}}/A_{C_{SP}}$ sowie dem Gießmodul $V_{S_{min}}/A_{S_{min}}$ von der halben Bauteildicke im engsten Querschnitt gerechnet. Weiterhin wurde zur Ermittlung der oberen Grenze der Füllzeit $t_{F_{UB}}$ eine Füllzeit des Steigrohrs vom vordruckinduzierten Schmelzbadspiegelniveau bis zum Anguss von t_P angesetzt.

Als (thermo-) physikalische Eigenschaften der eingesetzten Gussteillegierung AlSi7Mg0,3 (A356) wurden die Dichte des Gussteils ρ_S , die Erstarrungsenthalpie h_S , die spezifische Wärmekapazität der Schmelze c_C und die Liquidustemperatur $\theta_{Liquidus}$ verwendet. Zudem wurde die Überhitzungstemperatur θ_O , die Kokillentemperatur $\theta_{M_{UB}}$ bzw. $\theta_{M_{LB}}$ zur Ermittlung der oberen Grenze der Füllzeit sowie der Wärmeüber-

gangskoeffizient $h_{C \rightarrow M}$ zwischen Schmelze bzw. Gussteil und der Kokille aus Warmarbeitsstahl X40CrMoV5-1 (H13) eingesetzt.

Der Einstellbereich für die Hauptzeit lautet abschließend:

$$t_{DC_{LB}} \leq t_{DC} \leq t_{DC_{UB}} \quad (6.3)$$

Beim Blick auf die Ergebnisse der Gießprozesssimulation, die mit identischen (thermophysikalischen) Parametern durchgeführt wurde, fällt auf, dass der abgeschätzte Einstellbereich für die Hauptzeit im stationären Zustand ähnlich der simulierten Erstarrungszeit ist (s. nachfolgende Abbildung 6.4). Wird der Fokus hingegen nur auf die abgeschätzte Erstarrungszeit gelegt, d. h. die Füllzeit in den vorherigen Gleichungen ebenso wie in der Simulation außer Acht gelassen, wird die simulierte Erstarrungszeit geringfügig unterschätzt.

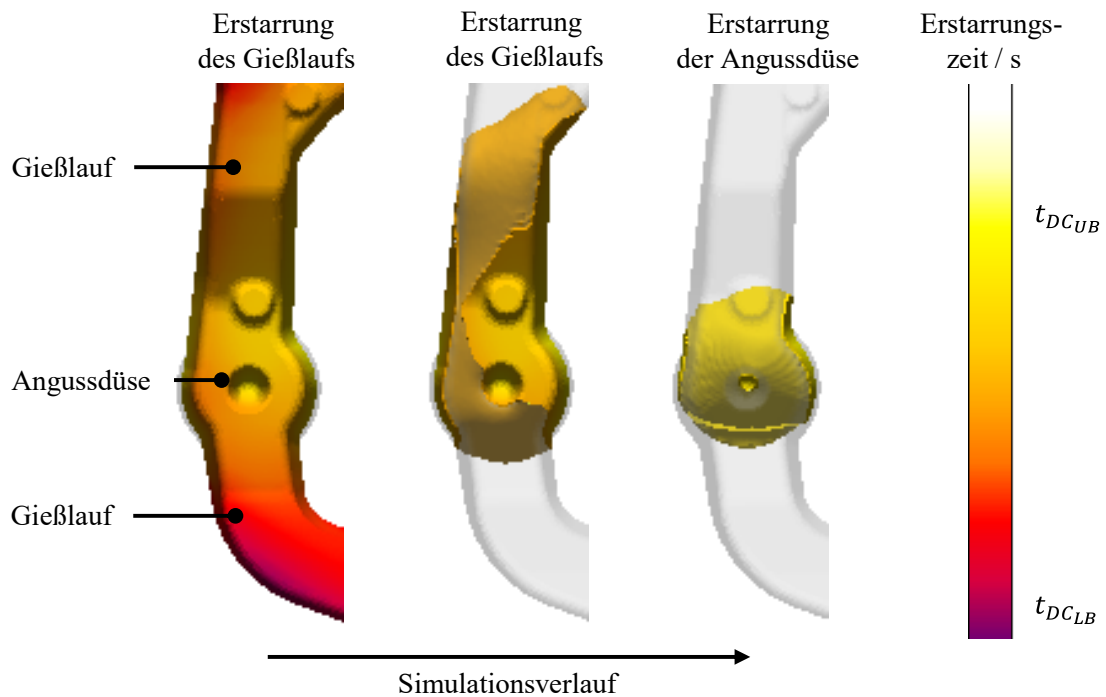


Abbildung 6.4: Simulationsverlauf der Erstarrung eines Gießlaufs und einer Angussdüse im stationären Zustand.

Trotz der ansprechenden Ergebnisse muss festgehalten werden, dass die Gleichungen zur Bestimmung der Einstellbereiche im Wesentlichen nur vage bekannte Größen beinhalten und für genau einen betrachteten Zustand gelten. Betrachteter Zustand impliziert hierbei insbesondere die Kokillen- und Gießtemperaturen einschließlich der gemittelten thermophysikalischen Parameter.

Neben dem Einstellbereich der Hauptzeit wird noch der Bereich für die Nebenzeit benötigt, welcher hier zu

$$t_{PP} \leq t_{DO} \leq t_{FC} \quad (6.4)$$

gesetzt wird. Während das untere Limit der Nebenzeit t_{PP} stellvertretend für eine reguläre Produktion steht, kennzeichnet das obere Limit t_{FC} eine geplante Produktionsunterbrechung in Form des Ofenwechsels. Eine verlängerte Nebenzeit besitzt enormen Einfluss auf das Qualitätsbild und ist bekanntermaßen ein prägender Faktor im Rahmen der robust-zuverlässigen Prozessauslegung.

Zusätzlich zu der Angabe der globalen Stellbereiche sind weiterhin die Unsicherheitsbereiche der Maschinenparameter und gegebenenfalls (thermo-) physikalischer Parameter für die robust-zuverlässige Optimierung zu definieren. Die Unsicherheitsbereiche lauten für die Nebenzeit

$$\varepsilon_{t_{DO_{LB}}} \leq \varepsilon_{t_{DO}} \leq \varepsilon_{t_{DO_{UB}}} \quad (6.5)$$

und für die Hauptzeit

$$\varepsilon_{t_{DC_{LB}}} \leq \varepsilon_{t_{DC}} \leq \varepsilon_{t_{DC_{UB}}} \quad (6.6)$$

Die Prozess- und Messrauschanteile, welche im Zuge der Modellierung von Bedeutung sind, werden durch das Tupel $(\sigma_{u,\theta}; \sigma_m)$ in den entsprechenden Einheiten beschrieben, wobei die üblicherweise auftretenden Rundungsfehler das 6σ -Level darstellen.

Die maximale Anzahl an Gießzyklen je Gießofen liefert Gleichung (5.9).

Qualitätsmerkmale

Auch für die Qualitätsmerkmale sind im Konfigurations-Modul Grenzwerte anzusetzen. Bei den hier analysierten Fehlstellen handelt es sich um zwei Porositäten. Die betroffenen Gussteilbereiche sind in Abbildung 6.5 hervorgehoben. Die Grenzwerte der Qualitätsmerkmale ergeben sich aus den Festigkeitssimulationen mit den erwarteten Belastungen der Gussteilregionen während des Feldeinsatzes (vgl. Abschnitt 2.2.2). Für die untersuchten Gussteilbereiche werden die Spezifikationsgrenzen hinsichtlich der Fehlstellen wie folgt definiert:

$$\begin{array}{ll} \text{Fehlstelle „Porosität H20“:} & QM_1 \leq Limit_1 \\ \text{Fehlstelle „Porosität I10“:} & QM_2 \leq Limit_2 \end{array} \quad (6.7)$$

Damit sind alle notwendigen Vorabinformationen zur Validierung des Verfahrensablaufs bekannt.

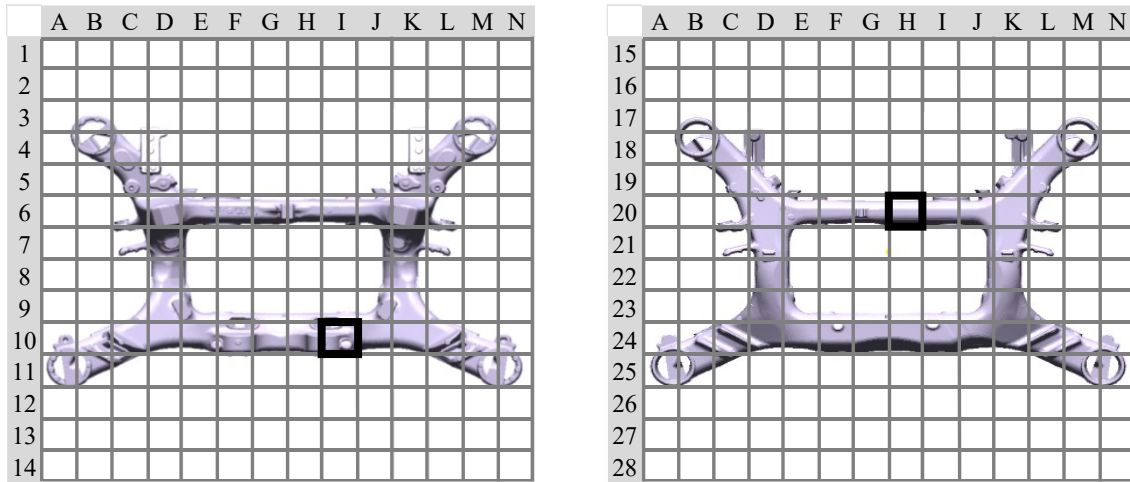


Abbildung 6.5: Rasterkoordinatenblatt mit den beiden betrachteten Fehlstellen „Porosität I10“ und „Porosität H20“, hervorgehoben durch die schwarzen Quadrate

6.2.2 Vermessung am vollständigen Simulationsmodell

Im Anschluss an die Ermittlung des theoretischen Parameterraums sowie der Spezifikationsgrenzen läuft die Prozedur ausgehend von einem sicheren Startpunkt ab. Dabei wird während der jeweiligen Versuchsdurchführung, d. h. der Simulation des Gießprozesses vom initialen Kokillentemperaturfeld bis in den automatisch detektierten quasistationären Zustand, bereits der nächste Versuchspunkt berechnet. In diesem Zusammenhang wird der Fokus anfangs auf eine Startregion, d. h. eine Umgebung um den sicheren Startpunkt, innerhalb des theoretischen Parameterraums gelegt.

Aufgrund des hohen Aufwands beim Setup der Gießprozesssimulation konnte dieses Vorgehen nur teilweise praktiziert werden. Demonstrativ wurden insgesamt 3 der 20 Stützstellen selektiert und gemäß dem vollständigen Versuchsplan mit jeweils 7 Aufheizzyklen vermessen. Der quasistationäre Zustand wurde demnach nicht automatisch detektiert, sondern mit Erreichen des siebten Gießzyklus angenommen.

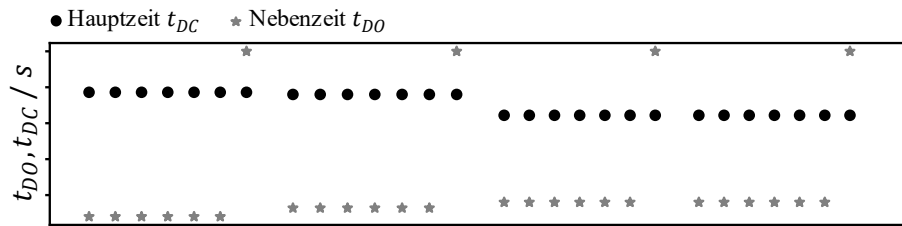
Die simulierten Versuchspunkte sind nachfolgend in Matrixschreibweise zusammengefasst:

$$\mathbf{U} = (\mathbf{t}_{DC}, \mathbf{t}_{DO}) = \begin{pmatrix} t_{DC_1}, t_{DO_1} \\ t_{DC_1}, t_{FC} \\ t_{DC_2}, t_{DO_2} \\ t_{DC_2}, t_{FC} \\ t_{DC_3}, t_{DO_3} \\ t_{DC_3}, t_{FC} \\ t_{DC_3}, t_{DO_3} \end{pmatrix} \quad (6.8)$$

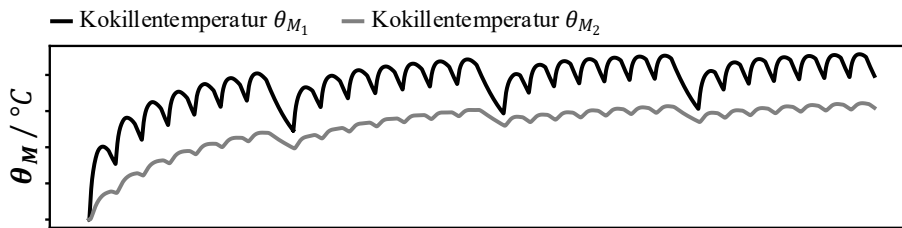
Nach jedem regulären Versuchspunkt mit $t_{DO} < t_{FC}$ wurde im siebten Gießzyklus eine Prozessstörung mit $t_{DO} = t_{FC}$ bei ansonsten konstanten Parametern eingebracht. Neben dieser Veränderung wurde die Nebenzeit im festgelegten Unsicherheitsbereich $t_{DO} = (t_{DO} + \varepsilon_{t_{DO_{LB}}}, t_{DO} + \varepsilon_{t_{DO_{UB}}})$ variiert. Zudem wurde für den letzten Versuchspunkt ein

Wiederholpunkt vorgesehen. Die generierten Simulationsergebnisse in reduzierter Form veranschaulicht Abbildung 6.6.

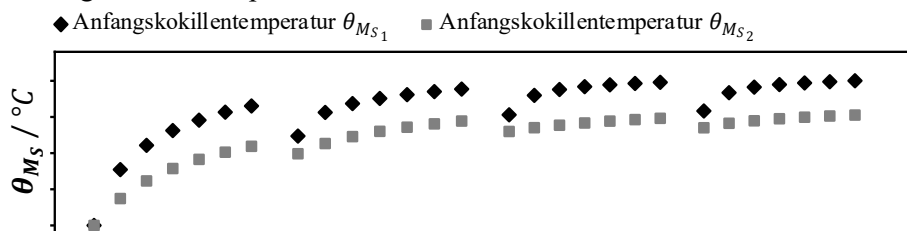
a) Maschinenparameter



b) Kokillentemperaturen



c) Anfangskokillentemperaturen



d) Qualitätsmerkmale

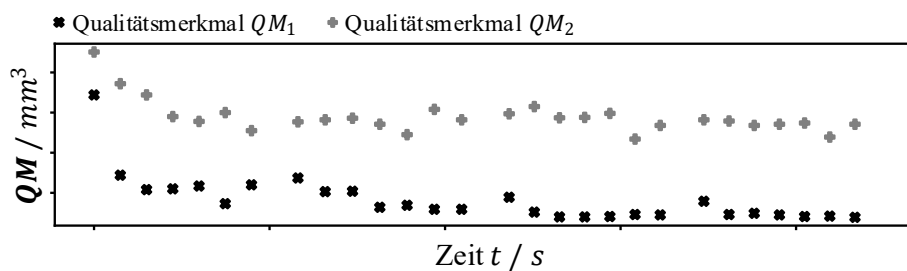


Abbildung 6.6: Verläufe der Maschinenparameter Haupt- t_{DC} und Nebenzeit t_{DO} , der zwei erfassten (Anfangs-) Kokillentemperaturen $\theta_{M(s)_1}$ und $\theta_{M(s)_2}$ sowie der zwei Qualitätsmerkmale QM_1 („Porosität H20“) und QM_2 („Porosität I10“) über der Zeit bei der Vermessung des vollständigen Simulationsmodells

Zu Beginn der Vermessung wurde von einem homogenen initialen Kokillentemperaturfeld mit $\theta_{M_I} = const.$ ausgegangen. Alle weiteren Änderungen des Temperaturfelds sind auf die Manipulation der Maschinenparameter kombiniert mit dem inneren Systemzustand, d. h. dem aktuellen Kokillentemperaturfeld, zurückzuführen. Dies wird anhand der Verläufe der zwei (Anfangs-) Kokillentemperaturen $\theta_{M(s)_1}$ und $\theta_{M(s)_2}$ deutlich, welche mit Hilfe virtueller Thermoelemente in der unmittelbaren Umgebung der Fehlstellen aufgezeichnet wurden. Die Verläufe zeigen auch, dass die Änderungen der Kokillentemperaturzustände an den Messpositionen zwischen dem

vorletzten und letzten der 7 Aufheizzyklen für die Versuchspunkte unterschiedlich stark ausgeprägt sind. Einfluss darauf haben die unterschiedlichen initialen Anfangskokillentemperaturen gepaart mit der jeweiligen Parameterkombination.

Die initialen Anfangskokillentemperaturen sind wiederum abhängig vom erreichten quasistationären Temperaturniveau für einen Parametersatz und dem anschließenden Abkühlverhalten. Die einfache Annahme eines konstanten initialen Kokillentemperaturfelds entspricht also nicht notwendigerweise dem tatsächlichen Prozessverhalten. Die hier vorgestellte Vorgehensweise bei der Vermessung des Gießprozesses im Zuge einer robust-zuverlässigen Prozessauslegung erscheint daher sinnvoll. Die Detektion des quasistationären Temperaturzustands mit Gleichung (5.30) wäre bei Verwendung des angenommenen 6σ -Messrauschens der Thermoelemente aus vorherigem Abschnitt nur für $\theta_{M(S)1}$ des Wiederholpunkts des letzten Versuchspunkts erfüllt. Daher müssten für die weiteren Versuchspunkte deutlich mehr Aufheizzyklen gerechnet werden. Erhöht man allerdings das angenommene Messrauschen der Thermoelemente, verringert sich entsprechend auch die Anzahl der zu berechnenden Aufheizzyklen pro Versuchspunkt. Die Anzahl an Aufheizzyklen und damit auch die Anzahl durchzuführender Experimente ist erwartungsgemäß in hohem Maße abhängig von der Definition des quasistationären Zustands auf Basis des Messrauschens. Abhilfe kann gegebenenfalls eine globale oder lokale modellbasierte Extrapolation mit Validierung der Vorhersagegüte schaffen. Im Rahmen des entwickelten Verfahrens wird jedoch auf die vorgeschlagene Gleichung (5.30) zurückgegriffen.

Hinsichtlich der Qualitätsmerkmale ist zu erkennen, dass Qualitätsmerkmal QM_1 ein deutlich geringeres Porositätswolumen aufweist als Qualitätsmerkmal QM_2 . Für beide Qualitätsmerkmale zeigt sich jedoch für die erste Stützstelle der Einfluss geringerer Kokillentemperaturen in Form einer Zunahme der Porositätswolumina. Die eingebrachte Prozessstörung zwischen den weiteren regulären Versuchspunkten und die damit einhergehende Abkühlung der Kokille wirkt sich insbesondere auf Qualitätsmerkmal QM_1 aus. Qualitätsmerkmal QM_2 bleibt davon scheinbar weitestgehend unberührt. Auffällig ist allerdings, dass dieses Qualitätsmerkmal im Vergleich zu Qualitätsmerkmal QM_1 deutlich höhere Schwankungen der berechneten Porositätswolumina vorweist. Unklar bleibt hier, ob diese Schwankungen durch numerische Ungenauigkeiten oder aber verdeckte Zustandsänderungen aufgrund der Dimensionsreduktion hervorgerufen werden.

Zum Abschluss des Abschnitts wird anhand von Abbildung 6.7 ein vertiefender Einblick in das dynamische Verhalten der Kokillentemperaturen des Ober- und Unterteils sowie der Erstarrungszeitpunkte der Gussteilbereiche bei einem speisungskritischen Anteil erstarrter Schmelze (Feststoffanteil, *Solid Fraction*) von 70 % als Indikator der virtuell gemessenen Porositäten gegeben. Ober- und Unterteil sind darin gussteilkonturnah abgebildet.

Exemplarisch sind in der Abbildung der erste und letzte Gießzyklus des zweiten regulären Versuchspunkts mit $(t_{DC}, t_{DO}) = (t_{DC_2}, t_{DO_2})$ im Anschluss an die erste Prozessstörung $(t_{DC}, t_{DO}) = (t_{DC_1}, t_{FC})$ sowie der erste Gießzyklus des dritten regulären

Versuchspunkts $(t_{DC}, t_{DO}) = (t_{DC_3}, t_{DO_3})$ nach der zweiten Prozessstörung $(t_{DC}, t_{DO}) = (t_{DC_2}, t_{FC})$ gezeigt. Zudem sind sowohl die projizierten Positionen der Thermoelemente als auch die Fehlstellenbereiche eingezeichnet.

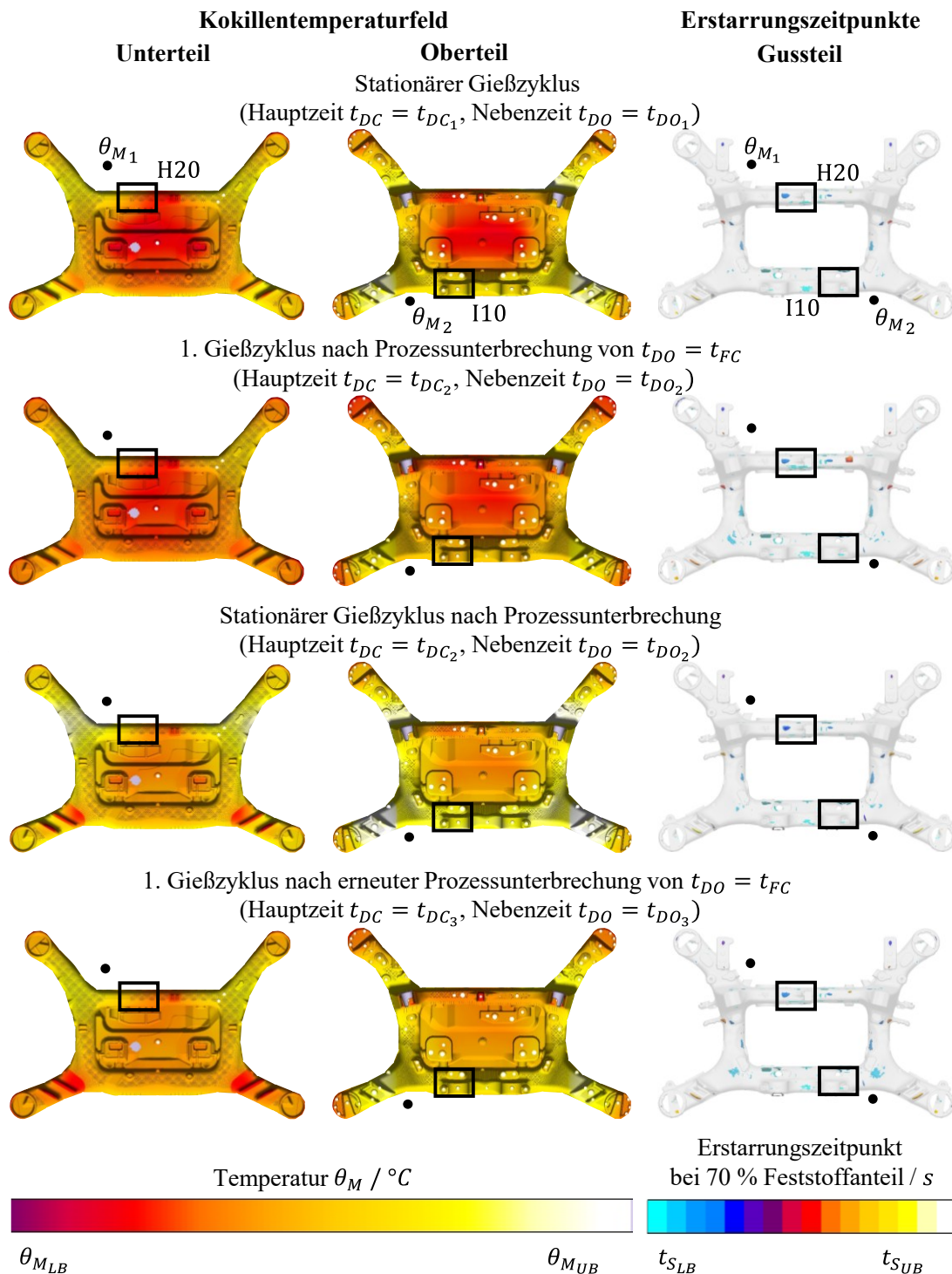


Abbildung 6.7: Dynamische Kokillentemperaturfeld- sowie Erstarrungszeitpunktentwicklung für ausgesuchte Versuchspunkte und Gießzyklen mit Darstellung der Thermoelement- und Fehlstellenpositionen. Gieß- und Speisungssystem sind nicht eingezeichnet. Die Erstarrungszeitpunkte gelten bei einem speisungskritischen Feststoffanteil von 70 % und sind ein Indikator für entstehende Porositäten.

6.2.3 Identifikation der datengetriebenen Modelle

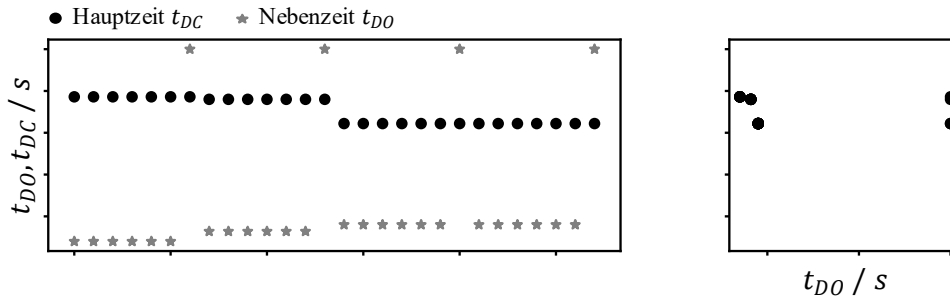
Auf Basis der Ergebnisse des vorherigen Abschnitts 6.2.2 wurde die Identifikation der datengetriebenen statischen und dynamischen Anfangskokillentemperatur- sowie Qualitätsmerkmalmodelle vorgenommen. Im Gegensatz zur vorgeschlagenen Vorgehensweise, d. h. dem Vorliegen einer genügend großen Anzahl von Trainingsdaten zur Bestimmung von Regressionsmodellen, konnten hier nur aufgrund der linearen Abhängigkeit der Versuchspunkte durch die konstanten Prozessstörungen Regressionsmodelle für die statischen Anfangskokillentemperaturen identifiziert werden. Die homogene initiale Anfangskokillentemperatur zu Beginn der Versuchsdurchführung wurde demnach nicht in die Modellierung einbezogen. Die Ergebnisse der Identifikation zeigt Abbildung 6.8.

Darin sind die Hauptzeit t_{DC} , die (initialen) Anfangskokillentemperaturen $\theta_{M(i)_{Si}}$ sowie die Qualitätsmerkmale QM_i sowohl im Zeit-, d. h. in diesem Fall über die Gießzyklen k , als auch im Parameterbereich (Abbildung 6.8 a)-c)) dargestellt. Daneben enthält die Abbildung die Vorhersagen der identifizierten dynamischen Anfangskokillentemperatur- und Qualitätsmerkmalmodelle ($\hat{\theta}_{M_{S1}}, \hat{\theta}_{M_{S2}}, \widehat{QM}_1, \widehat{QM}_2$) in Form durchgezogener Linien sowie die Modellvorhersagen der statischen initialen Anfangskokillentemperaturmodelle ($\hat{\theta}_{M_{IS1}}, \hat{\theta}_{M_{IS2}}$) als gestrichelte Linien. Die Zustandsraumdarstellung in Abbildung 6.8 d) fasst die Resultate abschließend zusammen.

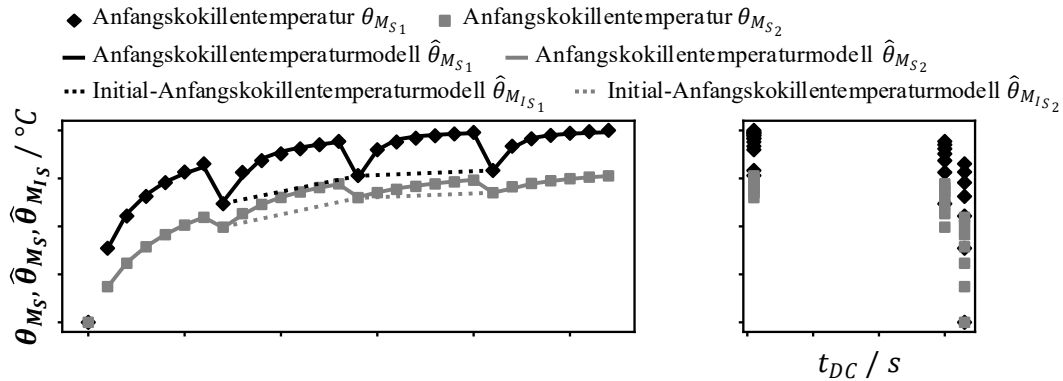
Aus der Abbildung geht zunächst eine gute Übereinstimmung zwischen gemessenen und modellierten Größen hervor. Allerdings stellt sich bei der quantitativen Analyse heraus, dass das Verhältnis aus der Wurzel des globalen mittleren quadratischen Leave-One-Out-Kreuzvalidierungsfehlers $RMSE_V$ und der Wurzel des globalen mittleren quadratischen Trainingsfehlers $RMSE_T$ als Maß der Generalisierungsfähigkeit der identifizierten Modelle insbesondere bei den statischen initialen Anfangskokillentemperaturmodellen in Bezug auf die Forderung gemäß Gleichung (5.39) noch deutlich abweicht (vgl. Tabelle 6.1). Der Grund dafür liegt in der oben erwähnten linearen Abhängigkeit der Versuchspunkte gepaart mit der Unterbestimmtheit des Gleichungssystems bei der Kreuzvalidierung. Daher sollten diese Werte ignoriert werden. Für das dynamische Anfangskokillentemperaturmodell $\hat{\theta}_{M_{S2}}$ sowie das Qualitätsmerkmalmodell $\widehat{QM}_2$ hingegen ist eine ausreichende Prognosefähigkeit bereits gegeben. Da jedoch nicht alle Modelle innerhalb des Prognoseintervalls liegen, sollte mit der Vermessung fortgefahren werden.

Im Gegensatz dazu wurde mit den erzielten Ergebnissen die robust-zuverlässige Optimierung vorgenommen.

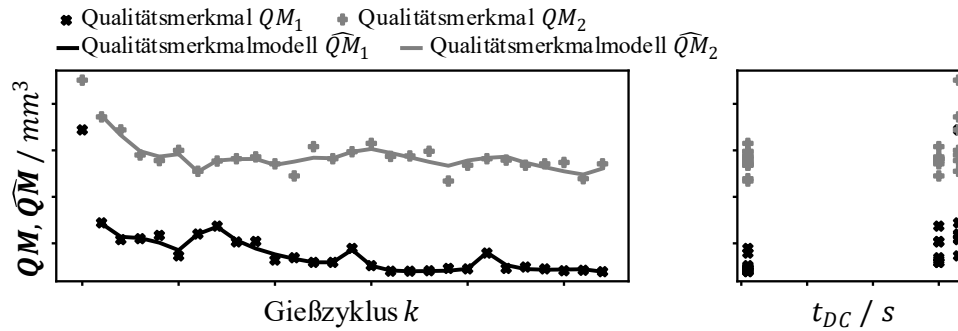
a) Maschinenparameter



b) Anfangskokillentemperaturen



c) Qualitätsmerkmale



d) Zustandsraumdarstellung

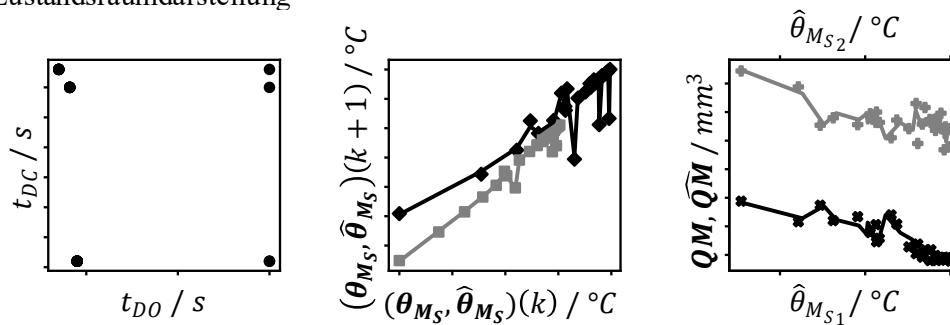


Abbildung 6.8: Simulations- und Identifikationsergebnisse für Hauptzeit t_{DC} und Nebenzeit t_{DO} , (initiale) Anfangskokillentemperaturen $\theta_{M(l)S1,2}$ sowie Qualitätsmerkmale $QM_{1,2}$ im Zeit- und Parameterbereich (a)-c) sowie in Zustandsraumdarstellung (d)). Durchgezogene Linien: Dynamische Anfangskokillentemperaturmodelle $\hat{\theta}_{MS1,2}$ und Qualitätsmerkmalmodelle $\hat{QM}_{1,2}$. Gestrichelte Linien: Statische initiale Anfangskokillentemperaturmodelle $\hat{\theta}_{MS1,2}$.

Tabelle 6.1: Verhältnis aus der Wurzel des Leave-One-Out-Kreuzvalidierungsfehlers $RMSE_V$ und des Trainingsfehlers $RMSE_T$ für die virtuell identifizierten Modelle

Modell	$\frac{RMSE_V}{RMSE_T}$
Dynamisches Anfangskokillentemperaturmodell $\hat{\theta}_{M_{S1}}$	2,18
Dynamisches Anfangskokillentemperaturmodell $\hat{\theta}_{M_{S2}}$	1,97
Dynamisches Qualitätsmerkmalmodell $\widehat{QM}_1$	2,82
Dynamisches Qualitätsmerkmalmodell $\widehat{QM}_2$	1,93
Statisches initiales Anfangskokillentemperaturmodell $\hat{\theta}_{M_{IS1}}$	677,2
Statisches initiales Anfangskokillentemperaturmodell $\hat{\theta}_{M_{IS2}}$	682,2

6.2.4 Robust-zuverlässige Optimierung

Zur Ermittlung des robust-zuverlässigen Arbeitspunkts werden die Informationen aus dem Konfigurations-Modul und der bisherigen Versuchsreihe genutzt.

Die derzeitigen Grenzen des Parameterraums können leicht aus der Versuchsmatrix gewonnen werden, indem Minimum und Maximum je Spalte für die betrachteten Maschinenparameter Haupt- und Nebenzeit ermittelt werden. Die Produktionsunterbrechungen werden ausgeklammert, da diese bereits implizit in den initialen Anfangskokillentemperaturmodellen $\hat{\theta}_{M_{IS}}$ enthalten sind. Dementsprechend ergeben sich die unteren und oberen Grenzen zu

$$\begin{aligned}
 (LB, UB) &= (\min(t_{DC}, t_{DO}), \max(t_{DC}, t_{DO})) = \begin{pmatrix} t_{DC_1}, t_{DO_1} \\ t_{DC_2}, t_{DO_2} \\ t_{DC_3}, t_{DO_3} \end{pmatrix} \\
 &= ((t_{DC_3}, t_{DO_1}), (t_{DC_1}, t_{DO_3}))
 \end{aligned} \tag{6.9}$$

Darüber hinaus sind der Unsicherheitsbereich der Maschinenparameter ε sowie die Limits der Qualitätsmerkmale **Limits** im Konfigurationsmodul definiert worden. Zur Erinnerung werden die Grenzen hier nochmals aufgeführt:

$$\begin{aligned}
 \text{Hauptzeit } t_{DC}: & \quad \varepsilon_{t_{DC_{LB}}} \leq \varepsilon_{t_{DC}} \leq \varepsilon_{t_{DC_{UB}}} \\
 \text{Nebenzeit } t_{DO}: & \quad \varepsilon_{t_{DO_{LB}}} \leq \varepsilon_{t_{DO}} \leq \varepsilon_{t_{DO_{UB}}} \\
 \text{Fehlstelle „Porosität H20“ bzw. Qualitätsmerkmal } QM_1: & \quad QM_1 \leq Limit_1 \\
 \text{Fehlstelle „Porosität I10“ Qualitätsmerkmal } QM_2: & \quad QM_2 \leq Limit_2
 \end{aligned} \tag{6.10}$$

Weiterhin stehen die Zustandsraummodelle mit ihrer jeweiligen Modellgüte zur Verfügung (vgl. Tabelle 6.1). Da allerdings noch nicht alle Modelle die notwendige Generalisierungsfähigkeit aufweisen, werden anstelle der Validierungsfehler die gemittelten Trainingsfehler verwendet.

Während der Optimierung werden alle n_Q Qualitätsmerkmale in der Umgebung der Kandidatenpunkte für sämtliche dynamische und quasistationäre Gießzyklen k , beginnend beim ersten Gießzyklus nach dem Ofenwechsel bis zum Erreichen der maximal abgießbaren Anzahl an Gießzyklen je Ofen n_k , untersucht. Der erste Gießzyklus wird dabei durch die modellierten initialen Anfangskokillentemperaturen $\hat{\theta}_{M_{IS}}$ charakterisiert. Die erwartete Worst-Case-Ausschussquote bzw. Fehlerwahrscheinlichkeit für ein Batch entspricht dann der erwarteten Gesamtausschussquote über alle Batches im Worst-Case, falls keine weiteren Prozessstörungen außerhalb des angegebenen Unsicherheitsbereichs auftreten.

Damit lautet das robust-zuverlässige Optimierungsproblem, in welchem keine kritischen Ausgänge (vgl. Abschnitt 5.6) vorhanden sind, zusammengefasst:

$$\min_{\mathbf{u}=(t_{DC}, t_{DO})} (\widehat{WCS}_{ASQ}(\mathbf{u}), \widehat{WCS}_{t_c}(\mathbf{u}))$$

mit

$$\widehat{WCS}_{ASQ} = \max_{\mathbf{x} \in X(\varepsilon_{t_{DC}}, \varepsilon_{t_{DO}})} \widehat{ASQ}(\mathbf{u}, \mathbf{x})$$

und

$$\widehat{ASQ}(\mathbf{u}, \mathbf{x}) = \frac{1}{n_k} \cdot \sum_{k=1}^{n_k} \left(1 - \prod_{i=1}^2 \Phi(z_i(\mathbf{u}, \mathbf{x})) \right)_k$$

und

$$z_i = \frac{Limit_i - \widehat{QM}_i}{RMSE_{T_{QM_i}}} \quad (6.11)$$

und

$$\widehat{WCS}_{t_c}(\mathbf{u}) = \widehat{WCS}_{t_{DC}} + \widehat{WCS}_{t_{DO}}$$

unter Berücksichtigung von

$$t_{DC_3} + \varepsilon_{t_{DC}_{LB}} \leq t_{DC} \leq t_{DC_1} - \varepsilon_{t_{DC}_{UB}}$$

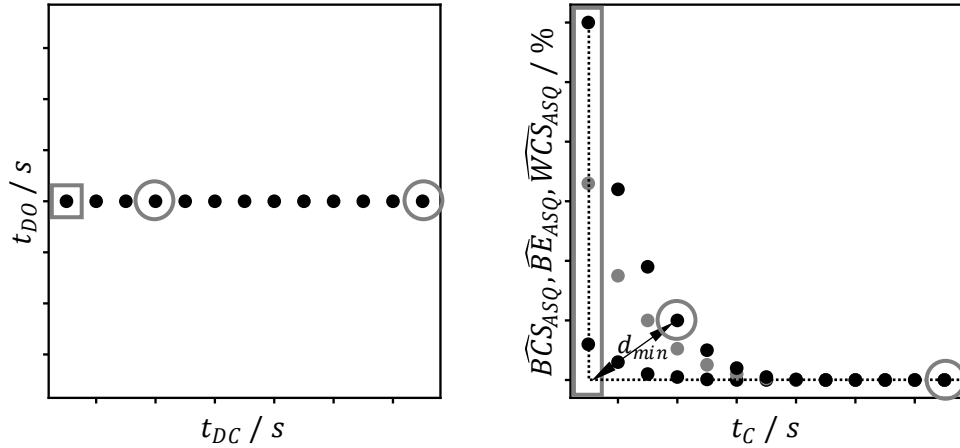
und

$$t_{DO_1} + \varepsilon_{t_{DO}_{LB}} \leq t_{DO} \leq t_{DO_3} - \varepsilon_{t_{DO}_{UB}}$$

Die Lösungen des Optimierungsproblems, welches hier als gemischt-ganzzahlig definiert wird, zeigt Abbildung 6.9.

a) Pareto-optimale Entscheidungsvariablen und Pareto-Front

- Pareto-optimale Haupt- und Nebenzeiten (t_{DC}, t_{DO}) sowie Pareto-Front Zykluszeit und Best- ($t_C, \widehat{BCS}_{ASQ}$) bzw. Worst-Case- ($t_C, \widehat{WCS}_{ASQ}$) Ausschussquote
- Pareto-Front Zykluszeit und Best-Estimate-Ausschussquote ($t_C, \widehat{BE}_{ASQ}$)
- Gewählte Lösung mit (t_{DC}, t_{DO}), ($\widehat{WCS}_{t_{DC}}, \widehat{WCS}_{t_{DO}}$), ($\widehat{WCS}_{t_C}, \widehat{WCS}_{ASQ}$) und ($t_C, \widehat{BE}_{ASQ}$)
- Ranghöchste Alternativlösungen gemäß vorgeschlagener Vorgehensweise



b) Anfangskokillentemperaturen und Qualitätsmerkmale für gewählte Lösung

- Worst-Case-Anfangskokillentemperaturmodell $\widehat{WCS}_{\theta_{MS_1}}$ und -Qualitätsmerkmalmodell $\widehat{WCS}_{QM_1}$
- Worst-Case-Anfangskokillentemperaturmodell $\widehat{WCS}_{\theta_{MS_2}}$ und -Qualitätsmerkmalmodell $\widehat{WCS}_{QM_2}$
- • Worst-Case-Qualitätsmerkmalmodell $\widehat{WCS}_{QM_1}$ zuzüglich Trainingsfehler $RMSE_{T_{QM_1}}$
- • Worst-Case-Qualitätsmerkmalmodell $\widehat{WCS}_{QM_2}$ zuzüglich Trainingsfehler $RMSE_{T_{QM_2}}$
- Spezifikationsgrenzen / Limits

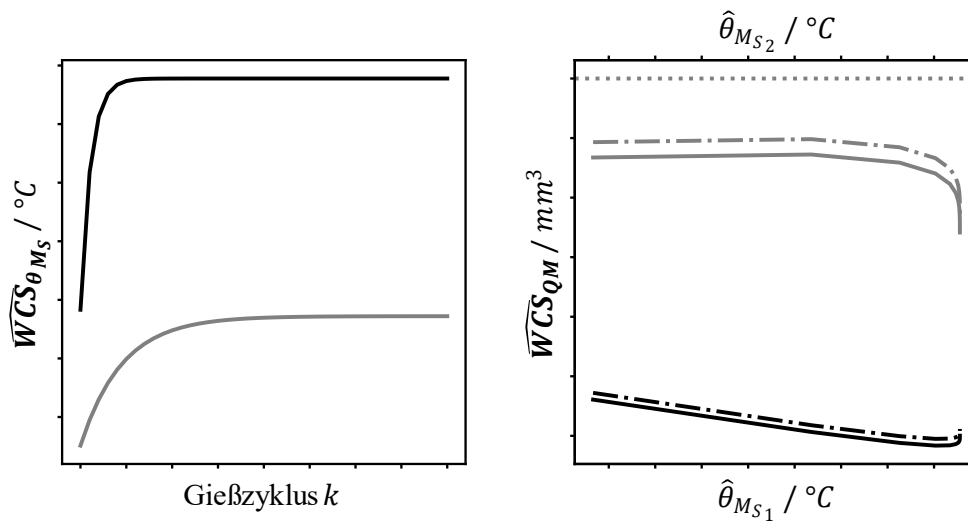


Abbildung 6.9: Ergebnisse der virtuellen robust-zuverlässigen Optimierung: a) Pareto-optimale Entscheidungsvariablen (links) und resultierende Pareto-Fronten (rechts); b) Verläufe der modellierten Anfangskokillentemperaturen über den Gießzyklen je Gießofen (links) und der modellierten Qualitätsmerkmale über den modellierten Anfangskokillentemperaturen (rechts) für die gewählte Lösung im Worst-Case

In Abbildung 6.9 a) sind die Pareto-optimalen Entscheidungsvariablen im störungsfreien bzw. nominalen Fall wiedergegeben. Die nominale Zykluszeit ist dabei bekanntermaßen die Summe der Entscheidungsvariablen Haupt- und Nebenzeit. Zudem sind die zugehörigen Pareto-Fronten der Zielfunktionen nominale Zykluszeit sowie Worst-Case-Ausschussquote abgebildet. Um die Worst-Case-Szenarien besser einordnen zu können, wurden darüber hinaus die Best-Case- und Best-Estimate- bzw. mittlere Ausschussquote hinzugefügt. Man erkennt, dass sich für die Pareto-optimalen Zykluszeiten unterschiedliche Ausschussquoten ergeben.

Von den Pareto-optimalen Entscheidungsvariablen sowie den resultierenden Pareto-Fronten werden die rechteckig markierten und eingekreisten Lösungen genauer analysiert. Dabei handelt es sich um die Lösungen mit der geringsten Distanz d_{min} zum optimalen Punkt bezüglich beider Zielfunktionen sowie die Punkte mit jeweils einer optimalen Zielfunktion. Auf Basis der Analyse dieser ranghöchsten Punkte kann eine Entscheidung getroffen werden, ob noch eine Vermessungsiterationsschleife durchgeführt wird oder direkt eine Änderung des Systemdesigns angegangen wird. Im gezeigten Fall ist die rechteckig markierte Lösung interessant, da diese die geringsten nominalen und damit auch Worst-Case-Zykluszeiten in Kombination mit einer marginal schlechteren Worst-Case-Ausschussquote vorweist.

Die Verläufe der modellierten dynamischen Anfangskokillentemperaturen sowie der modellierten Qualitätsmerkmale sind für die gewählte Lösung in Abbildung 6.9 b) für den Worst-Case visualisiert. Hinsichtlich der Anfangskokillentemperaturen zeigt sich ein glatter Verlauf, was bei hinreichender Modellgüte ein Hinweis auf konstante Stellgrößen über alle betrachteten Zyklen ist. Bei der Analyse der Verläufe der Stellgrößen über die Gießzyklen stellte sich in der Tat heraus, dass die Worst-Case-Ausschussquote am Eckpunkt $(t_{DC}, \widehat{WCS}_{t_{DO}}) = (t_{DC_3}, t_{DO_3})$ des Unsicherheitsbereichs eingenommen wird. Dementsprechend lässt sich daraus auf eine Gleichläufigkeit der Qualitätsmerkmale in jedem Gießzyklus schließen. Zyklenübergreifend nehmen die prädizierten Qualitätsmerkmale hin zu höheren Anfangskokillentemperaturen zunächst nur geringfügig ab. Im quasistationären Zustand ist allerdings eine drastische Änderung zu erkennen, was auf das Verhalten der Modelle in den Grenzregionen des untersuchten Parameterbereichs zurückgeführt werden kann. Gleiches gilt auch für die Qualitätsmerkmalmodelle zuzüglich der gemittelten Trainingsfehler. Anhand dieser können die Distanzen zu den Spezifikationsgrenzen eingeschätzt werden. Da die Distanzen im vorliegenden Fall groß sind, ergeben sich die marginalen geschätzten Ausschussquoten.

Im Rahmen einer hypothetischen statischen Prozessauslegung ohne die Beachtung der Prozessstörung wäre bei Verwendung identischer Modelle die Zunahme der Qualitätsmerkmale hin zu geringeren Kokillentemperaturen bei der Abschätzung der Ausschussquote vernachlässigt worden. Obwohl die negativen Auswirkungen hier überschaubar wären, wird die Notwendigkeit einer robust-zuverlässigen Gießprozessauslegung unter Berücksichtigung von Prozessstörungen nochmals untermauert.

6.3 Reale Prozessauslegung

Ausgehend von der virtuellen Prozessauslegung erfolgt im nächsten Schritt der ersten Iterationsschleife die reale Gießprozessauslegung (vgl. Abschnitt 5.1). Dazu wird ebenfalls auf den vorgestellten Versuchsplan sowie die Ergebnisse in reduzierter Form zurückgegriffen. Um der vorgeschlagenen Herangehensweise der Variation identischer Maschinenparameter in virtueller und realer Welt zu entsprechen, werden ebenfalls nur Haupt- und Nebenzeit betrachtet.

6.3.1 Festlegung der Limits für die reale Prozessauslegung

Maschinenparameter

Die Einstellbereiche der Maschinenparameter für die reale Prozessauslegung resultieren näherungsweise aus der virtuellen Prozessauslegung. Ausgenommen werden können Versuchspunkte, die virtuell bereits nicht realisierbar sind. Aus den übrigen Stützstellen wird anschließend der theoretische Parameterraum aufgespannt, wobei die Startregion den Bereich um den ermittelten virtuellen Optimalpunkt umfasst. Da im beschriebenen Anwendungsfall aus besagten Gründen keine adäquate virtuelle Prozessauslegung vorgenommen werden konnte, wurde auf Basis der Formeln aus Abschnitt 5.5 in Kombination mit bisher über den Serienprozess erlangtem Erfahrungswissen eine Region um den aktuell gefahrenen Arbeitspunkt gewählt. Für die Haupt- und Nebenzeit ergaben sich somit folgende Bereiche:

$$\begin{aligned} t_{DC_{LB}} &\leq t_{DC} \leq t_{DC_{UB}} \\ t_{PP} &\leq t_{DO} \leq t_{FC} \end{aligned} \quad (6.12)$$

Die Unsicherheitsbereiche der Maschinenparameter wurden wie im Rahmen der virtuellen Prozessauslegung zu

$$\begin{aligned} \varepsilon_{t_{DC_{LB}}} &\leq \varepsilon_{t_{DC}} \leq \varepsilon_{t_{DC_{UB}}} \\ \varepsilon_{t_{DO_{LB}}} &\leq \varepsilon_{t_{DO}} \leq \varepsilon_{t_{DO_{UB}}} \end{aligned} \quad (6.13)$$

gesetzt. Die Prozess- und Messrauschanteile wurden ebenso mittels des Tupels

$$(\sigma_{u,\theta}; \sigma_m)$$

in der jeweiligen Einheit ausgedrückt.

Daneben sind die maximalen Gießzyklen je Gießofen n_k bekannt.

Qualitätsmerkmale

Für die untersuchten Qualitätsmerkmale wurden im Konfigurations-Modul die geforderten Grenzwerte hinsichtlich der maximalen Fehlstellenfläche hinterlegt:

$$\begin{aligned} \text{Fehlstelle „Porosität H20“:} & \quad QM_1 \leq \text{Limit}_1 \\ \text{Fehlstelle „Porosität I10“:} & \quad QM_2 \leq \text{Limit}_2 \end{aligned} \quad (6.14)$$

Gemäß der Tabelle in Abbildung 2.4 entsprechen die Fehlstellenflächen einem korrespondierenden ASTM- Level.

Nach der Festlegung der verschiedenen Grenzwerte wurde die Vermessung des Serienprozesses vorgenommen.

6.3.2 Vermessung des Serienprozesses

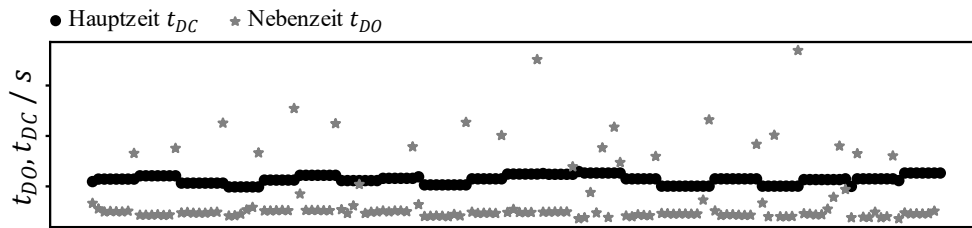
Im Zuge der Vermessung des Serienprozesses wurden nacheinander die Versuchspunkte des Versuchsplans in der definierten Region um den derzeitigen Arbeitspunkt abgefahren. Der quasistationäre Zustand wurde aus Kapazitäts- und Kostengründen basierend auf der Ungleichung $\theta_{M_S}(k) - \theta_{M_S}(k-1) \leq 4 \cdot (6 \cdot \sigma_\theta)$ und somit 4-fachem 6σ -Messrauschen der Thermoelemente unter Voraussetzung weitgehender Störungsfreiheit während der regulären Versuche detektiert, so dass pro Stützstelle 6 bis 10 Gießzyklen durchgeführt wurden. Für Störungsfälle im Rahmen der Durchführung der regulären Versuche wurde eine maximale Anzahl von 10 Gießzyklen festgesetzt.

Nach jedem regulären Versuchspunkt wurde eine Prozessstörung bei ansonsten konstanten Parametern eingebracht. Die vorgesehene Prozessstörung wurde zum manuellen Setzen des nächsten Versuchspunkts, respektive der Sollwerte, in der SPS der Gießmaschine genutzt. Ein automatisiertes Schreiben der Sollwerte vom DoE-Modul in die SPS war zum Zeitpunkt der Versuchsdurchführung noch nicht möglich. Die Ergebnisse der praktischen Versuche in reduzierter Form zeigt Abbildung 6.10.

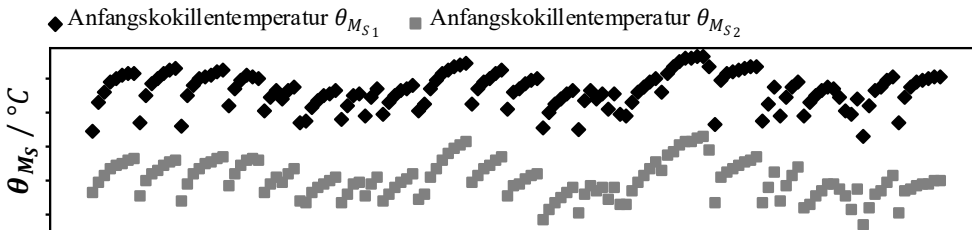
Aus den Verläufen wird die Variation der Nebenzeiten in Form der eingebrachten Prozessstörung durch das manuelle Programmieren deutlich. Aber auch während der Durchführung der regulären Versuchspunkte sind besagte leichte Prozessstörungen zu erkennen. Die Hauptzeiten schwanken gemäß Versuchsplan, nicht bzw. kaum aber bei der Vermessung einzelner Stützstellen. Die Begründung liegt in der zuverlässigen Zeitsteuerung der SPS der Gießmaschine. Die Anfangskokillentemperaturen weisen für die regulären Versuchspunkte auch in der Praxis den typischen Kurvenverlauf eines Systems erster Ordnung auf. Bezüglich der Qualitätsmerkmale zeigt sich eine starke Streuung, wobei insbesondere Qualitätsmerkmal QM_1 (Fehlstelle „Porosität H20“) betroffen ist.

Obgleich nicht alle Änderungen der Anfangskokillentemperaturen sowie Qualitätsmerkmale mitsamt der Streuungen detailliert auf die betrachteten Maschinenparameter Haupt- und Nebenzeit zurückgeführt werden können, werden die Ergebnisse zur Validierung des Verfahrens im praktischen Umfeld genutzt.

a) Maschinenparameter



b) Anfangskokillentemperaturen



c) Qualitätsmerkmale

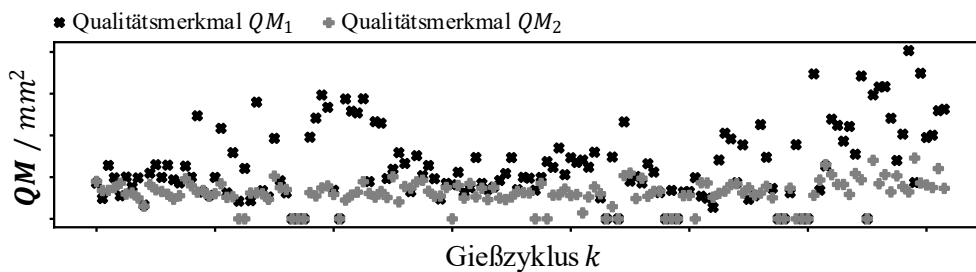


Abbildung 6.10: Verläufe der Maschinenparameter Hauptzeit t_{DC} und Nebenzeit t_{DO} , der zwei Anfangskokillentemperaturen θ_{Ms1} und θ_{Ms2} sowie der zwei Qualitätsmerkmale QM_1 („Porosität H20“) und QM_2 („Porosität I10“) über die Gießzyklen bei der Vermessung des realen Gießprozesses

6.3.3 Identifikation der datengetriebenen Modelle

Basierend auf den Ergebnissen des vorherigen Abschnitts wird die experimentelle Identifikation durchgeführt. Die erste Modellbildung findet bei Vorliegen einer genügend großen Trainingsdatenmenge, d. h. mindestens

$$n_{TP} = n_F + 3 = 5 \quad (6.15)$$

regulären störungsfreien Versuchspunkten, statt. Dementsprechend wird diese Anzahl regulärer und irregulärer Versuchspunkte bei Wahrung der Reihenfolge aus der Gesamtheit der untersuchten Versuchspunkte extrahiert. Die Versuchsreihenfolge bei der Vermessung des Serienprozesses unter Beachtung sämtlicher Parameter wurde auf Basis der geblockten Gießtemperaturen festgelegt, wobei an den jeweiligen Versuchstagen jeweils mit der geringsten Gießtemperatur begonnen wurde. Die relevanten Versuchspunkte lauten in Matrixschreibweise:

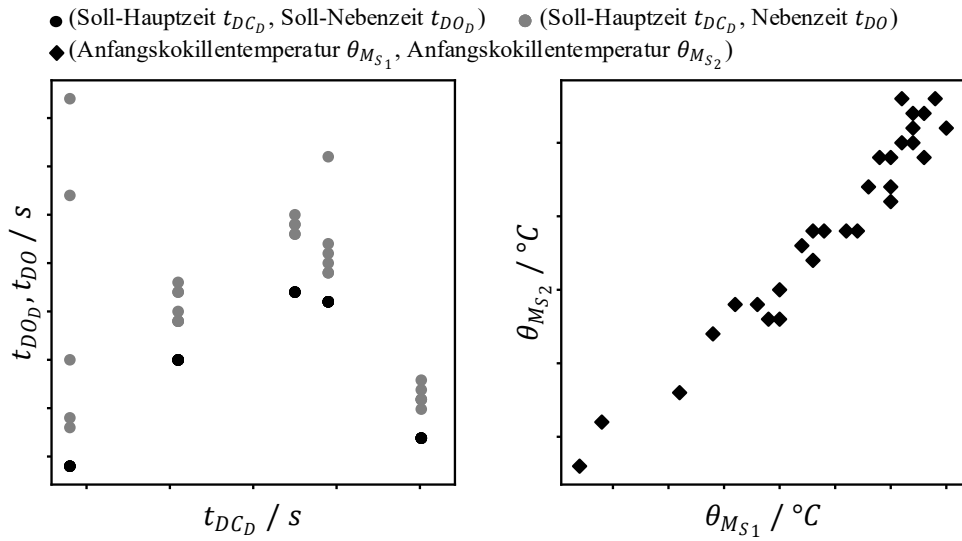
$$U = (t_{DC}, t_{DO}) = \begin{pmatrix} t_{DC_{D1}}, t_{DO_{D1}} \\ t_{DC_{D1}}, t_{FC_1} \\ t_{DC_{D2}}, t_{DO_{D2}} \\ t_{DC_{D2}}, t_{FC_2} \\ t_{DC_{D3}}, t_{DO_{D3}} \\ t_{DC_{D3}}, t_{FC_3} \\ t_{DC_{D4}}, t_{DO_{D4}} \\ t_{DC_{D4}}, t_{FC_4} \\ t_{DC_{D5}}, t_{DO_{D5}} \\ t_{DC_{D5}}, t_{FC_5} \end{pmatrix} \quad (6.16)$$

Bei den regulären Versuchspunkten handelt es sich hier um die vorgegebenen Punkte gemäß Versuchsplan (Soll- bzw. Nominalwerte), wohingegen die irregulären Versuchspunkte die gemessenen Nebenzeiten (irreguläre Istwerte) beinhalten. Bevor auf die Ergebnisse der Identifikation eingegangen wird, soll deshalb zunächst noch ein Blick auf die Unterschiede zwischen Soll- und Istwerten der regulären Versuchspunkte im Parameterraum geworfen werden. Die Unterschiede demonstriert die linke Grafik in Abbildung 6.11 a).

Klar ersichtlich ist, dass während der Versuchsdurchführung die gemessenen Nebenzeiten systematisch von den Soll-Nebenzeiten abweichen und dazu noch streuen. Diese Abweichungen spiegeln sich ebenfalls in den Anfangskokillentemperaturen wider, welche in der rechten Grafik in Abbildung 6.11 a) dargestellt sind. So lange Bias und Varianz weitgehend konstant sind, bleiben die negativen Auswirkungen auf eine raumfüllende Versuchsplanung überschaubar. Weichen diese je Versuchspunkt jedoch stark voneinander ab, sollten die verzerrten Versuchspunkte im Rahmen der Versuchsplanung genutzt werden, um eine gute Raumfüllung sicherzustellen. Diese Problematik kann umgangen werden, indem eine möglichst genaue Einhaltung der Sollwerte bzw. unvermeidbarer Verzerrungen realisiert wird. Ganz allgemein sollte grundsätzlich eine hohe Genauigkeit und Zuverlässigkeit der Mess- und Regelsysteme gegeben sein.

Abbildung 6.11 b) demonstriert eine weitere Herausforderung für eine robust-zuverlässige Prozessauslegung. Bedingt durch die markierte Prozessstörung kühlt die Kokille stärker aus als beim vorherigen Versuchspunkt, so dass die Qualitätsmerkmale für den markierten Anfangskokillentemperaturpunkt extrapoliert werden müssen. Daraus können Verzerrungen in der Vorhersage der Ausschussquote entstehen. Da die Abkühlkurven gemäß *Newton'schem Abkühlungsgesetz* (vgl. z. B. MAREK & NITSCHKE (2012)) zu längeren Zeiten abflachen und zudem Ausgleichsvorgänge innerhalb der Kokille ablaufen, werden die Unterschiede des initialen Anfangskokillentemperaturfelds zwischen vorherigem und aktuellem Versuchspunkt bei größeren Prozessstörungen entsprechend kleiner. Alternativ kann ein Wiederholpunkt, eine Temperatursteuerung oder eine umfangreiche dynamische Vermessung mit variierenden Prozessstörungen je Arbeitspunkt realisiert werden. Die aufgeführten Varianten stellen hier keine Option dar, da auch mit diesen verschiedene Nachteile wie z. B. lange Versuchszeiten, Temperaturverzerrungen sowie hoher Versuchsaufwand verknüpft sind. Ziel ist gerade, mit minimalem Versuchsaufwand zu einem hinreichend genauen Ergebnis zu gelangen, wobei im Rahmen der Versuchspunktberechnung die Problematik der verzerrten Extrapolation ebenfalls auftreten kann.

a) Reguläre Versuchspunkte mit Anfangskokillentemperaturen



b) Versuchspunkte bei max. Hauptzeit aus a) mit Anfangskokillentemperaturen

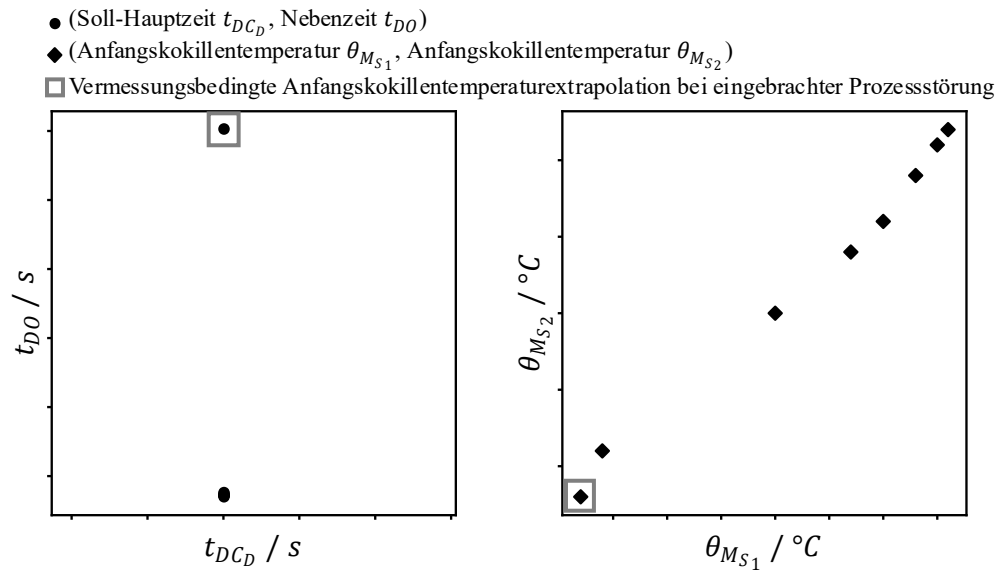
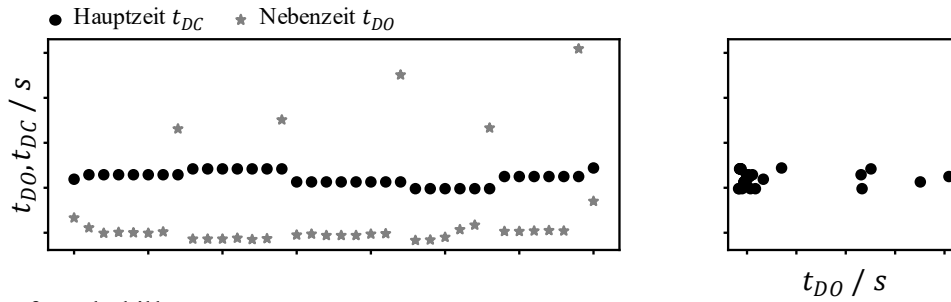


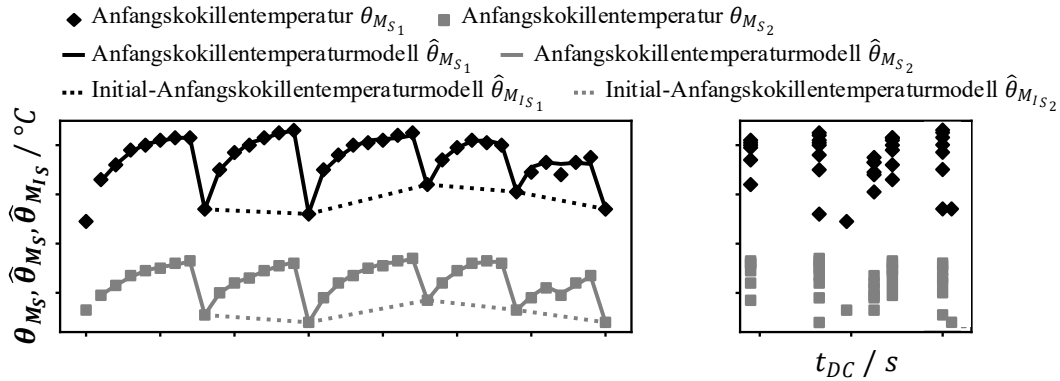
Abbildung 6.11: a) Vergleich der Nebenzeiten gemäß Versuchsplan t_{DO_D} und der gemessenen Nebenzeiten t_{DO} über der vorgegebenen Hauptzeit t_{DC_D} (links) mit resultierenden gemessenen Anfangskokillentemperaturen θ_{MS_1} und θ_{MS_2} (rechts);
 b) Gemessene Nebenzeiten für den Versuchspunkt mit der größten Hauptzeit aus a) (links) mit resultierenden gemessenen Anfangskokillentemperaturen θ_{MS_1} und θ_{MS_2} (rechts). Bedingt durch die Vermessungsreihenfolge kombiniert mit der eingebrachten Prozessstörung ergibt sich eine Anfangskokillentemperaturextrapolation (markiert durch die grauen Quadrate)

Nach diesem kurzen Einschub werden die Identifikationsergebnisse unter Einbezug von Abbildung 6.12 vorgestellt.

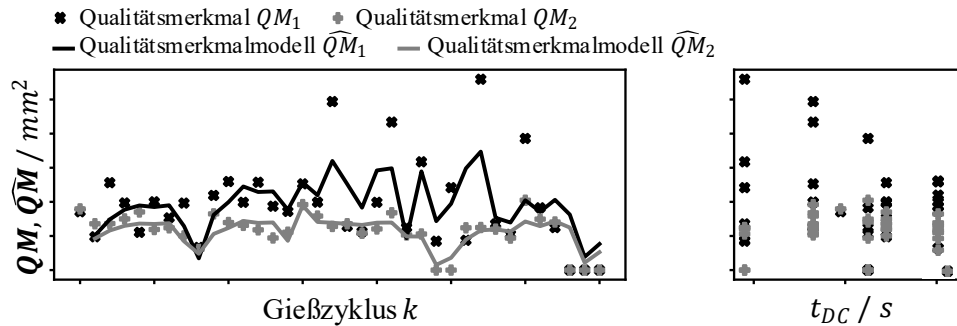
a) Maschinenparameter



b) Anfangskokillentemperaturen



c) Qualitätsmerkmale



d) Zustandsraumdarstellung

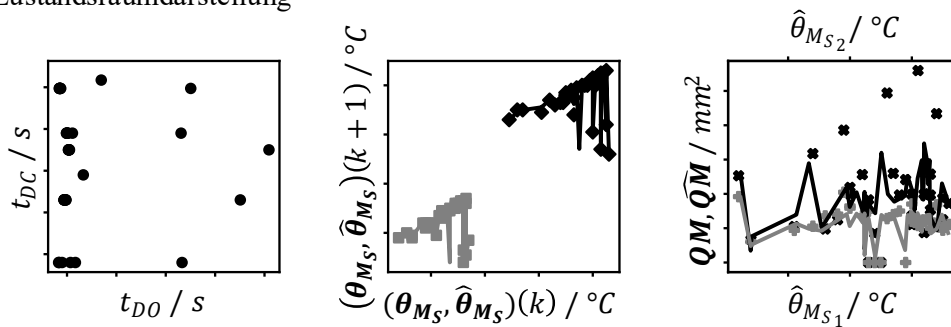


Abbildung 6.12: Reale Mess- und Identifikationsergebnisse für Hauptzeit t_{DC} und Nebenzeit t_{D0} , (initiale) Anfangskokillentemperaturen $\theta_{M(l)S1,2}$ sowie Qualitätsmerkmale $QM_{1,2}$ im Zeit- und Parameterbereich (a-c)) sowie in Zustandsraumdarstellung (d)). Durchgezogene Linien: Dynamische Anfangskokillentemperaturmodelle $\hat{\theta}_{Ms1,2}$ und Qualitätsmerkmalmodelle $\hat{QM}_{1,2}$. Gestrichelte Linien: Statische initiale Anfangskokillentemperaturmodelle $\hat{\theta}_{Ms1,2}$

Darin sind die Hauptzeit t_{DC} , die (initialen) Anfangskokillentemperaturen $\theta_{M_{(I)Si}}$ sowie die Qualitätsmerkmale QM_i sowohl im Zeit-, d. h. in diesem Fall über die Gießzyklen k , als auch im Parameterbereich (Abbildung 6.12 a)-c)) dargestellt. Daneben sind die Modellvorhersagen für die dynamischen Anfangskokillentemperatur- und Qualitätsmerkmale ($\hat{\theta}_{M_{S1}}, \hat{\theta}_{M_{S2}}, \widehat{QM}_1, \widehat{QM}_2$) wiederum in Form durchgezogener Linien sowie die Prädiktionen der statischen initialen Anfangskokillentemperatur ($\hat{\theta}_{M_{IS1}}, \hat{\theta}_{M_{IS2}}$) als gestrichelte Linien eingezeichnet. Die Zustandsraumdarstellung in Abbildung 6.12 d) zeigt die Zusammenfassung der Resultate.

In der Abbildung ist eine geringe Abweichung zwischen gemessenen und modellierten (initialen) Anfangskokillentemperaturen zu erkennen. Quantitativ ergibt sich aus Tabelle 6.2 jedoch, wie auch bei der virtuellen Prozessauslegung (vgl. Tabelle 6.1), ein anderes Bild. Keines der identifizierten Modelle weist hinsichtlich des Verhältnisses aus der Wurzel des globalen mittleren quadratischen Kreuzvalidierungsfehlers $RMSE_V$ zur Wurzel des globalen mittleren quadratischen Trainingsfehlers $RMSE_T$ eine ausreichende Generalisierungsfähigkeit nach Gleichung (5.39) vor.

Dennoch wird auch im Zuge der realen Prozessauslegung an dieser Stelle mit der Optimierung fortgefahren.

Tabelle 6.2: Verhältnis aus der Wurzel des Leave-One-Out-Kreuzvalidierungsfehlers $RMSE_V$ und des Trainingsfehlers $RMSE_T$ für die real identifizierten Modelle

Modell	$\frac{RMSE_V}{RMSE_T}$
Dynamisches Anfangskokillentemperaturmodell $\hat{\theta}_{M_{S1}}$	3,64
Dynamisches Anfangskokillentemperaturmodell $\hat{\theta}_{M_{S2}}$	6,17
Dynamisches Qualitätsmerkmalmodell $\widehat{QM}_1$	3,06
Dynamisches Qualitätsmerkmalmodell $\widehat{QM}_2$	3,85
Statisches initiales Anfangskokillentemperaturmodell $\hat{\theta}_{M_{IS1}}$	140,5
Statisches initiales Anfangskokillentemperaturmodell $\hat{\theta}_{M_{IS2}}$	185

6.3.4 Robust-zuverlässige Optimierung

Zur Ermittlung des robust-zuverlässigen Arbeitspunkts werden auch bei der realen Prozessauslegung die Informationen aus dem Konfigurations-Modul sowie der bisherigen Versuchsreihe verwendet.

Die derzeitigen Grenzen des Parameterraums ergeben sich gemäß Versuchsmatrix zu

$$(LB, UB) = (\min(t_{DC}, t_{DO}), \max(t_{DC}, t_{DO})) = ((t_{DC_{D4}}, t_{DO_{D2}}), (t_{DC_{D2}}, t_{DO_4})) \quad (6.17)$$

und die Unsicherheitsbereiche der Maschinenparameter sowie die Spezifikationsgrenzen bzw. Limits der Qualitätsmerkmale zu:

$$\begin{aligned} \text{Hauptzeit } t_{DC}: & \quad \varepsilon_{t_{DC_{LB}}} \leq \varepsilon_{t_{DC}} \leq \varepsilon_{t_{DC_{UB}}} \\ \text{Nebenzeit } t_{DO}: & \quad \varepsilon_{t_{DO_{LB}}} \leq \varepsilon_{t_{DO}} \leq \varepsilon_{t_{DO_{UB}}} \\ \text{Fehlstelle „Porosität H20“ bzw. Qualitätsmerkmal } QM_1: & \quad QM_1 \leq Limit_1 \\ \text{Fehlstelle „Porosität I10“ Qualitätsmerkmal } QM_2: & \quad QM_2 \leq Limit_2 \end{aligned} \quad (6.18)$$

Weiterhin stehen die Zustandsraummodelle zur Verfügung. Auch im Zuge der realen robust-zuverlässigen Optimierung werden aufgrund der unzureichenden Generalisierungsfähigkeit die gemittelten Trainingsfehler verwendet.

Damit lautet das reale robust-zuverlässige Optimierungsproblem, in welchem keine kritischen Ausgänge (vgl. Abschnitt 5.6) vorhanden sind, entsprechend:

$$\min_{u=(t_{DC}, t_{DO})} (\widehat{WCS}_{ASQ}(u), \widehat{WCS}_{t_c}(u))$$

mit

$$\widehat{WCS}_{ASQ} = \max_{x \in X(\varepsilon_{t_{DC}}, \varepsilon_{t_{DO}})} \widehat{ASQ}(u, x)$$

und

$$\widehat{ASQ}(u, x) = \frac{1}{n_k} \cdot \sum_{k=1}^{n_k} \left(1 - \prod_{i=1}^2 \Phi(z_i(u, x)) \right)_k$$

und

$$z_i = \frac{Limit_i - \widehat{QM}_i}{RMSE_{T_{QM_i}}} \quad (6.19)$$

und

$$\widehat{WCS}_{t_c}(u) = \widehat{WCS}_{t_{DC}} + \widehat{WCS}_{t_{DO}}$$

unter Berücksichtigung von

$$t_{DC_{D4}} + \varepsilon_{t_{DC_{LB}}} \leq t_{DC} \leq t_{DC_{D2}} - \varepsilon_{t_{DC_{UB}}}$$

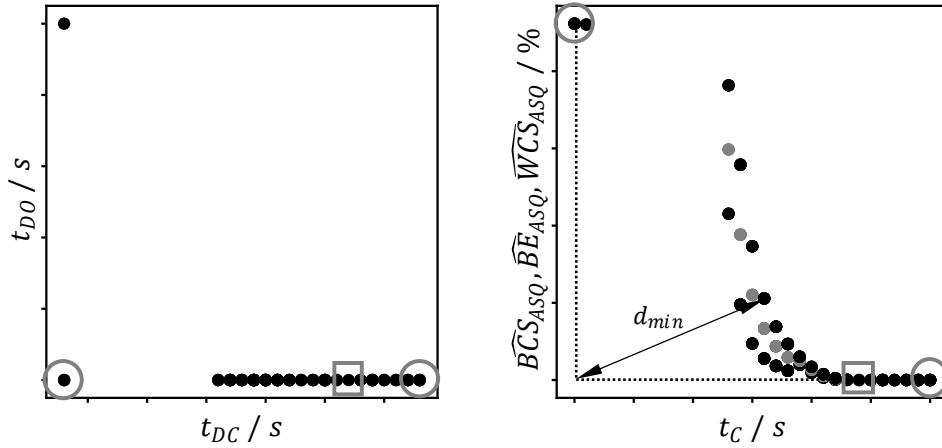
und

$$t_{DO_{D2}} + \varepsilon_{t_{DO_{LB}}} \leq t_{DO} \leq t_{DO_4} - \varepsilon_{t_{DO_{UB}}}$$

Die Ergebnisse der durchgeführten gemischt-ganzzahligen Optimierung, bei welcher die bereits evaluierten Stützstellen zwecks beschleunigter Berechnung abgespeichert wurden, sind in Abbildung 6.13 dargestellt.

a) Pareto-optimale Entscheidungsvariablen und Pareto-Front

- Pareto-optimale Haupt- und Nebenzeiten (t_{DC}, t_{DO}) sowie Pareto-Front nominale Zykluszeit und Best- ($t_c, \widehat{BCS}_{ASQ}$) bzw. Worst-Case- ($t_c, \widehat{WCS}_{ASQ}$) Ausschussquote
- Pareto-Front Zykluszeit und Best-Estimate-Ausschussquote ($t_c, \widehat{BE}_{ASQ}$)
- Gewählte Lösung mit (t_{DC}, t_{DO}), ($\widehat{WCS}_{t_{DC}}, \widehat{WCS}_{t_{DO}}$), ($\widehat{WCS}_{t_c}, \widehat{WCS}_{ASQ}$) und ($t_c, \widehat{BE}_{ASQ}$)
- Ranghöchste Alternativlösungen gemäß vorgeschlagener Vorgehensweise



b) Anfangskokillentemperaturen und Qualitätsmerkmale für gewählte Lösung

- Worst-Case-Anfangskokillentemperaturmodell $\widehat{WCS}_{\theta_{MS1}}$ und -Qualitätsmerkmalmodell $\widehat{WCS}_{QM1}$
- Worst-Case-Anfangskokillentemperaturmodell $\widehat{WCS}_{\theta_{MS2}}$ und -Qualitätsmerkmalmodell $\widehat{WCS}_{QM2}$
- · Worst-Case-Qualitätsmerkmalmodell $\widehat{WCS}_{QM1}$ zuzüglich Trainingsfehler $RMSE_{T_{QM1}}$
- · Worst-Case-Qualitätsmerkmalmodell $\widehat{WCS}_{QM2}$ zuzüglich Trainingsfehler $RMSE_{T_{QM2}}$
- Spezifikationsgrenzen / Limits

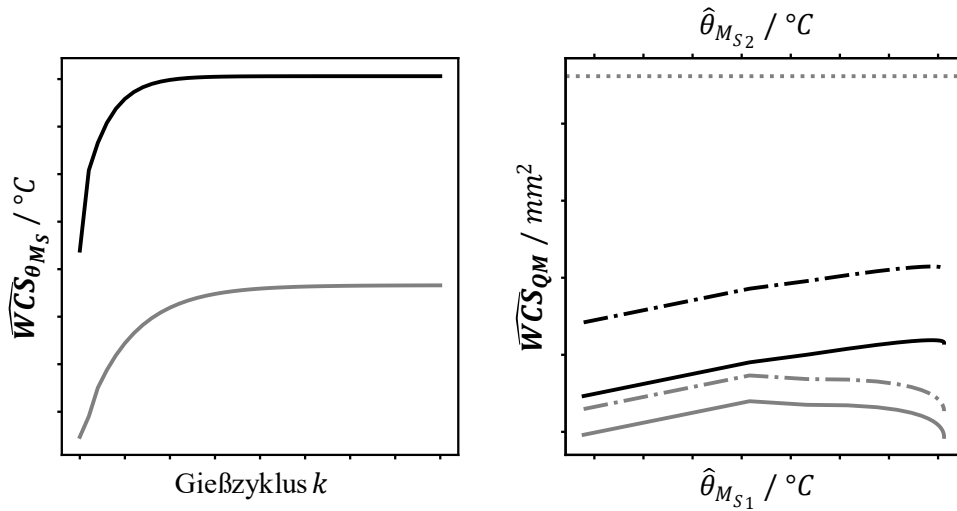


Abbildung 6.13: Ergebnisse der realen robust-zuverlässigen Optimierung: a) Pareto-optimale Entscheidungsvariablen (links) und resultierende Pareto-Fronten (rechts); b) Verläufe der modellierten Anfangskokillentemperaturen über den Gießzyklen je Gießofen (links) und der modellierten Qualitätsmerkmale über den modellierten Anfangskokillentemperaturen (rechts) für den gewählten Worst-Case

Wie schon bei der virtuellen Prozessauslegung demonstriert der linke Teil von Abbildung 6.13 a) die Pareto-optimalen Entscheidungsvariablen im störungsfreien bzw. nominalen Fall. Der rechte Teil enthält die zugehörigen Pareto-Fronten der Zielfunktionen nominale Zykluszeit und geschätzte Worst-Case-Ausschussquote. Ergänzend sind erneut die geschätzte Best-Case- und Best-Estimate-Ausschussquote integriert.

Von den Pareto-optimalen Entscheidungsvariablen sowie den resultierenden Pareto-Fronten werden zunächst die eingekreisten Lösungen sowie die Lösung mit der geringsten Distanz zum Koordinatenursprung. Die Ergebnisse sind für diese Lösungen jedoch nicht zufriedenstellend. Deshalb wird hier exemplarisch die rechteckig markierte Lösung am Radiusansatz näher betrachtet, da diese eine geringe Zykluszeit mit einer marginal von Null verschiedenen Worst-Case-Ausschussquote vorweist. Die Ausschussquote wird also stärker gewichtet. Ein Produktionskostenmodell würde in diesem Fall die Auswahl sicherlich deutlich vereinfachen.

Die Worst-Case-Anfangskokillentemperaturen sowie -Qualitätsmerkmale für die gewählte Lösung über die Gießzyklen zeigt Abbildung 6.13 b). Auffällig ist, dass die Kurven der Worst-Case-Anfangskokillentemperaturen anfangs nicht glatt sind. Die Ursache dafür liegt im Modell der Worst-Case-Anfangskokillentemperatur $\widehat{WCS}_{\theta_{M_{S_2}}}$ und einer damit einhergehenden Anpassung der Stellgrößen bzw. Steuergrößen zur Maximierung der Worst-Case-Ausschussquote. Diese Änderung ist insbesondere anhand der Modellvorhersage von Qualitätsmerkmal $\widehat{QM}_2$ zu sehen. Während für dieses Qualitätsmerkmal zunächst eine Erhöhung geschätzt wird, ist im Anschluss an die Stellgrößenvariation eine Abnahme zu erkennen. Diese fällt allerdings offensichtlich geringer aus als beim Beibehalten der Stellgrößenkombination. Für das prädizierte Qualitätsmerkmal $\widehat{QM}_1$ ist zu höheren prädizierten Anfangskokillentemperaturen ein Anstieg zu erkennen, was in einer Diskrepanzzunahme zwischen den Qualitätsmerkmalen resultiert. Im quasistationären Zustand zeigt sich eine drastische Abnahme des Qualitätsmerkmals $\widehat{QM}_2$, was an den realen Ergebnissen teilweise nachvollzogen werden kann. Dementsprechend ist der Abfall im Vergleich zur virtuellen Prozessauslegung nicht zwangsweise auf eine unzureichende Modellgüte in der Grenzregion des Parameterraums zurückzuführen. Um derartige Artefakte auszuschließen, sind im Zuge der Optimierung anstelle von trainierten Modellen validierte Modelle erforderlich. Anhand der verwendeten trainierten Modelle kann die Plausibilität der geschätzten marginalen Worst-Case-Ausschussquote hingegen ohne Einschränkungen mittels der Analyse der Anzahl der Trainingsfehler bis zu den Spezifikationsgrenzen sowie der realen Ergebnisse bestätigt werden.

6.4 Vergleich der virtuellen und praktischen Ergebnisse

Nach Durchlauf der ersten Iterationsschleife samt virtueller und realer Prozessauslegung sollten Temperatur- und Qualitätsmerkmalsabgleich zwischen Simulation und Realität für die nächste Schleife erfolgen, um schlussendlich die Abweichungen zwischen den virtuell und real ermittelten Arbeitspunkten zu reduzieren.

Beim Abgleich der (Anfangs-) Kokillentemperaturen sowie der Qualitätsmerkmale ist in der Praxis eine Anpassung der thermophysikalischen Parameter wie z. B. der Wärmeübergangskoeffizienten üblich, wobei innerhalb der Gießprozesssimulation mit den praktisch realisierten Maschinenparametern sowie den weiteren gemessenen Einflussgrößen gerechnet werden sollte. Hintergrund ist, dass beispielsweise im Zuge einer Anpassung der Wärmeübergangskoeffizienten sämtliche Differenzen zwischen Simulation und Realität ausgeglichen werden. Dazu gehören neben den Abweichungen in den Prozessparametern auch abweichende Thermoelementpositionen. Die Ergebnisse eines dementsprechend bereits vor der Vermessung durchgeführten stationären Abgleichs sind in Abbildung 6.14 dargestellt.

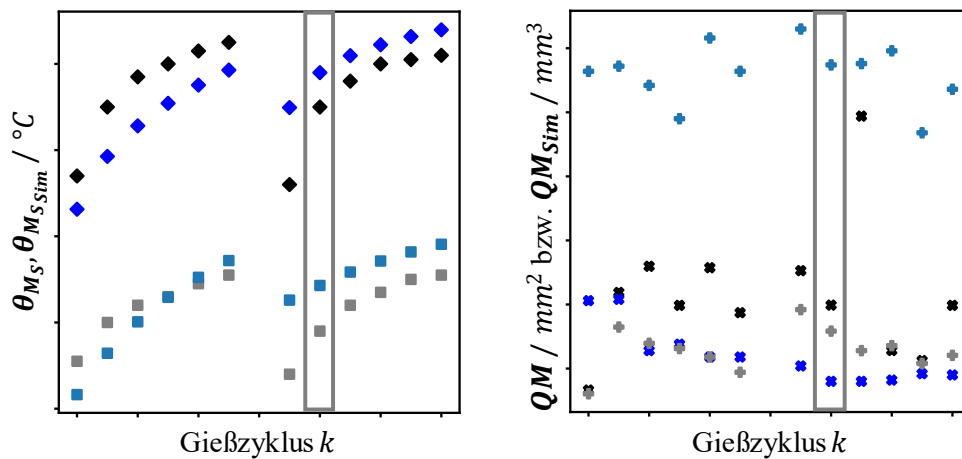
Während sich bei den gemessenen und simulierten Anfangskokillentemperaturen im Mittel eine gute Übereinstimmung zeigt, ergeben sich für die Qualitätsmerkmale, bedingt durch die Betrachtung der verschiedenartigen geometrischen Größen Fehlstellenfläche und Fehlstellenvolumen, in Praxis und Simulation große Diskrepanzen. Neben den verschiedenartigen Größen bei den Qualitätsmerkmalen liegen mögliche Gründe für Unterschiede in der vereinfachten Aufteilung der Kontaktoberfläche zwischen Kokille und Gussteil in Bereiche mit angenommenen ähnlichen Wärmeübergangskoeffizienten, nicht messbaren bzw. nicht berücksichtigten Einflussgrößen oder aber thermophysikalischen und numerischen Modellungenauigkeiten.

Die weitergehende praxisnahe Analyse auf Basis der Gießprozesssimulation im zweiten Iterationsschritt erscheint insbesondere hinsichtlich der Kokillentemperaturen zielführend. Bei den Qualitätsmerkmalen ist die Entwicklung von Transformationsmodellen sinnvoll, wobei die transformierten Resultate im vorliegenden Fall aufgrund der großen Streuungen hinterfragt und auf Plausibilität überprüft werden sollten. Diese Ausführungen gelten unter der Voraussetzung geringer Werkzeug-, Gussteil- sowie Prozessdesignänderungen. Werden dagegen keine Änderungen des Werkzeug- und Gussteildesigns vorgenommen und das Prozessdesign nur im derzeitigen Arbeitsbereich analysiert, kann anstelle des Abgleichs direkt auf das Assistenzsystem in Form der bereits gelernten Modelle zurückgegriffen werden. Die Analyse basierend auf den Ersatzmodellen bietet dann eine schnelle Alternative. Sind die Designänderungen umfangreich, sollten Daten von Produkten mit möglichst ähnlichen (lokalen) geometrischen Gegebenheiten herangezogen werden.

Zusammenfassend ist zu konstatieren, dass in sämtlichen Projekten Abgleiche zwischen Simulation und Realität unter gleichen Randbedingungen vorgenommen werden sollten. Somit lassen sich beispielsweise Konfigurationsadaptionen hinsichtlich der Spezifi-

kationsgrenzen zwecks einleitend erwähnter Angleichung der Arbeitspunkte durchführen und die Ergebnisse sinnvoll auf neue Projekte übertragen.

- a) Simulierte vs. reale Anfangskokillentemperaturen / Qualitätsmerkmale für die Versuchspunkte (**Hauptzeit** t_{DC} , **Nebenzeit** t_{DO}) = $((t_{DC_{D2}}, t_{DO_{D2}}), (t_{DC_{D3}}, t_{DO_{D3}}))$
- ◆ Reale Anfangskokillentemperatur $\theta_{M_{S1}}$ ■ Reale Anfangskokillentemperatur $\theta_{M_{S2}}$
 - ◆ Simulierte Anfangskokillentemperatur $\theta_{M_{S1sim}}$ ■ Simulierte Anfangskokillentemperatur $\theta_{M_{S2sim}}$
 - ◆ Reales Qualitätsmerkmal QM_1 ◆ Reales Qualitätsmerkmal QM_2
 - ◆ Simuliertes Qualitätsmerkmal QM_{1sim} ◆ Simuliertes Qualitätsmerkmal QM_{2sim}



- b) Detailansicht

(Hauptzeit t_{DC} , Nebenzeit t_{DO}) = $(t_{DC_{D3}}, t_{DO_{D3}})$		
Qualitätsmerkmal QM_1 (Fehlstelle „Porosität H20“)		
Rasterkoordinatenblatt	Simulation	Realität
Qualitätsmerkmal QM_2 (Fehlstelle „Porosität I10“)		
Rasterkoordinatenblatt	Simulation	Realität

Abbildung 6.14: Ergebnisse des Abgleichs der simulierten mit den real gemessenen Anfangskokillentemperaturen und Qualitätsmerkmalen

7 Zusammenfassung und Ausblick

Basierend auf den bisherigen Untersuchungen bezüglich der datengetriebenen Analyse und Auslegung des Niederdruck-Kokillen-Gießprozesses wurde die Forschungslücke aufgezeigt und die Forschungsfrage,

wie sich für den Niederdruck-Kokillen-Gießprozess unter Einhaltung prozesstechnischer Randbedingungen und Parameterschwankungen möglichst effizient ein robuster und zuverlässiger Arbeitspunkt bezüglich der Ausschussquote in Kombination mit kurzen Zykluszeiten bei gegebenem Gussteil- und Kokillendesign finden lässt,

abgeleitet.

Dazu wurde eine neuartige, teilautomatisierte, sequentielle, datenbasierte Prozedur, welche die Methoden Versuchsplanung, Modellbildung und Optimierung unter Unsicherheit miteinander verknüpft, entwickelt und zum Patent angemeldet (SCHULTE (2023 & 2024)).

Die Prozedur der robust-zuverlässigen Gießprozessauslegung startet mit der Festlegung der Einstell- und Unsicherheitsbereiche für die Maschinenparameter. Zur näherungsweisen Abschätzung der Bereiche wurden Anhaltswerte auf Basis einfacher physikalischer Zusammenhänge angegeben.

Nach der Festlegung der Einstellbereiche wird die Vermessung gestartet. Während der Vermessung werden iterativ raumfüllend Versuchspunkte berechnet. In diesem Zusammenhang wurde ein Ansatz ermittelt, der für die sequentielle Vermessung unter Berücksichtigung der prozesstechnischen Eingangs- und Ausgangsbeschränkungen geeignet ist. Die Eingangs- und Ausgangsbeschränkungen werden darin als Ungleichungsnebenbedingungen formuliert. Zusätzlich zu den raumfüllenden Versuchspunkten werden auch gezielt die Prozessstörungen nach Erreichen des stationären Kokillentemperaturfelds in die Versuchspunktberechnung einbezogen, um das Abkühlverhalten der Kokille zu erfassen. Als Prozessstörung wurde ein Wechsel eines Gießofens betrachtet. Hier können alternativ auch umfangreichere Störungen mit unterschiedlichen Häufigkeiten angenommen werden. Insbesondere hinsichtlich der konventionellen virtuellen Gießprozessauslegung ist die Einbeziehung des Abkühlverhaltens erwähnenswert. Üblicherweise wird nämlich für jeden Parametersatz von einem immergleichen konstanten initialen Kokillentemperaturfeld aus gestartet.

Stehen genügend Daten zur Verfügung, wird das statische und dynamische Systemverhalten identifiziert. Zur dynamischen Modellierung wurde ein physikalisch empirischer Ansatz bzw. Grey-Box-Ansatz im Zustandsraum vorgeschlagen. Bei der statischen Modellierung der initialen Anfangskokillentemperaturen wurde hingegen ein Black-Box-Ansatz gewählt. Die Validierung der identifizierten Modelle erfolgt mittels Kreuzvalidierung.

Sind sämtliche Modelle validiert, erfolgt die Optimierung unter Unsicherheit. Dazu wurde eine Worst-Case-Formulierung zur Ermittlung des robust-zuverlässigen Arbeitspunkts bezüglich der Ausschussquote in Kombination mit kurzen Zykluszeiten entwickelt. Im Zuge dessen wurde ein Modell zur Berechnung der erwarteten Ausschussquote bzw. Fehlerwahrscheinlichkeit im Zusammenhang mit der definierten Prozessstörung hergeleitet. Die anschließende Mehrzieloptimierung liefert Pareto-optimale Lösungen. Zur schnellen Entscheidungsfindung wurde ein prioritätsbasierter Auswahlmechanismus vorgeschlagen.

Die Validierung und damit auch die Beantwortung der Forschungsfrage wurde mit einem reduzierten Parameter- und Qualitätsmerkmalset aus einem aktuellen Serienprozess bei der MARTINREA HONSEL GERMANY GMBH sowohl in der virtuellen als auch in der realen Welt vorgenommen. Die Ergebnisse zeigen das hohe Potential des entwickelten Verfahrens. Das Verfahren kann aufgrund der Effizienz durch die bedarfsgerechte Anpassung der Versuchspunktzahl prinzipiell in jeder Iterationsschleife des Gussteil-, Kokillen- und Prozessdesigns eingesetzt werden. Somit können verschiedene Designvorschläge hinsichtlich ihrer Robustheit und Zuverlässigkeit miteinander verglichen werden.

Weiterführende Arbeiten können sich mit detaillierteren wahrscheinlichkeitstheoretischen oder regelungstechnischen Fragestellungen hinsichtlich der robust-zuverlässigen Niederdruck-Kokillen-Gießprozessauslegung zwecks weiterer Verringerung der Konservativität beschäftigen. Darüber hinaus können ebenso eine ganzheitliche Kostenfunktion, das Gussteil- und Kokillendesign sowie energetische Gesichtspunkte in das Verfahren integriert werden. Dazu sind möglicherweise Anpassungen hinsichtlich der Versuchsplanung, Modellbildung und Optimierung unter Unsicherheit vorzunehmen. Weiterhin ist der Transfer auf andere Gießprozesse mit Dauerformen ein interessantes Themenfeld.

Literaturverzeichnis

Baehr, H.D.; Stephan, K. (2019): Wärme- und Stoffübertragung. 10. Auflage, Springer-Verlag GmbH, Deutschland. ISBN 978-3-662-58440-8

Becker, A. (2024): Kalman Filter from the Ground Up. Second Edition Minor Update. ISBN 978-965-93120-1-6. URL: <https://www.kalmanfilter.net/>, abgerufen am 30.09.2024

Beckschulte, S.; Huebser, L.; Klasen, N.; Günther, R.; Schmitt, R. H. (2022): Potenziale von Neuronalen Netzen gegenüber SPC zur Fehlervermeidung in der Prozesssteuerung. In: Woll, R.; Goldmann, C. (Hrsg.), Trends und Entwicklungstendenzen im Qualitätsmanagement, Bericht zur GQW-Jahrestagung 2021 in Cottbus, S. 188-206. Springer Fachmedien Wiesbaden GmbH. ISBN 978-3-658-38685-6

Ben-Tal, A.; Nemirovski, A. (1998): Robust convex optimization. Mathematics of Operations Research, vol. 23, no.4, pp.769–805. doi 10.1287/moor.23.4.769

Ben-Tal, A.; El Ghaoui, L.; Nemirovski, A. (2009): Robust Optimization. Princeton: Princeton University Press. doi 10.1515/9781400831050

Bertsimas, D.; Sim, M. (2004): The price of robustness. Operations Research, vol. 52, no. 1, pp. 35-53. doi 10.1287/opre.1030.0065

Bertsimas, D.; Brown, D. B.; Caramanis, C. (2011): Theory and applications of Robust Optimization. SIAM Review, vol. 53, issue 3, pp. 464-501. doi 10.48550/arXiv.1010.5445

Beyer, H. G.; Sendhoff, B. (2007): Robust Optimization – A comprehensive survey. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, vol. 196, issues 33-34, pp. 3190-3218. doi 10.1016/j.cma.2007.03.003

Bishop, C. M. (2006): Pattern Recognition and Machine Learning (Information Science and Statistics). Springer Science + Business Media, LLC, New York. ISBN 978-0-387-31073-2

Bracke, S. (2016): Prozessfähigkeit bei der Herstellung komplexer technischer Produkte: Statistische Mess- und Prüfdatenanalyse. Springer-Verlag, Berlin Heidelberg. ISBN 978-3-662-48213-1

Bührig-Polaczek, A.; Michaeli, W.; Spur, G. (2014): Handbuch Urformen. In: Spur, G. (Hrsg.), Edition | Handbuch der Fertigungstechnik. Carl Hanser Verlag GmbH & Co. KG, München. ISBN 978-3-446-42035-9

Campbell, J. (2003): Castings. Second Edition, Butterworth Heinemann. ISBN 0 7506 4790 6

Chaudhari, A.; Vasudevan, H. (2020): A Review of the Reliability Techniques Used in the Case of Casting Process Optimization. In: Vasudevan, H.; Kottur, V.; Raina, A. (eds), *Proceedings of International Conference on Intelligent Manufacturing and Automation: Lecture Notes in Mechanical Engineering*, pp. 309-316. Springer, Singapore. doi 10.1007/978-981-15-4485-9_32

Chvorinov, N. (1940): Theorie der Erstarrung von Gußstücken. *Giesserei*, 27. Jg., S. 177-225.

Cramer, E.; Kamps, U. (2020): Grundlagen der Wahrscheinlichkeitsrechnung und Statistik: Eine Einführung für Studierende der Informatik, der Ingenieur- und Wirtschaftswissenschaften. 5., erweiterte und korrigierte Auflage, Springer-Verlag GmbH, Deutschland. ISBN 978-3-662-60551-6

Deb, K.; Agrawal, S.; Pratap, A.; Meyarivan, T. (2000): A Fast Elitist Non-dominated Sorting Genetic Algorithm for Multi-objective Optimization: NSGA-II. In: Schoenauer, M. *et al.* (eds), *Parallel Problem Solving from Nature - PPSN VI. Lecture Notes in Computer Science*, vol 1917, pp. 849-858. Springer-Verlag, Berlin Heidelberg. doi 10.1007/3-540-45356-3_83

Deb, K.; Pratap, A.; Agarwal, S.; Meyarivan, T. (2002): A Fast and Elitist Multiobjective Genetic Algorithm: NSGA-II. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, vol. 6, iss. 2, pp. 182-197. doi 10.1109/4235.996017

Deutscher, J. (2012): Zustandsregelung verteilt-parametrischer Systeme. Springer-Verlag, Berlin Heidelberg. ISBN 978-3-642-19558-7

Dietz, H. M. (2019): Mathematik für Wirtschaftswissenschaftler. Band 2: Lineare Algebra und Optimierung. 3. Auflage, Springer-Verlag GmbH, Deutschland. ISBN 978-3-662-58701-0

Dörmann Osuna, H. W. (2009): Ansatz für ein prozessintegriertes Qualitätsregelungssystem für nicht stabile Prozesse. Dissertation, TU Ilmenau. Universitätsverlag Ilmenau, Verlagshaus Monsenstein und Vannerdat OHG. ISBN 978-3-939473-42-8

Draguljić, D.; Santner, T. J.; Dean, A. M. (2012): Noncollapsing Space-Filling Designs for Bounded Nonrectangular Regions. *Technometrics*, vol. 54, issue 2, pp. 169-178. doi 10.1080/00401706.2012.676951

Ehrgott, M. (2005): Multicriteria Optimization. Springer, Berlin Heidelberg. ISBN 3-540-21398-8

Ehrgott, M.; Ide, J.; Schöbel, A. (2014): Minmax robustness for multi-objective optimization problems. *European Journal of Operational Research*, vol. 239, issue 1, pp. 17-31. doi 10.1016/j.ejor.2014.03.013

Fahrmeir, L.; Kneib, T.; Lang, S.; Marx, B. (2013): Regression: Models, Methods and Applications. Springer-Verlag, Berlin Heidelberg. ISBN 978-3-642-34332-2

- Fiorese, E.; Bonollo, F.; Timelli, G. et al. (2015):** New Classification of Defects and Imperfections for Aluminium Alloy Castings. *International Journal of Metalcasting*, vol. 9, pp. 55-66. doi 10.1007/BF03355602
- Franke, T.; Fiebig, S.; Vietor, T. (2017):** Fertigungsgerechte Bauteilgestaltung in der Topologieoptimierung auf Grundlage einer integrierten Gießsimulation. In: Schmall, T.; Bähr, R.; Fehlbier, M.; Gonter, M. (Hrsg.), *Wissenschaftssymposium Komponente. AutoUni-Schriftenreihe*, vol. 103, pp. 33-49. Springer Fachmedien Wiesbaden GmbH. doi 10.1007/978-3-658-18476-6_4
- Gabler (2018):** URL: <https://wirtschaftslexikon.gabler.de/definition/qualitaetssicherung-44396/version-267707>, abgerufen am 23.09.2024
- Hadka, D. (2017):** Platypus: A free and open source python library for multiobjective optimization. Available on Github, vol. <https://github.com/Project-Platypus/Platypus>.
- Hartmann, B. (2014):** Lokale Modellnetze zur Identifikation und Versuchsplanung nichtlinearer Systeme. Dissertation, Universität Siegen. In: Nelles, O. (Hrsg.), *Schriftenreihe der Arbeitsgruppe Mess- und Regelungstechnik - Mechatronik*, Band 2. Department Maschinenbau, Siegen.
- Hardin, R. A.; Choi, K. K.; Beckermann, C. (2014):** Reliability-based casting process design optimisation. *International Journal of Cast Metals Research*, vol. 28, issue 3, pp.181-192. doi 10.1179/1743133614Y.0000000142
- Hastie, T.; Tibshirani, R.; Friedman, J. (2009):** *The Elements of Statistical Learning: Data Mining, Inference and Prediction. Second Edition (Springer Series in Statistics)*, Springer Science+Business Media, New York. ISBN 978-0-387-84857-0
- Hehenberger, P. (2020):** *Computerunterstützte Produktion: Eine kompakte Einführung. 2. ergänzte und aktualisierte Auflage*, Springer-Verlag GmbH, Deutschland. ISBN 978-3-662-60875-3
- InAut (2024):** URL: <https://inductiveautomation.com/>, abgerufen am 18.01.2024
- Joseph, V. R.; Gul, E.; Ba, S. (2015):** Maximum projection designs for computer experiments. *Biometrika*, vol. 102, no.2, pp. 371-380. doi 10.1093/biomet/asv002
- Joseph, V. R. (2016):** “Rejoinder”. *Quality Engineering*, vol. 28, pp. 42-44
- Kleppmann, W. (2013):** *Versuchsplanung: Produkte und Prozesse optimieren. 8., überarbeitete Auflage*. In: Brunner, F. J. (Hrsg.), *Praxisreihe Qualitätswissen*. Carl Hanser Verlag, München Wien. ISBN 978-3-446-43752-4
- Kianifar, M. R. (2014):** *Application of Multidisciplinary Design Optimization Frameworks for Engine Mapping and Calibration*. Dissertation, University of Bradford.
- Kouvelis, P.; Yu, G. (1997):** *Robust Discrete Optimization and Its Applications (Nonconvex Optimization and its applications, vol. 14)*. Springer Science+Business Media, Dordrecht. ISBN 978-1-4419-4764-2

Kowalczyk, M. (2018): Online-Methoden zur effizienten Vermessung von statischen und dynamischen Verbrennungsmotormodellen. Dissertation, TU Darmstadt. Fortschritt-Berichte VDI, Reihe 12, Nr. 810. VDI Verlag GmbH, Düsseldorf. ISBN 978-3-18-381012-3

Krause, T.; Strauß, O.; Scheffler, G.; Kett, H.; Lehmann, K.; Renner, T. (2017): IT-Plattformen für das Internet der Dinge (IoT): Basis intelligenter Produkte und Services. Fraunhofer-Institut für Arbeitswirtschaft und Organisation IAO, Fraunhofer Verlag, Fraunhofer-Informationszentrum Raum und Bau IRB, Stuttgart. ISBN 978-3-8396-1231-6

Krimpenis, A.; Benardos, P.; Vosniakos, GC. et al. (2006): Simulation-based selection of optimum pressure die-casting process parameters using neural nets and genetic algorithms. International Journal of Advanced Manufacturing Technology, vol. 27, pp. 509-517. doi 10.1007/s00170-004-2218-0

Lampinen, J. (2002): A constraint handling approach for the differential evolution algorithm. Proceedings of the 2002 Congress on Evolutionary Computation. CEC'02 (Cat. No. 02TH8600), vol. 2. pp. 1468-1473. Honolulu, HI, USA. doi 10.1109/CEC.2002.1004459

Lunze, J. (2008): Regelungstechnik 1: Systemtheoretische Grundlagen, Analyse und Entwurf einschleifiger Regelungen. 7., neu bearbeitete Auflage, Springer-Verlag, Berlin Heidelberg. ISBN 978-3-540-68907-2

Marek, R.; Nitsche, K. (2012): Praxis der Wärmeübertragung: Grundlagen - Anwendungen - Übungsaufgaben. Carl Hanser Verlag GmbH & Co. KG. ISBN 9783446433205

Martinrea Honsel (2021): X-Ray defect classification in mm² according to ASTM E155. Internes Dokument (WN-ML-601, Revision 0), Martinrea Honsel Germany GmbH

Martinrea Honsel (2024): URL: <https://www.honsel.com/produkte>, abgerufen am 07.12.2023, Martinrea Honsel Germany GmbH

Nelles, O.; Fink, A.; Isermann, R. (2000): Local Linear Model Trees (LOLIMOT) Toolbox for Nonlinear System Identification. IFAC Proceedings Volumes, vol. 33, issue 15, pp. 845-850. doi 10.1016/S1474-6670(17)39858-0.

Nelles, O. (2020): Nonlinear System Identification: From Classical Approaches to Neural Networks, Fuzzy Models, and Gaussian Processes. Second Edition, Springer Nature Switzerland AG. ISBN 978-3-030-47438-6

Nemirko, A. P.; Dula, J. H. (2021): Machine learning algorithm based on convex hull analysis, Procedia Computer Science, vol. 186, pp. 381-386. doi 10.1016/j.procs.2021.04.160.

- Papageorgiou, M.; Leibold, M.; Buss, M. (2015):** Optimierung: Statische, dynamische, stochastische Verfahren für die Anwendung. 4. korrigierte Auflage, Springer-Verlag, Berlin Heidelberg. ISBN 978-3-662-46935-4
- Park, G.-J.; Lee, T.-H.; Lee, K.H.; Hwang, K.-H. (2006):** Robust Design: An Overview. American Institute of Aeronautics and Astronautics (AIAA) Journal, vol. 44, no.1. pp. 181-191. doi 10.2514/1.13639
- Pohlheim, H. (2000):** Evolutionäre Algorithmen: Verfahren, Operatoren und Hinweise für die Praxis. Springer-Verlag, Berlin Heidelberg. ISBN 978-3-642-63052-1
- PTC (2024):** URL: KEPserverEX OT Konnektivitätsplattform | PTC (DE), abgerufen am 14.10.2024. So funktioniert der OPC UA Server KEPServerEX von Kepware (kepware-opcserver.de), abgerufen am 14.10.2024
- Rhein, B. (2014):** Robuste Optimierung mit Quantilmaßen auf globalen Meta-modellen. Inaugural-Dissertation, Universität zu Köln. Logos-Verlag, Berlin. ISBN 978-3-8325-3688-6
- Schaffer, J. D. (1985):** Multiple Objective Optimization with Vector Evaluated Genetic Algorithms. In Grefenstette J. J. (eds), Proceedings of the First International Conference on Genetic Algorithms and their applications, pp. 93-100. Psychology Press, New York. doi 10.4324/9781315799674
- Schmitt, T. L.; Andres, M. (2019):** Methoden zur Modellbildung und Simulation mechatronischer Systeme: Bondgraphen, objektorientierte Modellierungstechniken und numerische Integrationsverfahren. Springer Fachmedien Wiesbaden GmbH. ISBN 978-3-658-25088-1
- Schmitt, R. H. et al. (2020):** Predictive Quality-Data Analytics in produzierenden Unternehmen. In: Bergs, T.; Brecher, C.; Schmitt, R. H.; Schuh, G. (Hrsg.), Internet of Production-Turning Data into Value, Statusberichte aus der Produktionstechnik 2020, pp. 226-253. Fraunhofer-Institut für Produktionstechnologie IPT. doi 10.24406/ipt-n-589615
- Schopen, M. (2022):** An Automatic CAE Tool for autonomous feasibility assessment of aluminum gravity die castings – development and calibration. Dissertation, Ergebnisse aus Forschung und Entwicklung, Band 32. Gießerei-Institut der RWTH Aachen, RWTH Aachen University. ISBN 978-3-944601-21-2
- Taguchi, G., Phadke, M. S. (1989):** Quality Engineering through Design Optimization. In: Dehnad, K. (eds), Quality Control, Robust Design, and the Taguchi Method. Springer, Boston, MA. doi 10.1007/978-1-4684-1472-1_5
- Schulte, B. (2023):** Verfahren zur Prozessauslegung für eine Gießvorrichtung und Verfahren zur Steuerung einer Gießvorrichtung (DE102023103582A1)
- Schulte, B. (2024):** Method for process design for a casting device and method for controlling a casting device (EP000004417342A1, JP002024115539A, US020240269738A1)

Schüssler, M. (2022): Machine Learning with Nonlinear State Space Models. Dissertation, Universität Siegen. In: Nelles, O. (Hrsg.), Schriftenreihe der Arbeitsgruppe Mess- und Regelungstechnik-Mechatronik, Band 7. Department Maschinenbau, Siegen.

Scipy (2024): URL: https://docs.scipy.org/doc/scipy/reference/generated/scipy.optimize.differential_evolution.html#scipy.optimize.differential_evolution, abgerufen am 30.09.2024

Shahane, S.; Aluru, N.; Ferreira, P.; Kapoor, S. G.; Vanka, S. P. (2020): Optimization of Solidification in Die Casting using Numerical Simulations and Machine Learning. *Journal of Manufacturing Processes*, vol. 51, pp. 130-141. doi 10.1016/j.jmapro.2020.01.016

Shi, X. (2012): Defect Minimizing Control of Low Pressure Die Casting. Dissertation, The University of British Columbia. Vancouver. doi 10.14288/1.0072882

Siebertz, K.; van Bebber, D.; Hochkirchen, T. (2017): Statistische Versuchsplanung. Design of Experiments (DoE). 2. Auflage, Springer-Verlag GmbH, Deutschland. ISBN 978-3-662-55742-6

Sobol, I. M.; Kucherenko, S. (2010): Derivative based global sensitivity measures, *Procedia - Social and Behavioral Sciences*, vol. 2, issue 6, pp. 7745-7746. doi 10.1016/j.sbspro.2010.05.208.

Sola, J. (2014): Simultaneous localization and mapping with the extended Kalman filter. A very quick guide... with Matlab code! Oct, 5, pp.1-35. Universitat Politècnica de Catalunya (UPC), Barcelona. URL: https://www.iri.upc.edu/people/jsola/JoanSola/objectes/curs_SLAM/SLAM2D/SLAM%20course.pdf, abgerufen am 30.09.2024

Storn, R.; Price, K. (1997): Differential Evolution - a Simple and Efficient Heuristic for Global Optimization over Continuous Spaces. *Journal of Global Optimization*, vol. 11, pp. 341-359. doi 10.1023/A:1008202821328

Töpfer, S.; Nelles, O. (2003): Polynommodelle, Kennfelder und neuronale Netze. In: Isermann, R. (Hrsg.), Modellgestützte Steuerung, Regelung und Diagnose von Verbrennungsmotoren. Springer, Berlin Heidelberg. doi 10.1007/978-3-642-55698-2_7

Töpfer, A. (2004): Six Sigma: Konzeption und Erfolgsbeispiele für praktizierte Null-Fehler-Qualität. Dritte, überarbeitete und erweiterte Auflage, Springer-Verlag, Berlin Heidelberg. ISBN 978-3-662-09913-1

Virtanen P.; Gommers, R.; Oliphant, T. E.; Haberland, M.; Reddy, T.; Cournapeau, D.; Burovski, E.; Peterson, P.; Weckesser, W.; Bright, J.; van der Walt, S.J.; Brett, M.; Wilson, J.; Millman, K. J.; Mayorov, N.; Nelson, A. R. J.; Jones, E.; Kern, R.; Larson, E.; Carey, C.J.; Polat, I.; Feng, Y.; Moore, E. W.; VanderPlas, J.; Laxalde, D.; Perktold, J.; Cimrman, R.; Henriksen, I.; Quintero, E. A.; Harris, C. R.; Archibald, A. M.; Ribeiro, A. H.; Pedregosa, F.; van Mulbregt, P. and SciPy 1.0 Contributors. (2020): SciPy 1.0: Fundamental Algorithms for Scientific Computing in Python. *Nature Methods*, 17(3), pp. 261-272. doi 10.1038/s41592-019-0686-2

Weicker, K. (2015): Evolutionäre Algorithmen. 3., überarbeitete und erweiterte Auflage, Springer Fachmedien Wiesbaden. ISBN 978-3-658-00957-2

Welch, G.; Bishop, G. (2006): An Introduction to the Kalman Filter. TR 95-041 Department of Computer Science. University of North Carolina, Chapel Hill, USA

Wiebenga, J. H. (2014): Robust Design and Optimization of Forming Processes. PhD Thesis, University of Twente, Enschede, The Netherlands. Ipskamp Drukkers B.V.. ISBN 978-90-77172-96-4

Yourui, T.; Shuyong, D.; Xujing, Y. (2016): Reliability modeling and optimization of die-casting existing epistemic uncertainty. International Journal on Interactive Design and Manufacturing, vol. 10, pp. 51-57. doi 10.1007/s12008-014-0239-y

Zhang, L.; Wang, R. (2013): An intelligent system for low-pressure die-cast process parameters optimization. International Journal of Advanced Manufacturing Technology, vol. 65, pp. 517-524. doi 10.1007/s00170-012-4190-4

Normen

ASTM E 155	Standard Reference Radiographs for Inspection of Aluminum and Magnesium Castings. Version 2020, ASTM International, West Conshohocken, PA, USA. doi 10.1520/E0155-20
DIN 8580	Fertigungsverfahren – Begriffe, Einteilung. Version 2022-12, DIN Media GmbH, Berlin
DIN EN ISO 9000	Qualitätsmanagementsysteme - Grundlagen und Begriffe. Version 2015-11, DIN Media GmbH, Berlin
DIN ISO 22514-1	Statistische Methoden im Prozessmanagement - Fähigkeit und Leistung - Teil 1: Allgemeine Grundsätze und Begriffe. Version 2016-08, DIN Media GmbH, Berlin
DIN ISO 22514-2	Statistische Verfahren im Prozessmanagement - Fähigkeit und Leistung - Teil 2: Prozessleistungs- und Prozessfähigkeitskenngrößen von zeitabhängigen Prozessmodellen. Version 2019-07, DIN Media GmbH, Berlin
DIN SPEC 91345	Referenzarchitekturmodell Industrie 4.0 (RAMI4.0). Version 2016-04, DIN Media GmbH, Berlin
VDG-Merkblatt P201	Volumendefizite von Gußstücken aus Nichteisenmetallen. Version Mai 2002, Verein Deutscher Gießereifachleute, Düsseldorf https://www.guss.de/prozess/gussverwendung/normen-und-richtlinien/bdg-richtlinien
VDI/VDE 2206	Entwicklung mechatronischer und cyber-physischer Systeme. Version 2021-11, DIN Media GmbH, Berlin

Zum Band:

Diese Arbeit demonstriert einen datengetriebenen Ansatz zur effizienten Ermittlung eines robusten und zuverlässigen Arbeitspunkts im Niederdruck-Kokillen-Gießprozess. Durch dynamische Versuchsplanung, Modellierung und Optimierung werden im Rahmen der Prozessauslegung Parameterkombinationen identifiziert, die die Ausschusswahrscheinlichkeit und die Zykluszeit unter Berücksichtigung von Unsicherheiten minimieren.

Zum Autor:

Nach seinem Maschinenbaustudium an der RWTH Aachen war Boris Schulte zunächst als wissenschaftlicher Mitarbeiter an der FH Südwestfalen und anschließend als Prozessingenieur bei der Martinrea Honsel Germany GmbH tätig. In beiden Positionen entwickelte er datenbasierte Methoden im Kontext von Industrie 4.0.