Siegener Schriftenreihe
AUTOMOBILTECHNIK
– Band 11 –

FLB
Lehrstuhl für Fahrzeugleichtbau

Jens Olschewski

Mehrlenker-Torsionsachse – Modellierung, Entwicklung und Erprobung einer bauraumsparenden Verbundhinterachse für eine verbesserte Batterieintegration in BEVs der Kleinwagenklasse

Herausgeber:
Univ.-Prof. Dr.-Ing. Xiangfan Fang
Lehrstuhl für Fahrzeugleichtbau FLB

Universität Siegen

Mehrlenker-Torsionsachse – Modellierung, Entwicklung und Erprobung einer bauraumsparenden Verbundhinterachse für eine verbesserte Batterieintegration in BEVs der Kleinwagenklasse

Jens Olschewski

universi
UNIVERSITÄTSVERLAG SIEGEN
Siegen 2025

Siegener Schriftenreihe Automobiltechnik
Hrsg. von Xiangfan Fang

Band 11

Mehrlenker-Torsionsachse – Modellierung, Entwicklung und Erprobung einer bauraumsparenden Verbundhinterachse für eine verbesserte Batterieintegration in BEVs der Kleinwagenklasse

Von der Naturwissenschaftlich-Technischen Fakultät

der Universität Siegen

zur Erlangung des Grades eines Doktors

der Ingenieurwissenschaften

genehmigte Dissertation

vorgelegt von

Jens Olschewski, M. Sc.

Tag der mündlichen Prüfung: 19.09.2025

Referent: Professor Dr.-Ing. Xiangfan Fang

Korreferent: Professorin Dr.-Ing. Tamara Reinicke

Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über **http://dnb.dnb.de** abrufbar.

Impressum

Herausgeber:
Univ.-Prof. Dr.-Ing. Xiangfan Fang
Lehrstuhl für Fahrzeugleichtbau
Universität Siegen
Breite Straße 11
57076 Siegen
Telefon: +49 271 740 2384
Fax: +49 271 740 12384
E-Mail: info.flb@uni-siegen.de

Druck:
Uni Print, Universität Siegen

Siegen 2025: universi – Universitätsverlag Siegen
www.uni-siegen.de/universi

Gedruckt auf alterungsbeständigem holz- und säurefreiem Papier.

ISSN: 2568-0374 (Siegener Schriftenreihe Automobiltechnik)
ISBN: 978-3-96182-213-3
doi.org/10.25819/ubsi/10791

Vorwort

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Lehrstuhl für Fahrzeugleichtbau (FLB) der Universität Siegen.

Mein besonderer Dank gilt in erster Linie Herrn Prof. Dr.-Ing. Xiangfan Fang für die Betreuung dieser Arbeit als Erstgutachter. Seine wertvollen und stets präzisen Anregungen haben entscheidend zum Gelingen der Dissertation beigetragen. Frau Prof. Dr.-Ing. Tamara Reinicke danke ich herzlich für die Übernahme des Zweitgutachtens, ihre hilfreichen Hinweise zur Zeitplanung sowie die konstruktiven Rückmeldungen. Ebenso bedanke ich mich bei Herrn Prof. Dr.-Ing. Günther Prokop für seine Unterstützung im Promotionsverfahren. Für die freundliche Übernahme des Vorsitzes der Prüfungskommission gilt mein Dank Herrn Prof. Dr.-Ing. Karsten Kluth.

Ein besonderer Dank gilt meinem Kollegen Tobias Niessing. Der intensive fachliche Austausch mit ihm hat meine Arbeit inhaltlich maßgeblich bereichert und viele neue Perspektiven eröffnet. Darüber hinaus war er im Büroalltag stets eine große Bereicherung – nicht zuletzt durch seine humorvolle Art. Darüber hinaus danke ich allen Kolleginnen und Kollegen des FLB für die stets angenehme Zusammenarbeit, den kollegialen Austausch und die vielen kleinen wie großen Hilfestellungen, die den Arbeitsalltag bereichert haben.

Der größte und wichtigste Dank gilt meiner Familie. Ganz besonders meiner Frau Nadine gilt mein tiefster Dank für ihre unerschütterliche Liebe, Unterstützung und Geduld – selbst in den kalten Januartagen, wenn sie mit unserer Tochter alleine auf dem Spielplatz war, um mir Zeit zum Schreiben zu ermöglichen. Ich kann ihr dafür gar nicht genug danken. Meiner Tochter Marie danke ich für die vielen kleinen und großen Momente der Freude, Liebe und Ablenkung, die mir immer wieder neue Kraft gegeben haben.

Einen besonderen Dank möchte ich auch meinem verstorbenen Vater widmen, der mich in vielen Phasen meines Lebens nachhaltig geprägt hat und leider den Abschluss dieser Arbeit nicht mehr miterleben konnte.

Ohne all diese Unterstützung wäre die Entstehung dieser Dissertation nicht möglich gewesen.

Zusammenfassung

Die Integration großvolumiger Batterien in batterieelektrische Fahrzeuge stellt insbesondere in der Kleinwagenklasse eine erhebliche Herausforderung dar, da der Bauraum durch konventionelle Achskonzepte wie die Verbundlenkerachse stark begrenzt ist. Zur Lösung dieser Problematik wurde am Lehrstuhl für Fahrzeugleichtbau die Mehrlenker-Torsionsachse (MLTA) entwickelt, die durch ihre neuartige Kinematik eine optimierte Fahrzeugintegration ermöglicht und so zusätzlichen Bauraum für die Batterie schafft.

Ziel dieser Arbeit war die Modellierung, Entwicklung und experimentelle Erprobung der MLTA, wobei der Fokus auf dem elastokinematischen Verhalten lag. Hierzu wurde zunächst ein MKS-Solver entwickelt, mit dem sowohl die Kinematik als auch die Elastokinematik von Radaufhängungen modelliert und analysiert werden kann. Aufbauend darauf wurde ein MKS-Modell der MLTA erstellt. Anschließend erfolgte die Entwicklung, Konstruktion und der Aufbau eines Achsprototyps, der in ein Versuchsfahrzeug integriert wurde.

Die Erprobung erfolgte mittels KnC-Messungen, objektiver Fahrversuche sowie einer subjektiven Bewertung durch erfahrene Testfahrer und ungeschulte Alltagsfahrer. Zum Vergleich diente ein Serienfahrzeug mit Zusatzmassen, das hinsichtlich Fahrzeuggewicht, Schwerpunktlage und Massenträgheiten, an BEV-Eigenschaften angepasst wurde.

Die Ergebnisse der KnC-Versuche belegen das Potenzial der MLTA. Kinematisch zeigten sich insbesondere Vorteile in der Schrägfederung und der Bremsabstützung. Schwächen traten bei der Sturznachgiebigkeit auf, verursacht durch Abweichungen der Prototypenlager von den ausgelegten Zielwerten. Simulative Analysen zeigen jedoch, dass bei Umsetzung der spezifizierten Lagereigenschaften die gewünschte Sturznachgiebigkeit erreicht werden kann. Die objektiven Fahrversuche zeigen eine hohe Agilität sowie ein deutlich reduzierte Längsbeschleunigung bei Hindernisüberfahrt im Vergleich zur Serienachse. Im Vergleich zur Referenzachse schnitt die MLTA in der subjektiven Bewertung schwächer ab, was den Bedarf an einer seriennahen Abstimmung für die Zukunft deutlich macht.

Abstract

The integration of large battery packs into battery electric vehicles poses a particular challenge in the compact vehicle class, as available packagespace is limited by conventional axle designs such as the twist beam axle. To address this issue, the Multi-Link Torsion Axle (MLTA) was developed at the Institute of Automotive Lightweight Design. Its novel kinematic behavior enables optimized vehicle integration and creates additional space for the battery package.

This work deals with the modeling, development, and experimental evaluation of the MLTA, with a focus on its elastokinematic behavior. For this purpose, an MBS solver was developed that is capable of modeling and analyzing both the kinematics and elastokinematics of suspension systems. Based on this solver, an MBS model of the MLTA was created. In the next step, a prototype axle was designed, built, and integrated into a test vehicle.

The experimental evaluation included KnC-measurements, objective driving tests, and subjective evaluation by experienced test drivers and untrained everyday drivers. For comparison, a production vehicle equipped with additional masses was used to emulate the characteristic mass and center-of-gravity properties of a BEV.

The KnC results confirm the potential of the MLTA. Kinematic advantages were observed particularly in wheel-center recession and anti-lift behavior. Weaknesses were found in camber compliance due to deviations of the prototype bushings from the target specifications. However, simulation results show that the desired compliance behavior can be achieved if the specified bushing characteristics are met. Objective driving tests show high agility and a significantly reduced longitudinal acceleration during obstacle crossing compared to the reference suspension. Compared to the reference axle, the MLTA received lower ratings in the subjective evaluation, clearly indicating the need for series-level tuning in future development.

Inhaltsverzeichnis

Abkürzungsverzeichnis **1**
Symbolverzeichnis **3**

1. Einführung **7**
1.1. Zielsetzung der Arbeit 10
1.2. Aufbau der Arbeit 10

2. Grundlagen und Stand der Technik **13**
2.1. Grundlagen und Verfahren der Fahrwerksentwicklung 13
2.1.1. Kenngrößen und Berechnungsverfahren der Kinematik im Fahrwerk . . 13
2.1.1.1. Kinematische Kenngrößen im Fahrwerk 13
2.1.1.2. Modelle und Berechnungsmethoden der Kinematik 18
2.1.2. Kenngrößen und Berechnungsverfahren der Elastokinematik im Fahrwerk 25
2.1.2.1. Kenngrößen der Elastokinematik 26
2.1.2.2. Modelle und Berechnungsmethoden der Elastokinematik . . . 28
2.1.3. Die Querkraftübertragung zwischen Reifen und Fahrbahn 32
2.1.4. Gesamtfahrzeugmodelle zur Beschreibung der Quer und Längsdynamik 34
2.1.4.1. Einspurmodell 34
2.2. Bauarten von PKW-Radführungen und der Einsatz in aktuellen BEVs 42
2.2.1. Einzelradaufhängungen 42
2.2.1.1. Ebener Mechanismus: Längslenkerachse 44
2.2.1.2. Ebener Mechanismus: Schräglenkerachse 45
2.2.1.3. Sphärischer Mechanismus: Zentrallenkerachse 46
2.2.1.4. Räumlicher Mechanismus: Mehrlenkerachse in Schwertlenkerbauweise 48
2.2.1.5. Räumlicher Mechanismus: Fünf-Lenkerachse 50
2.2.2. Starrachsen 51
2.2.2.1. De-Dion-Achse 51
2.2.2.2. Längslenker geführte Starrachse mit Panhard-Stab 52
2.2.3. Verbundaufhängungen 54
2.2.3.1. Torsionskurbelachse 55
2.2.3.2. Verbundlenkerachse 56
2.2.3.3. Kinematik der Verbundlenkerachse 57
2.2.3.4. Weiterentwicklungen und technische Innovation der Verbundlenkerachse 59
2.2.4. Patente und weitere bauraumsparende Fahrwerkskonzepte 63
2.2.4.1. Bauraumsparende Achskonzepte mit GFK Lenkern 63
2.2.4.2. Bremsanker für ein verbessertes Bremsabstützverhalten . . . 64

2.2.4.3. BMW Patent einer bauraumsparenden Verbundachse 65
2.2.5. Beispiele für den Einsatz der beschriebenen Achsbauformen in BEVs . . 66
2.3. Stand der Forschung zur Mehrlenker-Torsionsachse 69
2.3.1. Optimierung der MLTA-Kinematik 70
2.4. Vergleich der verschiedenen Bauformen und Beschreibung der Defizite und offenen Forschungsfragen 74
2.4.1. Zusammenfassung und Beschreibung der Defizite 79
2.4.2. Herausforderungen und offene Forschungsfragen 79

3. Modellbildung der Mehrlenker-Torsionsachse 81
3.1. Kinematisches Ersatzmodell 82
3.1.1. Modellierung des Längenausgleichs 83
3.1.2. Ersatzmodell des Rad-Fahrbahnkontaktes 85
3.1.3. Topologischer Aufbau des Ersatzmodells 87
3.2. Kinematische Modellierung 88
3.2.1. Modellierung der Gelenkbindungen 89
3.2.2. Kinematik mehrschleifiger Mehrkörpersysteme 91
3.2.2.1. Formulierung der offenen kinematischen Kette 92
3.2.2.2. Formulierung der impliziten Schließbedingungen 95
3.2.3. Bestimmung der Gelenkreaktionskräfte 97
3.3. Modellierung der Elastokinematik 101
3.3.1. Ersatzmodell mit elastischen Komponenten 102
3.3.2. Gleichgewicht und Linearisierungsansatz zur Bestimmung der Elastokinematik 103
3.3.3. Modellierung der Elastomer- und Federelemente 105
3.3.4. Elastokinematik mehrschleifiger Systeme 110
3.4. Algorithmus und Validierung 118
3.4.1. Solver-Algorithmus und Beschreibung der Funktionsblöcke 119
3.4.2. Validierung 123

4. Auslegung und Entwurf des MLTA Prototyps 127
4.1. Batterieauslegung und Bauraumgewinn im Prototypenfahrzeug 127
4.2. Auslegung der Feder- und Bumpstop-Charakteristik 132
4.2.1. Federauslegung für den gleichseitigen Radhub 132
4.3. Design und Auslegung der Elastomerlager 137
4.3.1. Initiale Bestimmung der Nachgiebigkeiten 138
4.3.2. Auslegung und Optimierung der Elastomerlager 144
4.4. Auslegung und Konstruktion der MLTA-Strukturbauteile 155

5. Fertigung und Integration des Achsprototyps 165
5.1. Komponentenfertigung 165
5.2. Integration in das Versuchsfahrzeug 168

6. Komponenten und Gesamtfahrzeugversuche **171**
6.1. Kinematic & Compliance Messungen . . . 171
6.1.1. Bestimmung der Fahrzeuggrunddaten . . . 172
6.1.2. Messung der vertikalen Fahrzeugbewegung (Bounce) . . . 175
6.1.3. Messung der Rollbewegung des Fahrzeugs (Roll) . . . 181
6.1.4. Auswertung der Nachgiebigkeiten . . . 183
6.2. Objektive Fahrversuche . . . 187
6.2.1. Instrumentierung des Versuchsfahrzeugs . . . 187
6.2.2. Bremsen aus der Geradeausfahrt . . . 188
6.2.3. Quasi-stationäre Kreisfahrt . . . 190
6.2.4. Sinuslenken mit steigender Frequenz zur Bestimmung des Frequenzgangs 194
6.2.5. Fahrt über Einzelhindernis . . . 198
6.3. Subjektive Fahrversuche . . . 199

7. Zusammenfassung der Ergebnisse und Ausblick **205**
7.1. Ergebnisse . . . 206
7.2. Ausblick . . . 208

Literatur **211**

A. Anhang **221**
A.1. Bindungs- und Jakobimatrizen verschiedener Gelenktypen . . . 221
A.2. MLTA spezifische Matrizen aus Modellierung . . . 223
A.2.1. Globale Versatzmatrix $\mathbf{B}_{MLTA}$ . . . 223
A.2.2. Globale Jakobimatrix der Gelenke $\mathbf{H}_{MLTA}$ . . . 223
A.2.3. Globale Jakobimatrix $\mathbf{J}_{MLTA}$ . . . 224
A.2.4. Globale Bindungsmatrix der sekundären Gelenke $\mathbf{G}^{s}_{MLTA}$ . . . 224
A.2.5. Globale implizite Bindungsmatrix . . . 225
A.2.6. Globale Nachgiebigkeitsmatrix der primären Gelenke . . . 225
A.2.7. Nachgiebigkeitsmatrix für den TBE-Körper aus der FE-Berechnung . . . 226
A.3. Benutzereingabe und Input-File Generierung . . . 227
A.4. Stückliste des finalen Prototyps . . . 230
A.5. Zusammenfassung der objektiven Versuchsergebnisse in Snake-Chart Darstellung 231

Abkürzungsverzeichnis

BEV	Battery electric vehicle
CAD	Computer-Aided-Design
DOE	Design of Experiments
DPA	Direct Position Analysis
FCEV	Fuel cell electric vehicle
FEM	Finite-Elemente-Methode
FFT	Fast Fourier Transformation
FHG	Freiheitsgrad
GFK	Glasfaser verstärkter Kunstoff
GVWR	Gross vehicle weight rating
ICEV	Internal combustion engine vehicle
IMU	Inertia measurement unit
KnC	Kinematic and Compliance
MEB	Modularer E-Antriebs Baukasten
MKS	Mehrkörpersimulation
MLA	Mehrlenkerachse
MLTA	Mehrlenker-Torsionsachse
PKW	Personenkraftwagen
SLA	Schwertlenkerachse
STFT	Short Time Fourier Transformation
TBE	Twistbeam-equivalent
VLA	Verbundlenkerachse
VW	Volkswagen

Symbolverzeichnis

Symbol	Beschreibung	Einheit
$\mathbf{B}$	Globale Versatzmatrix	-
$\mathbf{C}$	Nachgiebigkeitsmatrix im globalen Bezugssystem	-
$\mathbf{C}^{\ell}$	Bindungsmatrix der elastischen Schließbedigungen	-
$\tilde{\mathbf{C}}$	Gekoppelte Nachgiebigkeitsmatrix	-
$\mathbf{C}'$	Nachgiebigkeitsmatrix im lokalen Bezugssystem	-
$\tilde{\mathbf{C}}^{p/s}$	Globale Nachgiebigkeitsmatrix der primären/sekundären Gelenke	-
$\mathbf{G}$	Globale Bindungsmatrix der impliziten Gelenkbindungen	-
$\mathbf{G}^{*}$	Globale Bindungsmatrix der impliziten Gelenkbindungen ergänzt mit Elastomerlagersteifigkeiten	-
$\mathbf{G}^{\ell}$	Bindungsmatrix der kinematischen Schließbedigungen	-
$\mathbf{G}_i^{(j)}$	Bindungsmatrix der i-ten impliziten Gelenkbindung, vom Gelenktyp k	-
$\mathbf{G}^{p}$	Globale Bindungsmatrix der primären impliziten Gelenkbingungen für den Gelenkfolgekörper	-
$\mathbf{G}_j^{p}$	Globale Bindungsmatrix der primären impliziten Gelenkbingungen für den Gelenkkörper j	-
$\mathbf{G}^{s}$	Globale Bindungsmatrix der sekundären impliziten Gelenkbindungen für alle Gelenkkörper	-
$\mathbf{G}_j^{s}$	Globale Bindungsmatrix der sekundären impliziten Gelenkbingungen für den Gelenkkörper j	-
$\mathbf{H}_i^{(k)}$	Jakobimatrix der i-ten expliziten Gelenkbindung, vom Gelenktyp k	-
$\mathbf{J}$	Globale Jakobimatrix der primären Gelenke	-
$\mathbf{K}$	Steifigkeitsmatrix im globalen Bezugssystem	-
$\tilde{\mathbf{K}}^{J}$	Globale mit Jakobimatrix gekoppelte Steifigkeitsmatrix	-
$\tilde{\mathbf{K}}^{*}$	Globale Steifigkeitsmatrix zusätzlicher Kraftelemente	-
$\tilde{\mathbf{K}}$	Gekoppelte Steifigkeitsmatrix	-
$\mathbf{K}'$	Steifigkeitsmatrix im lokalen Bezugssystem	-
$\tilde{\mathbf{K}}^{p/s}$	Globale Steifigkeitsmatrix der primären/sekundären Gelenke	-
$\mathbf{R}$	Rotationsmatrix	-
$\mathbf{T}$	Transformationsmatrix auf den Gelenk-Bezugspunkt	-
$\mathbf{W}$	Wegematrix der Topologie des Mehrkörpersystems	-

Fortsetzung auf nächster Seite

Symbol	Beschreibung	Einheit
$\underline{\beta}$	Vektor der Gelenkgeschwindigkeiten	
$\underline{e}_{RN}$	Einheitsvektor: -Radnormale	
$\hat{\underline{f}}^{e}$	Kraftwinder der eingeprägten Kräfte und Momente	N, Nmm
$\hat{\underline{f}}^{elast}$	Reaktionskraftwinder von Elastomerlagern und weiteren Kraftelementen	N, Nmm
$\hat{\underline{f}}^{kin}$	Reaktionskraftwinder der Gelenke	N, Nmm
$\hat{\underline{f}}^{r}$	Zusammenfassender Reaktionskraftwinder aller Reaktionen	N, Nmm
b_i	Anzahl der Gelenkbindungen des i-ten Gelenks	
$\mathcal{K}_0$	Referenz Koordinatensystem	
$\mathcal{K}_i$	Koordinatensystem am Körper i	
$\mathcal{K}_j$	Koordinatensystem am Körper	
$\underline{F}$	Allgemeiner 3×1 Kraftvektor	N
λ	Lagrange-Multiplikatoren	-
$\underline{M}$	Allgemeiner 3×1 Momentenvektor	Nmm
$\underline{f}^{p/s,elast}$	Zusammenfassender Vektor aller primären/sekundären Elastomerlagerreaktionen bezogen auf den Körperbzugspunkt	N, Nmm
$\underline{f}^{p/s^*,elast}$	Zusammenfassender Vektor aller primären/sekundären Elastomerlagerreaktionen bezogen auf den Gelenk-Bezugspunkt	N, Nmm
$\underline{f}^{p/s,kin}$	Zusammenfassender Vektor aller primären/sekundären Gelenkreaktionen bezogen auf den Körperbezugspunkt	N, Nmm
$\underline{f}^{p/s^*,kin}$	Zusammenfassender Vektor aller primären/sekundären Gelenkreaktionen bezogen auf den Gelenk-Bezugspunkt	N, Nmm
f	Freiheitsgrad	
$\hat{\underline{v}}$	Geschwindigkeitswinder	
$\hat{\underline{v}}^{elast}$	Elastischer Anteil des Geschwindigkeitswinders	
$\hat{\underline{v}}^{kin}$	Kinematischer Anteil des Geschwindigkeitswinders	
ε_z	1. Euler-Winkel um die z-Achse nach der $Z - X' - Z''$ Konvention	°
$\varepsilon_{x'}$	2. Euler-Winkel um die x'-Achse nach der $Z - X' - Z''$ Konvention	°
$\varepsilon_{z''}$	3. Euler-Winkel um die z''-Achse nach der $Z - X' - Z''$ Konvention	°
c_φ	Biegesteifigkeit	Nm/°
d_{RU}	Stützweite Abstand RUi RUo	mm
L	Hardpoint: -vorderes Aufbaulager	mm
RA	Hardpoint: -Radaufstandspunkt	mm
RL	Hardpoint: -Rad unten (lower)	mm
RM	Hardpoint: -Radmittelpunkt	mm
RN	Hardpoint: -Konstruktionspunkt für Radnormale	mm

Fortsetzung auf nächster Seite

Symbol	Beschreibung	Einheit
RU	Hardpoint: -Rad oben (upper)	mm
RUi	Hardpoint: -Rad oben innen (upper inner)	mm
RUo	Hardpoint: -Rad oben außen (upper outer)	mm
SC	Hardpoint: -Schubmittelpunkt	mm
U	Hardpoint: -hinteres Aufbaulager	mm
VAR-A	Fahrzeugvariante A - Serienfahrzeug ohne Modifikationen	-
VAR-B	Fahrzeugvariante B - Serienfahrzeug mit zusätzlichen Massendummies und angepassten Feder- und Dämpfersetup	-
VAR-C	Fahrzeugvariante C - Umgebautes Prototypenfahrzeug mit MLTA und Massendummies	-
m	Fahrzeug-Gesamtmasse	kg
I_{zz}	Gierträgheitsmoment: Massenträgheitsmoment um die Fahrzeughochachse	$\mathrm{kg\,m^2}$
I_{yy}	Nickträgheitsmoment: Massenträgheitsmoment um die Fahrzeugquerachse	$\mathrm{kg\,m^2}$
I_{xx}	Rollträgheitsmoment: Massenträgheitsmoment um die Fahrzeuglängsachse	$\mathrm{kg\,m^2}$
$\underline{G}$	Schwerpunkt	mm
l_h	Abstand Schwerpunkt zu Radaufstandspunkt hinten	mm
l_v	Abstand Schwerpunkt zu Radaufstandspunkt vorne	mm
l	Radstand: Abstand Radaufstandspunkt vorne zu hinten	mm
R	Reifenradius	mm
l	Spurweite: Abstand Radaufstandspunkt links zu rechts	mm
LP	Längspol - Momentaner Bewegungspol in xz-Ebene des Fahrzeugs	mm
δ_m	Mittlerer Radlenkwinkel: Mittelwert aus linken und rechten Radlenkwinkel	°
h_{RZ}	Höhe des Rollzentrums zur Fahrbahn	mm
b_{RZ}	Abweichung des Rollzentrums zur Mittenlage	mm
ε	Schrägfederungswinkel	°
δ	statischer Spurwinkel, Vorspurwinkel positiv, Nachspurwinkel negativ	°
$\Delta\delta$	Gradient des Spurwinkels, der die Änderung des Spurwinkels pro Einheit der vertikalen Verschiebung des Radmittelpunkts (Radhub) beschreibt	°/mm
ε^*	Bremsabstützwinkel	°
γ	Sturzwinkel in Bezug auf den Fahrzeugaufbau	°
γ^*	Sturzwinkel in Bezug auf die Fahrbahnebene	°

Fortsetzung auf nächster Seite

Symbol	Beschreibung	Einheit
$\Delta\gamma$	Gradient des Sturzwinkels, der die Änderung des Sturzwinkels pro Einheit der vertikalen Verschiebung des Radmittelpunkts (Radhub) beschreibt	°/mm
φ	Wankwinkel des Fahrzeugaufbaus relativ zur Fahrbahn	deg
c_θ	Aufziehnachgiebigkeit - Verdrehung des Radträgers infolge einer Längskraft des Radaufstandspunkts in y-Richtung pro Kraft	°/kN
c_x	Längsnachgiebigkeit - Verschiebung des Radmittelpunkts in x-Richtung pro Kraft	mm/kN
c_y	Quernachgiebigkeit - Verschiebung des Radaufstandspunkts in y-Richtung pro Kraft	mm/kN
c_δ	Spurnachgiebigkeit - Änderung des Spurwinkels pro Kraft	°/kN
c_γ	Sturznachgiebigkeit - Gradient aus Sturzwinkeländerung pro Kraft	°/kN
δ_H	Ackermann-Winkel	°
a_x	Beschleunigung in Fahrzeuglängsrichtung	m/s^2
a_y	Beschleunigung in Fahrzeugquerrichtung	m/s^2
$c_{\alpha,h}$	Schräglaufsteifigkeit an der Hinterachse	°/N
$c_{\alpha,v}$	Schräglaufsteifigkeit an der Vorderachse	°/N
$\ddot{\psi}$	Gierwinkelbeschleunigung	°/s^2
$\dot{\psi}$	Gierwinkelgeschwindigkeit	°/s
ψ	Gierwinkel	°/s
M	Kurvenmittelpunkt unter Berücksichtigung von Schräglaufwinkeln	m
ρ	Kurvenradius am Fahrzeugschwerpunkt	m
δ_h	Lenkradwinkel	°
$\frac{d\delta_h}{da_y}$	Lenkradwinkelgradient	°/(m s^2)
i_S	Lenkübersetzung	-
δ_v	Lenkwinkel am vorderen Rad	°
β	Schwimmwinkel am Fahrzeugschwerpunkt	°
β_{Fa}	Schwimmwinkel am Hüftpunkt des Fahrers	°

1. Einführung

„Fit for 55“, so lautet das Gesetzespaket, das durch die Europäische Union im Jahr 2021 verabschiedet wurde. Es stellt die europäische Antwort auf die Bekämpfung des Klimawandels dar [1]. Ein wesentlicher Bestandteil dieses EU-Klimaschutzpakets besteht darin, ab dem Jahr 2035 ausschließlich die Zulassung von CO_2-neutralen Personenkraftwagen (PKWs) zu erlauben. Um dieses Ziel zu erreichen, ist ein starker Anstieg der Verkaufs- und Zulassungszahlen von CO_2-neutralen Antriebstechnologien in der nächsten Dekade notwendig, sodass diese bis zum Jahr 2035 einen 100 %-igen Marktanteil erreichen.

In den letzten Jahren haben sich batterieelektrische Fahrzeuge „engl. Battery electric vehicles (BEVs)“ als Schlüsseltechnologie im Bereich der CO_2-neutralen Antriebsformen im PKW-Bereich erwiesen [2]. Hierzu tragen besonders die jüngsten Entwicklungserfolge in der Batterieforschung bei, die zu einer sukzessiven Steigerung der Energiedichte und zur gleichzeitigen Reduktion der Batteriekosten geführt haben [3]. Ein weiterer Erfolgsfaktor für BEVs ist ihre hohe Gesamteffizienz von 70–90 % im Well-to-Wheel Vergleich. Dies steht im Kontrast zu anderen CO_2-neutralen Antriebstechnologien, wie Brennstoffzellenfahrzeugen „engl. Fuel cell eletric vehicles (FCEVs)“, die eine Effizienz von nur 25–35 % aufweisen [4, 5, 6].

Ein entscheidender Faktor für die Marktakzeptanz und das Kaufverhalten der Endkunden ist die im Alltag erreichbare Reichweite und der Anschaffungspreis von BEVs [7, 8], was insbesondere in den unteren und mittleren Fahrzeugklassen eine Herausforderung darstellt. Hier gestaltet sich die Integration größerer Antriebsbatterien für höhere Reichweiten in die Fahrzeugstruktur aufgrund des begrenzten Bauraums als besondere Herausforderung.

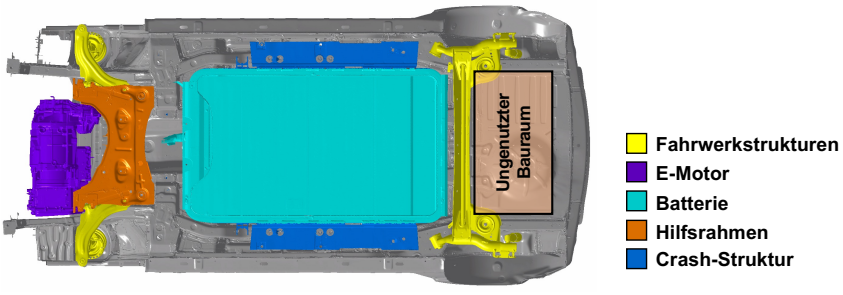


Abbildung 1.1.: Unterboden des Renault Zoe im CAD, ungenutzter Bauraum hinter der Radmitte durch Torsionsprofil (gelb)

Wie in Abbildung 1.1 zu sehen, erweist sich die in dieser Fahrzeugklasse häufig verwendete Verbundlenkerachse (VLA) als ein wesentlicher bauraumeinschränkender Faktor. Das Torsionsprofil, das im Fahrbetrieb Vertikalbewegungen von bis zu ± 50 mm erfährt, schränkt die Möglichkeit einer Batterieerweiterung hinter der Radmitte signifikant ein. Dementsprechend

bleibt der Raum hinter der Radmitte ungenutzt und bietet verschenktes Potenzial für die Integration der Batterie.

Als weiterer Aspekt eröffnet ein größerer Bauraum zusätzliche Designfreiheiten. Vergrößert sich beispielsweise die verfügbare Bauraum-Grundfläche, kann bei gleichbleibender Reichweite des BEVs die Höhe des Batterie-Packs reduziert werden. Dies erlaubt eine Absenkung des Bodens im Fahrgastinnenraum, was unmittelbar zu einer Verbesserung des Sitzkomforts für die Insassen führt, indem eine bessere Sitzhaltung ermöglicht wird [9]. Wird dagegen bei gleichbleibender Reichweite die Batterie in der Breite reduziert, können Batterie Schutzstrukturen für den Seitencrash-Fall (blau in Abbildung 1.1) reduziert werden. Folglich kann Gewicht und Material eingespart werden.

Umgedrehte Verbundlenkerachse als Lösungsansatz

Die Idee, durch den umgekehrten Einbau der Verbundlenkerachse (VLA) einen Bauraumzugewinn für die Batterie von BEVs zu erreichen, wurde erstmals von Fang im Jahr 2014 vorgeschlagen und patentiert [10].

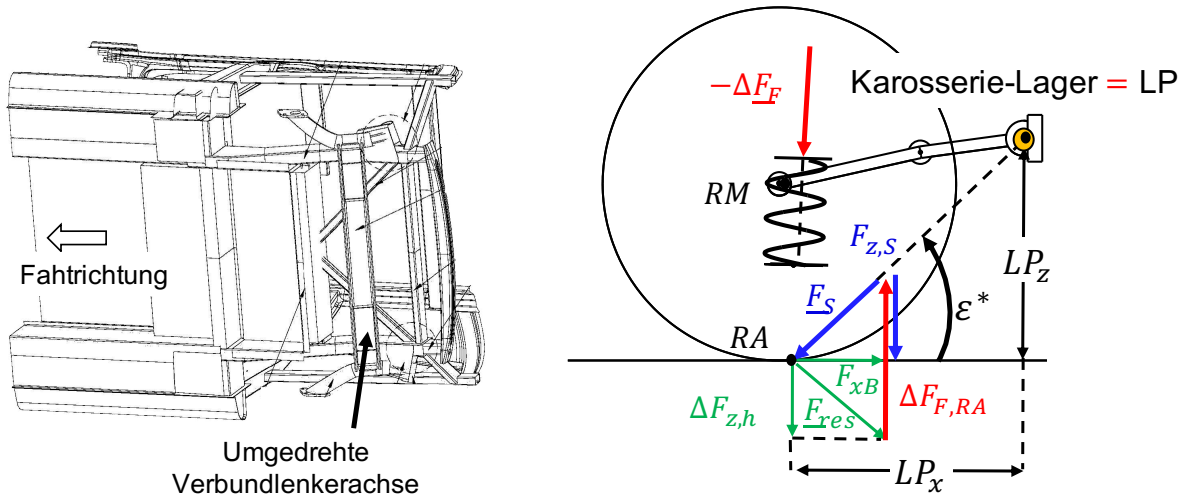


Abbildung 1.2.: (a) Entgegen der Fahrrichtung ausgerichtete Verbundlenkerachse für einen Bauraumgewinn für die Batterie von BEVs nach [10]; **(b)** Bremsabstützverhalten der umgedrehten Verbundlenkerachse.

Abbildung 1.2a zeigt die umgedrehte VLA und ihre Integration in die Karosserie. Diese Anordnung führt zu einem Längspol (LP), der in Fahrtrichtung hinter der Radmitte liegt. Es ergibt sich ein negativer Bremsstützwinkel ε^* (siehe hierzu auch Gleichung (2.3)). Nach dem Kräfteplan der gebremsten Hinterachse aus Abbildung 1.2b können die Bremskräfte F_{xB} nicht ausreichend durch das Fahrwerk abgestützt werden. Stattdessen verstärkt die vom Fahrwerk abgestützte Kraftkomponente F_{zS} die Vertikalkraft in derselben Richtung wie die Radlastdifferenz $\Delta F_{z,h}$. Dadurch erhöht sich die auf den Radaufstandspunkt bezogene Federkraft $\Delta F_{F,RA}$. Dies führt zu einer stärkeren Federkompression und infolgedessen zu einem größeren Nickwinkel θ während des Bremsens.

Das Konzept der Mehrlenker-Torsionsachse (MLTA)

Ausgehend von dem Patent der umgedrehten Verbundlenkerachse nach [10] und der Problematik des unzureichenden Bremsabstützverhaltens, wurde am Lehrstuhl für Fahrzeugleichtbau in Siegen ein neues Achskonzept mit dem Namen Mehrlenker-Torsionsachse (MLTA) entwickelt und patentiert [11].

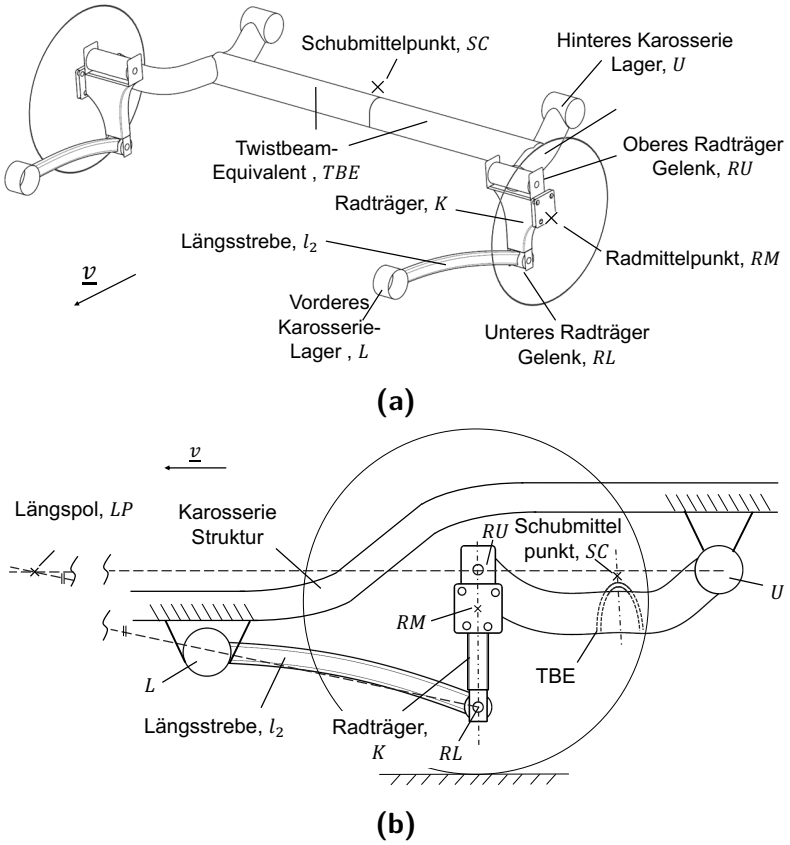


Abbildung 1.3.: Konzept der Mehrlenker-Torsionsachse (MLTA) nach [11]: **(a)** Isometrische-Ansicht **(b)** Seitenansicht in der xz-Ebene

Abbildung 1.3 zeigt das MLTA-Konzept in der isometrischen- und Seitenansicht nach [11]. Der umgedrehte Achskörper der ursprünglichen Verbundlenkerachse (VLA) dient als oberer Teil eines in Längsrichtung ausgerichteten Watt-Gestänges und wird im Weiteren als Twistbeam-equivalent (TBE)[1] bezeichnet. Dieser ist über ein Drehgelenk pro Fahrzeugseite an der Stelle (RU) mit einem Radträger (K) verbunden. Nach vorne ist der Radträger über einen zusätzlichen Stablenker (l_2), der als Längsstrebe bezeichnet wird, geführt. Das Rad und die Bremse (nicht dargestellt) sind beide am Radträger angebunden.

In der Seitenansicht 1.3b ergibt sich das in Fahrtrichtung längs ausgerichtete Watt-Gestänge. Die Rad-Trajektorie ist nun nicht mehr alleinig durch den hinteren Lagerpunkt (U) festgelegt, sondern durch die Kinematik des Watt-Gestänges definiert. Der Längspol (LP), um den

[1] Der Twistbeam-equivalent (TBE)-Körper wird als der hintere Teil der Mehrlenker-Torsionsachse (MLTA) bezeichnet. Er besteht aus einem Torsionsprofil (TB) und zwei Längslenkern (l_1), die mit einer herkömmlichen vergleichbar sind.

sich das Rad momentan bewegt, ergibt sich am Schnittpunkt der beiden virtuell verlängerten Lenker-Linien (siehe Abbildung 1.3b). Als Folge kann der Längspol, durch eine geeignete Ausrichtung der beiden Lenker (l_1) und (l_2), in Fahrtrichtung vor der Radmitte positioniert werden (Abbildung 1.3b).

1.1. Zielsetzung der Arbeit

Ausgehend von diesem ersten MLTA-Konzept soll in dieser Arbeit ein Achsprototyp entwickelt, gefertigt und in realen Fahrversuchen erprobt werden. Der Fokus liegt auf der Analyse und Optimierung der elastokinematischen Eigenschaften, um ein Verhalten auf dem Niveau serienmäßiger Verbundlenkerachsen zu erreichen.

Als Grundlage für die Entwicklung und den Vergleich dient ein Serienfahrzeug (Ford Fiesta MJ 2017) mit Verbundlenkerachse.

Um die elastokinematischen Eigenschaften gezielt auszulegen und zu optimieren, soll in dieser Arbeit ein eigens entwickelter Algorithmus zur Beschreibung von Mehrkörpersystemen formuliert werden. Es soll ein Mehrkörpermodell der MLTA aufgebaut werden, das alle wesentlichen Einflüsse auf die Elastokinematik berücksichtigt. Dieses Modell soll eine realitätsnahe Abbildung der MLTA ermöglichen und so die Identifizierung der maßgeblichen Einflussgrößen auf die Kinematik und Elastokinematik der Achse möglich machen.

Zur Validierung der simulierten Ergebnisse soll ein Achsprototyp gefertigt und in das zu untersuchende Serienfahrzeug integriert werden. Dadurch sollen die ausgelegten kinematischen und elastokinematischen Eigenschaften des entwickelten Modells in realen Versuchen überprüft und mit dem Serienfahrwerk verglichen werden.

Die Bewertung des Fahrverhaltens soll anschließend sowohl mit objektiven als auch mit subjektiven Fahrversuchen durchgeführt werden, um einen abschließenden Vergleich zu ermöglichen.

1.2. Aufbau der Arbeit

Der Aufbau dieser Arbeit folgt dem typischen Entwicklungsprozess gemäß dem V-Modell, das in Abbildung 1.4 dargestellt ist. Dabei werden die einzelnen Schritte von der Zielsetzung bis zur Validierung des entwickelten Konzepts durchlaufen.

Kapitel 2 „Grundlagen und Stand der Technik“ legt die theoretische Basis für die Arbeit. Hier werden die notwendigen Grundlagen erläutert, um ein grundlegendes Verständnis der Thematik zu ermöglichen. Zudem wird ein Überblick über den Stand der Technik gegeben, bereits durchgeführte Forschungsarbeiten werden vorgestellt und abschließend bewertet. Diese Bewertung bildet die Grundlage für die anschließende Herleitung des weiteren Forschungs- und Entwicklungsbedarfs.

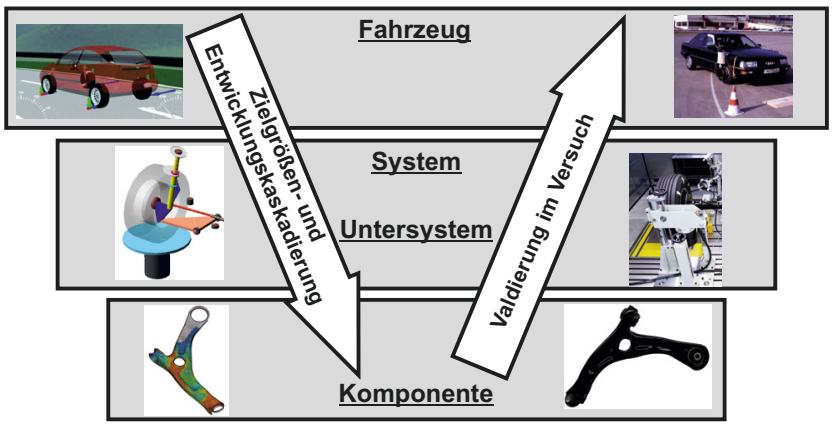


Abbildung 1.4.: Fahrzeugentwicklungsprozess nach dem V-Modell [12, 13]

Im nächsten Schritt wird in **Kapitel 3 „Modellbildung der Mehrlenker-Torsionsachse“** die Modellierung der Kinematik und Elastokinematik beschrieben, die für die nachfolgende Entwicklung der neuen Hinterachse erforderlich ist. Dazu wird ein neuer expliziter Modellierungsansatz für die Elastokinematik vorgestellt und dessen Implementierung in MATLAB anhand eines Algorithmus beschrieben.

Der eigentliche Entwicklungsprozess beginnt mit **Kapitel 4 „Auslegung und Entwurf des MLTA Prototyps“**. Beginnend auf Gesamtfahrzeugebene wird die Betrachtung sukzessive auf System- und schließlich auf Komponentenebene heruntergebrochen. Dabei wird in Abschnitt 4.1 „Batterieauslegung und Bauraumgewinn im Prototypenfahrzeug“ der Bauraumgewinn des neuen Achskonzepts analysiert und der Einfluss der Batterie auf die Masseneigenschaften des Fahrzeugs untersucht. Auf Systemebene werden anschließend grundlegende Eigenschaften wie Radfederraten und die erforderliche Torsionssteifigkeit des Torsionsprofils festgelegt.

Der unterste Abschnitt des V-Modells umfasst die Konstruktion, Auslegung und Fertigung der Einzelkomponenten. Hier liegt der Fokus auf der Optimierung der Gummilager, wobei auch die Entwicklung der Strukturbauteile beschrieben wird. Dieser gesamte linke Ast des V-Modells erfolgt rein virtuell mithilfe verschiedener CAE-Methoden.

Anschließend wird in **Kapitel 5 „Fertigung und Integration des Achsprototyps“** die Fertigung des Achsprototyps beschrieben sowie dessen Integration in das Versuchsfahrzeug erläutert.

Die abschließende Bewertung des entwickelten Achskonzepts erfolgt in **Kapitel 6 „Komponenten und Gesamtfahrzeugversuche“**. Zunächst wird die Achse auf Komponentenebene auf dem KnC-Rig getestet. Anschließend erfolgen objektive Gesamtfahrzeugversuche, um die wesentlichen querdynamischen Eigenschaften des Prototypenfahrzeugs mit denen des Serienfahrzeugs zu vergleichen.

Zum Abschluss der Arbeit werden subjektive Fahrversuche durchgeführt, um die objektiven Ergebnisse zu untermauern und das Potenzial der entwickelten Achse zu bewerten. Gleich-

zeitig dient dieser letzte Schritt der Bewertung der Zielsetzung der Arbeit: die Entwicklung einer Achse, deren fahrdynamische Eigenschaften auf einem vergleichbaren Niveau mit der Serienverbundlenkerachse liegen.

Kapitel 7 „Zusammenfassung der Ergebnisse und Ausblick“ fasst die zentralen Forschungsergebnisse und Erkenntnisse dieser Arbeit zusammen und gibt eine abschließende Bewertung des entwickelten Achskonzepts. Zudem wird ein Ausblick auf offene Forschungsfragen und weiterführende Entwicklungspotenziale gegeben, die sich aus den gewonnenen Erkenntnissen ergeben. Damit schließt die Arbeit mit einer Reflexion über die erzielten Fortschritte sowie einer Perspektive für zukünftige Untersuchungen und Optimierungsmöglichkeiten.

2. Grundlagen und Stand der Technik

2.1. Grundlagen und Verfahren der Fahrwerksentwicklung

2.1.1. Kenngrößen und Berechnungsverfahren der Kinematik im Fahrwerk

Die Kraftübertragung zwischen Reifen und Fahrbahn wird einerseits durch reifenabhängige Parameter wie Reifen-Innenluftdruck, Reifenmischung und den Umgebungsbedingungen wie Temperatur und der Fahrbahnoberfläche bestimmt [13]. Zusätzlich hat die Reifenstellung relativ zur Fahrbahnoberfläche einen entscheidenden Einfluss auf das Kraftübertragungsverhalten [14]. Das heißt ergänzend zu den Reifenparametern und aerodynamischen Anpassungen um den Abtrieb zu erhöhen, ist dies die einzige Größe, die aktiv beeinflusst und ausgelegt werden kann [15].

Ein Pkw-Rad besitzt insgesamt sechs Freiheitsgrade in Bezug auf den Fahrzeugaufbau: drei translatorische und drei rotatorische Bewegungen. Relativ zur Fahrbahn hat das Rad nur fünf Freiheitsgrade, da die vertikale Bewegung (Heben und Senken) durch die Fahrbahn selbst eingeschränkt wird.

Um die Radstellung relativ zur Fahrbahn zu definieren, müssen demnach fünf dieser Freiheitsgrade zum Fahrzeugaufbau durch verschiedene Fahrwerkskomponenten wie Achsen, Gelenke und Lenker kontrolliert werden. Der sechste Freiheitsgrad bleibt durch die Federung und Dämpfung frei und ist essenziell für die Aufnahme von Fahrbahnunebenheiten sowie die Aufrechterhaltung des Fahrbahnkontakts [16].

Durch die gezielte Einschränkung dieser Freiheitsgrade wird einerseits sichergestellt, dass das Rad in jeder Fahrsituation in der korrekten Position zur Fahrbahn bleibt und optimale Fahreigenschaften bietet. Zusätzlich bieten sie die Möglichkeit, die Übertragung von Antriebs-, Brems- und Seitenkräften an die Karosserie zu optimieren und so unerwünschte Fahrzeugaufbaubewegungen effektiv zu mindern [17].

2.1.1.1. Kinematische Kenngrößen im Fahrwerk

Im ungelenkten Fall, wenn das Rad nicht durch eine zusätzliche Lenkbewegung des Fahrers beeinflusst wird, haben sich zur Beschreibung der Radstellung und Radbewegung fünf Kenngrößen etabliert: Der **Spurwinkel** δ und **Sturzwinkel** γ geben Aufschluss über die Winkelstellung des Rades zur Fahrbahn und beeinflussen die Fahrstabilität sowie das Seitenführungsvermö-

gen. Die Lage des **Rollzentrums** (RZ) gibt Aufschluss über die Seitenkraftabstützung zwischen Radaufhängung und Fahrzeugkörper, wohingegen der **Schrägfederungswinkel** ε und der **Stützwinkel** ε^* entscheidend für die Aufnahme von Längskräften sind [17, 18, 19].

Definition von Spur- und Sturzwinkel

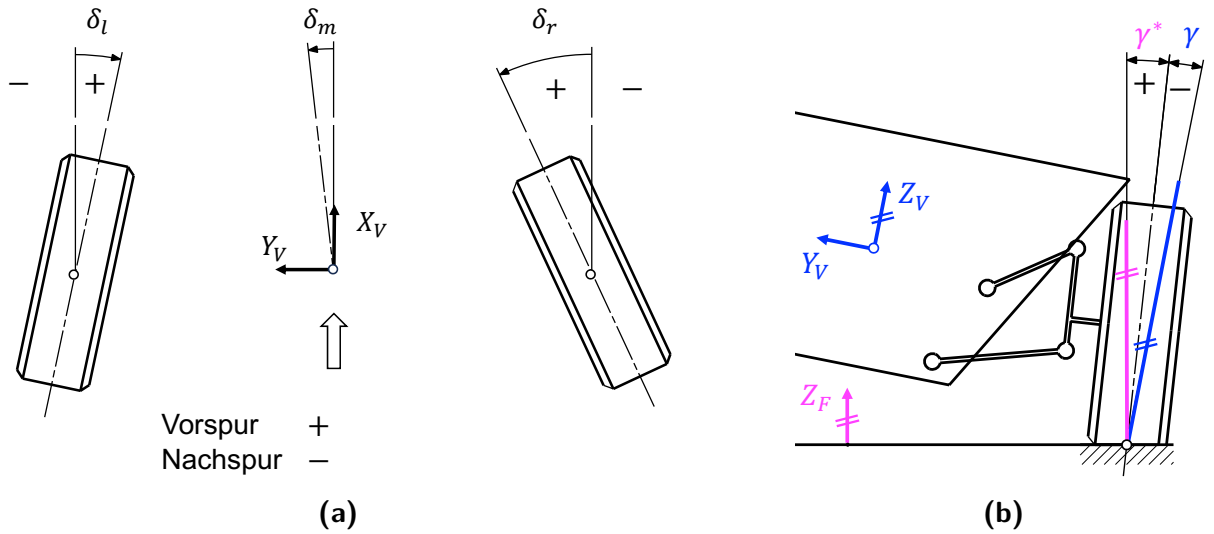


Abbildung 2.1.: Definition der Radstellungswinkel nach DIN ISO 8855 [20]: **(a)** Definition des Spurwinkels: Vordere Radseite zeigt nach fahrzeuginnen (Vorspur), nach fahrzeugaußen (Nachspur). **(b)** Definition des aufbaubezogenen Sturzwinkels: Rad ist oben relativ zum Fahrzeugaufbau nach innen geneigt (negativer Sturzwinkel), nach außen geneigt (positiver Sturzwinkel).

Abbildung 2.1a zeigt die Räder einer Achse in der xy-Ebene des fahrzeugfesten Koordinatensystems. Nach der Definition ist der Spurwinkel δ positiv (Vorspur), wenn die vordere Radseite in Fahrrichtung nach innen zur Fahrzeugmittellinie zeigt, und negativ (Nachspur), wenn sie nach außen zeigt [20]. Der mittlere Radlenkwinkel δ_m, nach der Rechten-Hand-Regel positiv definiert (entgegen dem Uhrzeigersinn), berechnet sich aus den Spurwinkeln δ_l und δ_r:

$$\delta_m = \frac{-\delta_l + \delta_r}{2} \tag{2.1}$$

Der Sturzwinkel beschreibt die Neigung des Rades und unterscheidet sich in aufbaubezogenen γ und fahrbahnbezogenen Sturzwinkel γ^* [20]. Abbildung 2.1b zeigt wie die beiden Winkel definiert sind. Der aufbaubezogene Sturzwinkel ist der Winkel zwischen der Radmittelebene und der Z_V-Achse um die X_V-Achse des fahrzeugfesten Koordinatensystems. Er ist positiv definiert, wenn das Rad oben relativ zum Fahrzeugaufbau nach außen geneigt ist, und negativ, wenn es nach innen geneigt ist. Der fahrbahnbezogene Sturzwinkel ist der Winkel zwischen dem Fahrbahnnormalenvektor Z_F und der vertikalen Z_R-Achse des Rades und ist nach der Rechten-Hand-Regel positiv entgehen dem Uhrzeigersinn definiert [20].

Definition von Schrägfederungs- und Abstützwinkel

Der Schrägfederungswinkel ε bezeichnet den Winkel zwischen dem Geschwindigkeitsvektor am Radmittelpunkt (RM) und der Z_V-Achse des fahrzeugfesten Koordinatensystems (Abbildung 2.2). Er beschreibt wie die Radaufhängung auf großamplitudige Stoßkräfte reagiert und ist nach Definition positiv, wenn sich das Rad beim Einfedern entgegen der Fahrrichtung bewegt [17]. Er lässt sich durch die Geschwindigkeit am Radmittelpunkt wie folgt bestimmen:

$$\tan(\varepsilon) = \frac{-v_{RM,x}}{v_{RM,z}} \tag{2.2}$$

Der Stützwinkel ε^* beschreibt die Aufnahme von Brems- und Antriebskräften durch die Radaufhängung und wird daher auch als Bremsabstützwinkel und Antriebsstützwinkel bezeichnet [21]. Abbildung 2.2 zeigt den Zusammenhang zwischen dem Stützwinkel und der Kraftwirkung auf die Radaufhängung am Beispiel eines gebremsten Hinterrades.

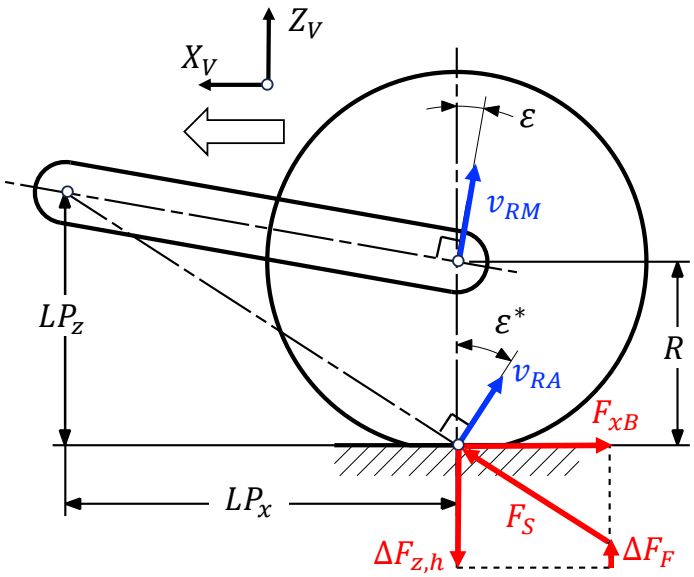


Abbildung 2.2.: Schrägsfederungs- und Stützwinkel an einer gebremsten Hinterachse

Dabei wird das Rad als blockiert („blockierte Bremse“) betrachtet. Am Radaufstandspunkt RA bildet die dynamische Radlastdifferenz $\Delta F_{z,h}$ durch die Bremsung zusammen mit der Bremskraft $F_{x,B}$ eine resultierende Kraft. Ein Teil dieser Resultierenden kann durch die Radaufhängung mit F_S unter dem Stützwinkel ε^* abgestützt werden. Der restliche Anteil muss durch die Feder mit der auf den Radaufstandspunkt bezogenen Federkraft ΔF_F aufgenommen werden. Die auf die Feder wirkende Kraft und die damit verbundene Einfederung an der Achse werden umso geringer, je größer ε^* ist. Der Stützwinkel lässt sich durch die momentane Geschwindigkeit des Radaufstandspunktes RA anhand folgender Gleichung bestimmen, wobei für die Vorderachse das positive und für die Hinterachse das negative Vorzeichen gilt [17]:

$$\tan(\varepsilon^*) = \pm\frac{v_{RA,x}}{v_{RA,z}} \tag{2.3}$$

Das Rad bewegt sich bei Einfederung um den momentanen Bewegungspol (LP), der in der Seitenansicht auch als Längspol bezeichnet wird. Die Lage von LP relativ zum Radaufstandspunkt lässt sich auf einfache Weise aus dem Schrägfederungswinkel ε, dem Stützwinkel ε^* und dem Reifenradius R bestimmen:

$$LP_x = \frac{R}{\tan(\varepsilon^*) \pm \tan(\varepsilon)} \tag{2.4}$$

$$LP_z = LP_x \cdot \tan(\varepsilon^*) = \frac{R \cdot \tan(\varepsilon^*)}{\tan(\varepsilon^*) \pm \tan(\varepsilon)} \tag{2.5}$$

Definition des Rollzentrums

Nach Definition ist das Rollzentrum (RZ) der Punkt, an dem die resultierenden Seitenkräfte der Reifen einer Achse auf den Fahrzeugkörper übertragen werden [17]. Es kann sowohl für die Vorder- als auch für die Hinterachse ermittelt werden und befindet sich in der yz-Ebene, die durch die beiden Radaufstandspunkte der jeweiligen Achse und die Vertikale Z_F aufgespannt wird. Das Rollzentrum stellt den Momentanpol des Fahrzeugaufbaus in dieser Ebene dar und beschreibt den Punkt, um den der Fahrzeugaufbau bei Querbeschleunigung wankt.

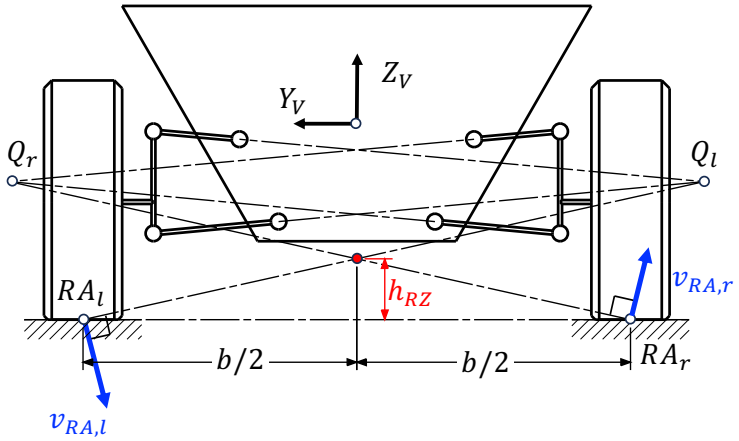


Abbildung 2.3.: Rollzentrum bei symmetrischer Fahrzeuglage

Abbildung 2.3 zeigt das Fahrzeug in symmetrischer Ausgangslage ohne Rollwinkel. In dieser Konfiguration liegt das Rollzentrum in y-Richtung in der Fahrzeugmitte $(b/2)$. Gemäß Matschinsky [17] kann die Höhe des Rollzentrums h_{RZ} in diesem Fall durch die momentane Geschwindigkeit eines Radaufstandspunktes bei antimetrischer Federbewegung ermittelt werden:

$$h_{RZ} = \frac{b}{2} \cdot \arctan\left(\frac{v_{RA,y}}{v_{RA,z}}\right) \tag{2.6}$$

Befindet sich das Fahrzeug nicht mehr in symmetrischer Ausgangslage, sondern ist um den Rollwinkel φ ausgelenkt, lässt sich die Position des Rollzentrums nach [22] im fahrzeugfesten Koordinatensystem (Y_V und Z_V) bestimmen. Der Aufbau ist, wie in der folgenden Abbildung 2.4 gezeigt, unbewegt und die Fahrbahn ist mit dem Rollwinkel φ um das Rollzentrum (RZ) geschwenkt.

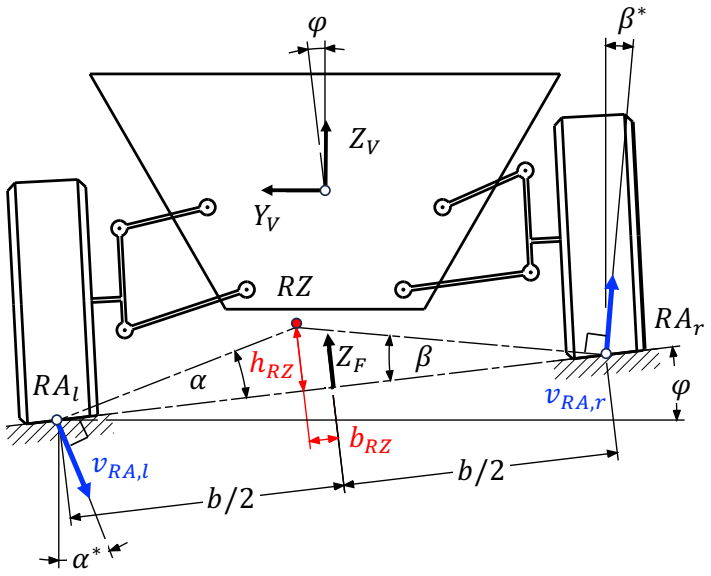


Abbildung 2.4.: Rollzentrum bei asymmetrischer Fahrzeuglage in aufbaufesten Koordinaten (Y_V, Z_V)

Der Rollwinkel φ des Fahrzeugs ergibt sich aus der aktuellen Position der Radaufstandspunkte:

$$\varphi = \arctan\left(\frac{RA_{l,y} - RA_{r,y}}{RA_{l,z} - RA_{r,z}}\right) \tag{2.7}$$

Aus den momentanen Geschwindigkeiten an beiden Radaufstandspunkten lassen sich unter Berücksichtigung des Rollwinkels die Winkel α und β des aufspannenden Dreiecks berechnen:

$$\begin{gathered} \alpha = \alpha^* - \varphi \quad \text{und} \quad \beta = \beta^* + \varphi \\ \text{mit} \quad \alpha^* = \arctan\left(\frac{v_{RAl,y}}{v_{RAl,z}}\right) \quad \text{und} \quad \beta^* = \arctan\left(\frac{v_{RAr,y}}{v_{RAr,z}}\right) \end{gathered} \tag{2.8}$$

Mit den Winkeln aus Gleichung (2.8) ergibt sich die Höhe des Rollzentrum h_{RZ} und die Abweichung des Rollzentrums von der Mittenlage b_{RZ} aus dem aufspannenden Dreieck wie folgt:

$$h_{RZ} = b \cdot \frac{\sin(\alpha) \cdot \sin(\beta)}{\sin(\alpha + \beta)} \tag{2.9}$$

$$b_{RZ} = b/2 - \frac{h_{RZ}}{\tan(\alpha)} \tag{2.10}$$

2.1.1.2. Modelle und Berechnungsmethoden der Kinematik

In der Literatur sind eine Vielzahl von Ansätzen für die Beschreibung, Modellierung und Berechnung der Kinematik von verschiedensten Radaufhängungen beschrieben.

Beschreibung der Radbewegung durch kinematische Kenngrößen

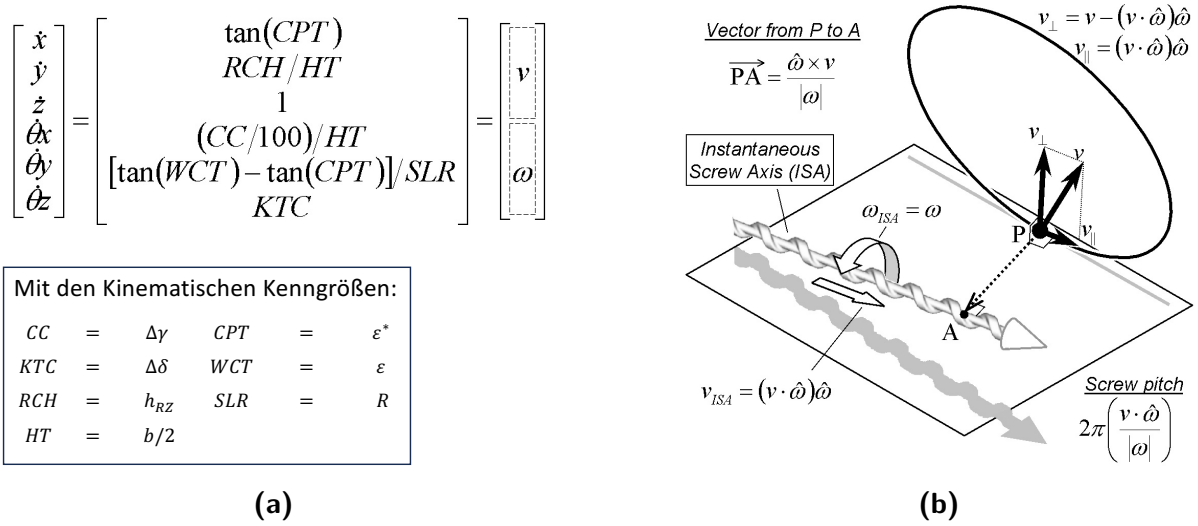


Abbildung 2.5.: Darstellung der kinematischen Kenngrößen nach Gerrad [19]: **(a)** Berechnung des Kinematic Velocity Vector (KVV), der die Bewegung des Radaufstandspunkts in Bezug auf kinematische Kenngrößen beschreibt. **(b)** Darstellung der Radaufstandspunktbewegung mithilfe einer Schraubenachse, die die kombinierte Dreh- und Translationsbewegung beschreibt.

Gerrad beschreibt auf anschauliche Weise, wie die Bewegung des Radaufstandspunktes durch den von ihm bezeichneten Kinematic Velocity Vector (KVV) mithilfe der zuvor erläuterten kinematischen Kenngrößen beschrieben werden kann [19]. Diese Kenngrößen umfassen den Stützwinkel ($CPT = \varepsilon^*$), die Schrägfederung ($WCT = \varepsilon$), die Höhe des Rollzentrums ($RCH = h_{RZ}$), den Spurgradient ($KTC = \Delta\delta$), den Sturzgradient ($CC = \Delta\gamma$), den Reifenradius ($SLR = R$) sowie die halbe Spurweite ($HT = l$) (siehe Abbildung 2.5a). Basierend auf diesen Kenngrößen beschreibt er anschließend die momentane Geschwindigkeit des Radaufstandspunktes mithilfe einer Schraubenachse (Abbildung 2.5b).

In der Literatur verwendete kinematische Ersatzmodelle

Die Modellierung von Einzelradaufhängungen ist in der Literatur vielfach beschrieben, wobei der Schwerpunkt häufig auf Fünflenker-Achsen [17, 23, 24], MacPherson-Achsen [25, 26] und

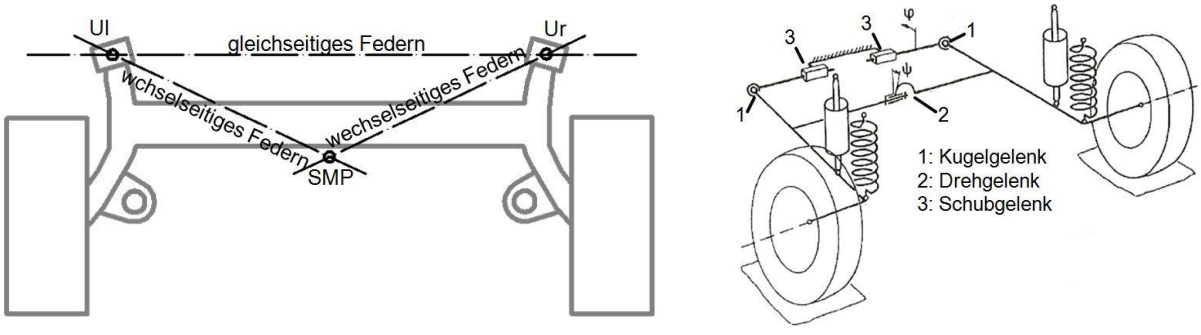
Doppelquerlenkerachsen [27, 28] liegt. Diese Radführungen sind kinematisch bestimmt, was die Erstellung eines kinematischen Ersatzmodells weitgehend trivial und eindeutig macht und daher in den Arbeiten aus diesem Grund meist keine besondere Erwähnung findet.

In dieser Arbeit liegt der Fokus hingegen auf kinematisch überbestimmten Verbundachsen. In Realität wird die Überbestimmtheit durch die Nachgiebigkeit der Elastomerlager aufgelöst, was die präzise Abbildung der Kinematik erschwert.

Es existieren in der Literatur verschiedene Beschreibungen von kinematischen Ersatzmodellen von Verbundlenkerachsen. Der einfachste Ansatz ist die Modellierung der Kinematik durch die Auftrennung der zwei Bewegungsformen (paralleler und wechselseitiger Radhub) in zwei Drehachsen (siehe Abbildung 2.6a) und wird an verschiedenen Stellen in der Literatur beschrieben [13, 21, 29].

Der parallele Radhub wird, wie in Abbildung 2.6a gezeigt, über die Drehachse (gleichseitiges Feder), die durch die beiden karosserieseitigen Lagerpunkte verläuft, definiert. Während der wechselseitige Radhub für jedes Rad individuell durch die schräg verlaufende Drehachse (wechselseitiges Federn) bestimmt wird.

Das Modell ist, wie von Schnelle beschrieben, kinematisch überbestimmt [30], da es keine kinematisch notwendige Ausgleichsbewegung zwischen den beiden karosserieseitigen Lagern erlaubt. Aus diesem Grund wird von Schnelle ein erweitertes Modell, dargestellt in Abbildung 2.6b, vorgeschlagen. Die Ausgleichsbewegung wird hierbei durch zwei zusätzliche Schubgelenke (3) in y-Richtung, die zwischen den Kugelgelenken (2) und der Karosserie angeordnet sind, ermöglicht. In diesem Modell wird die Vereinfachung getroffen, dass die Ausgleichsbewegung nur in y-Richtung stattfindet. Die Elastomereigenschaften, welche die Ausgleichsbewegung definieren, werden nicht berücksichtigt.



(a) **(b)**

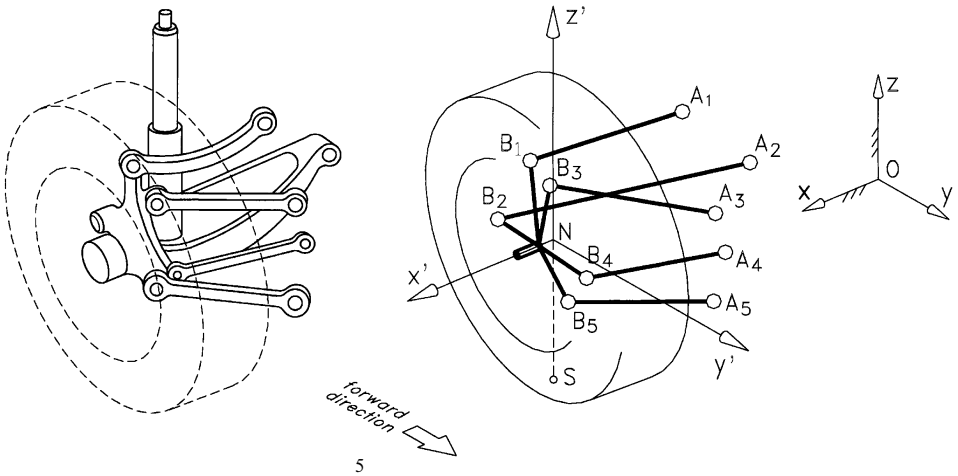
Abbildung 2.6.: Kinematische Ersatzmodelle der Verbundlenkerachse: **(a)** vereinfachtes und kinematisch überbestimmtes Ersatzmodell nach [29] **(b)** kinematisch bestimmtes Ersatzmodell das Ausgleichsbewegung in y-Richtung ermöglicht nach Schnelle [30]

Aufbauend auf dieser Modellvorstellung wird in Kapitel 3 ein kinematisches Ersatzmodell der MLTA hergeleitet, dass den Einfluss der Elastomerlager auf die Ausgleichsbewegung mitberücksichtigt.

Formulierung der Kinematik auf Positionsebene – Direct Position Analysis

Ein häufig beschriebener Modellierungsansatz in der Literatur ist die Direct Position Analysis (DPA), welche die direkte Bestimmung der Endposition der Fahrwerkskomponenten unter Berücksichtigung der kinematischen Zwangsbedingungen ermöglicht [31]. Der Vorteil dieses Ansatzes liegt darin, dass die Endposition nicht über mehrere Zeitschritte ermittelt werden muss, sondern direkt aus der Lösung selbst hervorgeht.

Die Lösung des Positionsproblems kann durch exakte algebraische Verfahren erfolgen, was den Vorteil bietet, Singularitäten des Mechanismus untersuchen zu können [31]. Bei einfachen Radführungsmechanismen kann die Lösung in Teilen sogar symbolisch erfolgen [25].



$$F_0(\alpha, \beta, \gamma, x_{\mathrm{N}}, y_{\mathrm{N}}) = \sum_{i=1}^{5} [(x_{\mathrm{A}i} - x_{\mathrm{B}i})^2 + (y_{\mathrm{A}i} - y_{\mathrm{B}i})^2 + (z_{\mathrm{A}i} - z_{\mathrm{B}i})^2]$$

Abbildung 2.7.: Modellierung einer Fünf-Lenker-Radführung mit Stablenkern und kinematische Beschreibung durch die DPA mithilfe der Zielfunktion F_0 nach Simionescu [23].

Alternativ werden in der Literatur verschiedene iterative Methoden zur Lösung des Positionsproblems beschrieben [23, 24]. Dabei werden nicht-lineare Bindungsgleichungen aufgestellt, die beispielsweise sicherstellen, dass der Abstand zwischen zwei Gelenken in Lenkerrichtung konstant bleibt. Auf diese Weise wird beispielsweise, wie in Abbildung 2.7 dargestellt, die 5-Lenker-Radführung aus Stablenkern modelliert. Diese Gleichungen werden verwendet, um eine Zielfunktion F_0 zu definieren, die die Abweichungen von den vorgegebenen Gelenkabständen minimiert. Durch das iterative Lösen der Zielfunktion kann die Position des Radträgers $(\alpha, \beta, \gamma, x_N, z_N)$ bestimmt werden. Die Winkel α (Gieren um die z-Achse), β (Nicken um die y-Achse) und γ (Rollen um die x-Achse) definieren seine Orientierung, während x_N und z_N die Position im globalen Koordinatensystem festlegen.

Formulierungen der Kinematik auf Geschwindigkeitsebene

Eine weitere, häufig in der Literatur beschriebene, Methode zur Beschreibung der Kinematik von Radaufhängungen ist die Formulierung auf Geschwindigkeitsebene. In der Literatur werden hierbei besonders häufig speziell Formulierungen hergeleitet, die gezielt für bestimmte

Radführungsmechanismen wie die Fünflenker-Achsen, die MacPherson-Achse oder auch die Verbundlenkerachse gelten [18, 30, 32, 33]. Diese speziellen Formulierungen sind zwar nicht allgemeingültig, bieten jedoch den Vorteil, dass sie vielfach einfacherer als die allgemeine Formulierung aufzustellen sind.

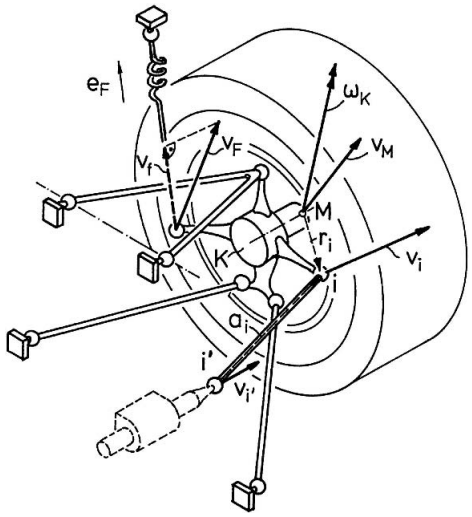


Abbildung 2.8.: Modellierung der Fünf-Lenker-Radführung auf Geschwindigkeitsebene nach [17]

So beschreibt beispielsweise Matschinsky eine spezielle Vektor-Algebraische Formulierung für Fünflenker-Achsen. Sie basiert auf der Annahme, dass die Lenkerlängen konstant bleiben. Wie in Abbildung 2.8 dargestellt, bedeutet dies, dass die Geschwindigkeit $\underline{v}i$ am Radträger (K) in Lenkerrichtung $\underline{a}_i$ der aufbauseitigen Geschwindigkeit $\underline{v}_{i'}$ entsprechen muss. Die Geschwindigkeit in Lenkerrichtung kann dabei durch Projektion der unbekannten und gesuchten Geschwindigkeit und Winkelgeschwindigkeit $(\underline{v}_m, \underline{\omega}_k)$ des Radmittelpunkts in Lenkerrichtung ausgedrückt werden:

$$(\underline{v}_M + \underline{\omega}_K \times \underline{r}_i) \cdot \underline{a}_i = \underline{v}_{i'} \cdot \underline{a}_i \tag{2.11}$$

Die Geschwindigkeit $(\underline{v}_1 \cdot \underline{a}_1)$ in Richtung des Spurlenkers (1) ist entweder null oder entspricht bei lenkbaren Radführungen der Bewegung der Zahnstange [17]. Analog lässt sich für die verbleibenden vier Lenker ein entsprechendes Gleichungssystem formulieren, wobei die Geschwindigkeit in Lenkerrichtung null sein muss. Der Antrieb kann beispielsweise durch eine vorgegebene Geschwindigkeit $\underline{v}_f$ in Federrichtung erfolgen, woraus sich ein Gleichungssystem aus sechs Gleichungen ergibt:

$$\mathbf{A} \cdot \underline{x} = \underline{b} \quad mit \quad \underline{x} = \begin{pmatrix} v_{Rx} \\ v_{Ry} \\ v_{Rz} \\ \omega_{Rx} \\ \omega_{Ry} \\ \omega_{Rz} \end{pmatrix}, \quad \underline{b} = \begin{pmatrix} \underline{v}_1 \cdot \underline{a}_1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \underline{v}_F \cdot \underline{a}_F \end{pmatrix}, \quad \mathbf{A} = \begin{pmatrix} A_{11} & \cdots & A_{16} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ A_{i1} & \cdots & A_{i6} \end{pmatrix} \tag{2.12}$$

Die 6×6 Matrix $\mathbf{A}$ ist nur durch die Geometrie der Radführung definiert und ergibt sich aus den Kinematikpunkten der Radaufhängung wie folgt [29]:

$$\begin{aligned} A_{i1} &= (x_i - x_i') \\ A_{i2} &= (y_i - y_i') \\ A_{i3} &= (z_i - z_i') \\ A_{i4} &= (y_i - y_R) \cdot (z_i - z_i') - (z_i - z_R) \cdot (y_i - y_i') \\ A_{i5} &= (z_i - z_R) \cdot (x_i - x_i') - (x_i - x_R) \cdot (z_i - z_i') \\ A_{i6} &= (x_i - x_R) \cdot (y_i - y_i') - (y_i - y_R) \cdot (x_i - x_i') \end{aligned} \tag{2.13}$$

Durch Lösen des Gleichungssystems kann die momentane Geschwindigkeit des Radträgers bestimmt werden. Anschließend wird die Bewegung des Radträgers über die Zeit integriert, um die neue Position zu berechnen.

Formulierungen der Kinematik mithilfe kinematischer Schleifen

Einen allgemeineren Ansatz bietet die Beschreibung der Radführung über kinematische Schleifen und die anschließende Formulierung mit gelenkspezifischen Bindungsgleichungen. Dabei wird der Radführungsmechanismus in seine einzelnen Körper aufgeteilt, die mit den entsprechenden kinematischen Gelenken miteinander verbunden sind, und anschließend in eine topologische Darstellung aus mehreren kinematischen Schleifen überführt.

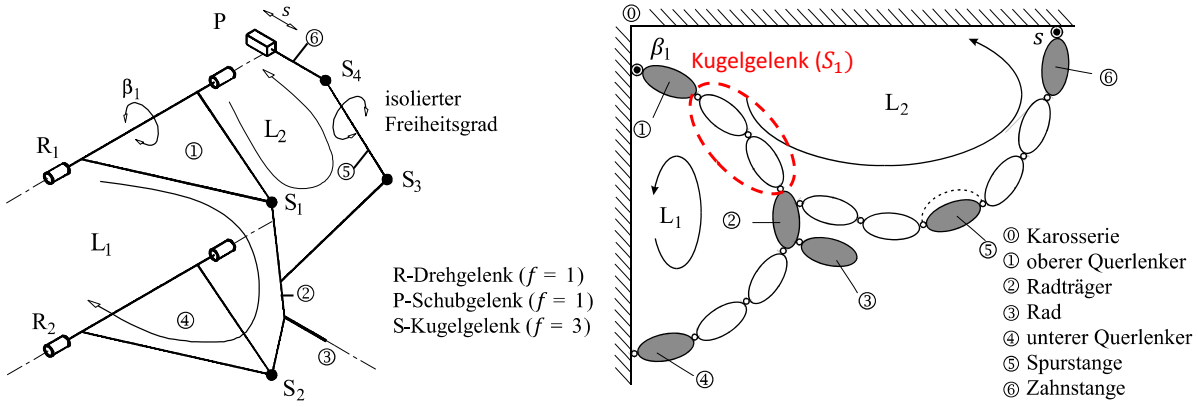


Abbildung 2.9.: Darstellung des kinematischen Ersatzmodells einer Doppelquerlenkerachse nach [34]: **(a)** kinematisches Ersatzmodell der Doppelquerlenkerachse; **(b)** topologische Darstellung der Doppelquerlenkerachse als kinematische Kette aus zwei Schleifen L_1 und L_2, mehrwertige Gelenke werden über einwertige Gelenke und virtuelle Zwischenkörper abgebildet.

Abbildung 2.9a zeigt exemplarisch ein kinematisches Modell einer lenkbaren Doppelquerlenkerachse. Aus diesem lassen sich zwei geschlossene kinematische Schleifen, L_1 und L_2, ableiten und in die topologische Darstellung (Abbildung 2.9b) überführen [34]. Die Doppelquerlenkerachse besteht aus fünf Körpern (ohne Rad ③), die in Abbildung 2.9b grau dargestellt und beginnend bei ① durchnummeriert sind. ⓪ repräsentiert das feste Inertialsystem (Karosserie).

Mehrwertige Gelenke, wie beispielsweise Kugelgelenke mit drei Freiheitsgraden $f = 3$, werden in manchen topologischen Darstellungen in mehrere einwertige Gelenke zerlegt [30, 34]. So wird etwa in Abbildung 2.9b das Kugelgelenk $S1$, das die Körper ① und ② verbindet, in drei einwertige Gelenke mit zwei virtuellen Zwischenkörpern überführt. Es gibt jedoch auch Darstellungen, in denen dieser Schritt nicht vorgenommen wird und das mehrwertiges Gelenk in seiner ursprünglichen Form beibehalten wird [35, 36].

Zur Formulierung kinematischer Schleifen werden in der Literatur drei wesentliche Methoden beschrieben. Die Formulierung kann dabei auf Lageebene, Geschwindigkeitsebene und Beschleunigungsebene erfolgen. An dieser Stelle wird, die in dieser Arbeit verwendete, Formulierung auf Geschwindigkeitsebene beschrieben. Zur Beschreibung auf Lage- und Beschleunigungsebene sei auf die Beschreibung in [36] verwiesen.

An dieser Stelle soll zudem nur ein Überblick über die verschiedenen Methoden geben werden. Für die Modellierung des MLTA-Modells wird in Abschnitt 3.2 die Gelenkkoordinaten-Formulierung verwendet und an dieser Stelle ausführlich hergeleitet.

Point-Coordinate Formulation (Absolutkoordinaten-Formulierung):
Bei dieser Methode werden, wie in Abbildung 2.10 gezeigt, die Verbindungen zwischen den Körpern an allen Gelenkpositionen (dargestellt durch ϟ) geschnitten. Die unbekannten und gesuchten Geschwindigkeiten der einzelnen Körper werden relativ zum festen Inertialsystem beschrieben. Da alle Gelenke freigeschnitten werden resultieren im Beispiel der Doppelquerlenkerachse daraus insgesamt 30 unbekannte Geschwindigkeiten.

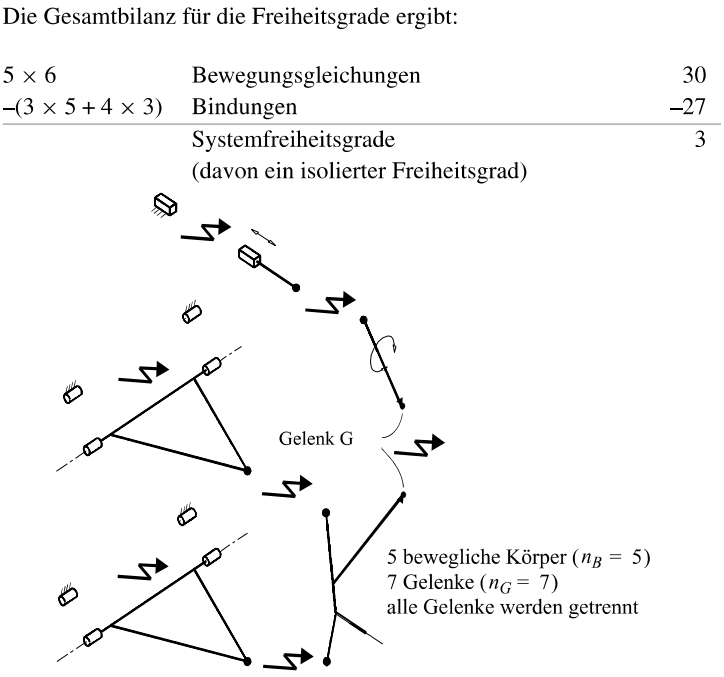


Abbildung 2.10.: Absolut-Koordinaten Formulierung der Doppelquerlenkerachse, das Modell wird an allen Gelenken geschnitten und über insgesamt 30 implizite Bindungsgleichungen beschrieben nach [34]

Um die unbekannten Geschwindigkeiten zu ermitteln werden für jedes Gelenk implizite, vom

Gelenktyp abhängige, Bindungsgleichungen auf Geschwindigkeitsebene formuliert. Für das Beispiel der Doppelquerlenkerachse in Abbildung 2.10 ergeben sich insgesamt 27 Bindungsgleichungen durch die Gelenke. Es verbleiben drei Freiheitsgrade. Einer davon, die Rotation der Spurstange um ihre Lenkerachse, ist isoliert und kann ignoriert werden. Werden jetzt die verbleibenden zwei Freiheitsgrade durch die vorgegebenen Antriebe mitberücksichtigt, wie im Beispiel der Doppelquerlenkerachse ($\dot{\beta}_1, \dot{s}$), lässt sich das sich Gesamtgleichungssystem nach den unbekannten und gesuchten Geschwindigkeiten der Körper auflösen.

Der Vorteil dieser Methode liegt in der vergleichsweise einfachen und gut automatisierbaren Formulierung der impliziten Bindungsgleichungen [34]. Das Gleichungssystem wird in einer dünn besetzten Matrix, einer sogenannten Sparse-Matrix, dargestellt und kann mit speziellen Algorithmen gelöst werden [37]. Ein Nachteil ist jedoch die oft geringere numerische Effizienz im Vergleich zu anderen Verfahren. Zudem kann es durch die hochgradig implizite Formulierung während der numerischen Simulation zu numerischen Singularitäten kommen, die nicht immer mechanisch interpretierbare Ursachen haben [36].

Joint-Coordinate Formulation (Gelenkkoordinaten-Formulierung):
Bei dieser Methode wird das Mehrkörpersystem durch geeignete Schnitte, an den sogenannten sekundären Gelenken, in eine offene Baumstruktur überführt (siehe Abbildung 2.11). In dieser offenen Baumstruktur werden die Geschwindigkeiten der Körper über die unbekannten und gesuchten Gelenkgeschwindigkeiten $\dot{\beta}$ mithilfe expliziter Bindungsgleichungen ausgedrückt. Im Beispiel der Doppelquerlenkerachse kann die offene Baumstruktur durch insgesamt 9 unbekannte Gelenkgeschwindigkeiten ausgedrückt werden.

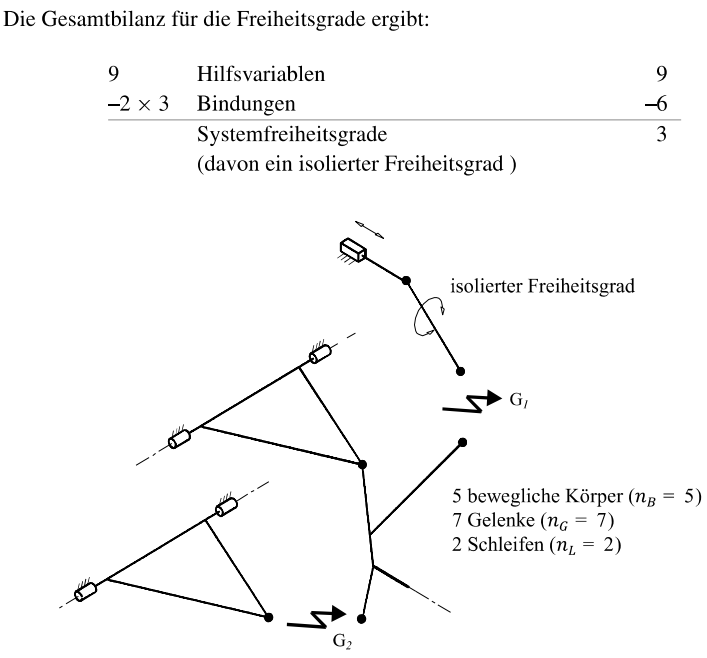


Abbildung 2.11.: Gelenk-Koordinaten Formulierung, die kinematischen Schleifen werden an den sekundären Gelenken aufgetrennt und das Modell kann mithilfe von 9 Gelenkgeschwindigkeiten beschrieben werden nach [34]

Im letzten Schritt wird die offene Baumstruktur an den freien Körpern durch die impliziten

Bindungsgleichungen der geschnittenen sekundären Gelenken wieder geschlossen. Werden dann zusätzlich noch die Antriebsbedingungen mitberücksichtigt, kann das Gleichungssystem nach den unbekannten und gesuchten Gelenkgeschwindigkeit aufgelöst werden.

Ein Vorteil dieser Methode liegt in der reduzierten Anzahl der Gleichungen, die auf die Anzahl der Gelenkgeschwindigkeiten beschränkt ist, was die numerische Effizienz verbessert. Außerdem ist die Methode gut automatisierbar, was ihre Anwendung in komplexen Mehrkörpersystemen erleichtert. Eine detaillierte Beschreibung dieses Verfahrens ist beispielsweise in [36] zu finden und wird in Abschnitt 3.2 für die Modellierung der MLTA angewendet.

Minimal-Set Formulation (Minimalkoordinaten-Formulierung):
Die Formulierung mithilfe von Minimal-Koordinaten reduziert die Anzahl der benötigten Koordinaten zur Beschreibung des Mehrkörpersystems auf ein Minimum. Dazu wird jede kinematische Schleife ($L1, L2$) freigeschnitten und einzeln betrachtet. Für jede Schleife wird eine nicht lineare Übertragungsfunktion, auch als kinematischer Transformator bezeichnet [30], formuliert, die die Ausgangsgrößen als Funktion der Eingangsgrößen beschreibt. Im Beispiel der Doppelquerlenkerachse sind die Eingangsgrößen wie in Abbildung 2.12 $\dot{\beta}$ und $\dot{s}$. Die kinematische Beziehung zwischen den Schleifen wird dann zusätzlich noch über lineare Kopplungsgleichungen formuliert.

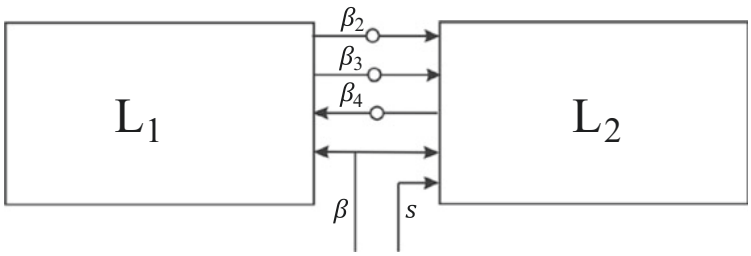


Abbildung 2.12.: Minimal-Koordinaten Formulierung, die kinematischen Schleifen werden einzeln freigeschnitten und als kinematische Transformatoren beschrieben, die kinematische Verbindung der Schleifen zueinander wird über lineare Kopplungsgleichungen beschrieben

Der Vorteil dieser Methode liegt in der übersichtlichen Darstellung und Beschreibung des gesamten Mehrkörpersystems mithilfe von kinematischen Übertragungsblöcken (siehe Abbildung 2.12)[34]. Die Aufstellung der kinematischen Gleichungen ist oft mit einem hohen Aufwand verbunden und kann aus diesem Grund meistens schlecht automatisiert und allgemein formuliert werden [30, 36]. So beschreibt beispielsweise Schnelle die Aufstellung der kinematischen Gleichungen für verschiedene Radführungsmechanismen unter anderem auch der Verbundlenkerachse [30].

2.1.2. Kenngrößen und Berechnungsverfahren der Elastokinematik im Fahrwerk

Besonders für die Verbundlenkerachse stehen die Kinematik und Elastokinematik in enger Wechselwirkung. Anders als bei Einzelradaufhängungen tritt für die Kinematik der Verbund-

lenkerachse zwangsläufig durch das tordieren des Profils eine Kraftwirkung auf, sodass strenggenommen, hier schon elastokinematische Effekte berücksichtigt werden müssten. Dennoch wird in der Praxis die sinnvolle Trennung zwischen Kinematik und Elastokinematik durchgeführt um zwischen wegabhängiger und kraftabhängiger Bewegung zu unterscheiden.

2.1.2.1. Kenngrößen der Elastokinematik

Zur Charakterisierung der linearen elastokinematischen Einflüsse haben sich verschiedene Kennwerte etabliert, die die Nachgiebigkeit oder als Kehrwert die Steifigkeit des Rades unter der Einwirkung von Kräften und Momenten beschreiben.

Elastokinematische Effekte beeinflussen üblicherweise alle 5 Radfreiheitsgrade. Dementsprechend werden analog zu den kinematischen Kennwerten in Abschnitt 2.1.1.1 ebenfalls 5 Kennwerte benötigt, um die Nachgiebigkeit des Rades zu beschreiben [13].

Der Einfluss der Nachgiebigkeiten auf die Radorientierung wird durch die **Spurnachgiebigkeit** c_δ und die **Sturznachgiebigkeit** c_γ beschrieben. Die **Längsnachgiebigkeit** c_x und **Quernachgiebigkeit** c_y charakterisieren die translatorische Verschiebung des Rads, während die **Aufziehachsnachgiebigkeit** c_θ die Rotation des Rades unter der Wirkung von Brems- und Antriebskräften/ -momenten beschreibt.

Definition von Spur- und Sturznachgiebigkeit

Die Vorzeichen von Spur- und Sturznachgiebigkeit orientieren sich an den kinematischen Definitionen von Spur- und Sturzwinkel nach Abbildung 2.1.

Eine positive Spurnachgiebigkeit c_δ (Vorspurnachgiebigkeit) vergrößert den Spurwinkel des kurvenäußeren Rads. Entsprechend verringert eine negative Sturznachgiebigkeit c_γ den Sturzwinkel des kurvenäußeren Rads.

Sie werden durch das Verhältnis von Winkeländerung pro aufgebrachter Kraft beschrieben:

$$c_\delta = \frac{\Delta\delta}{\Delta F_y} \quad \text{und} \quad c_\gamma = \frac{\Delta\gamma}{\Delta F_y} \quad \text{in} \quad {}^\circ/\mathrm{kN} \tag{2.14}$$

In der Praxis werden die Nachgiebigkeiten bestimmt, indem die Messwerte um die Nulllage linearisiert werden. Abbildung 2.13 zeigt exemplarisch die KnC-Ergebnisse einer quasistationären Spur- und Sturzwinkelmessung einer Verbundlenkerachse unter Einwirkung einer Seitenkraft am linken Radaufstandspunkt. Die Linearisierung erfolgt hierbei im Bereich von ± 1 kN. Aus den Messkurven lässt sich eine Nachspurnachgiebigkeit von $c_\delta = -0.054\,^\circ/\mathrm{kN}$ sowie eine Sturznachgiebigkeit in Richtung eines positiven Sturzes von $c_\gamma = 0.18\,^\circ/\mathrm{kN}$ ablesen.

Obwohl die Spur- und Sturznachgiebigkeiten in kleinen Winkelbereichen liegen, haben sie erhebliche Auswirkungen auf das Fahrverhalten, da sie das Kraftübertragungsverhalten des Reifens

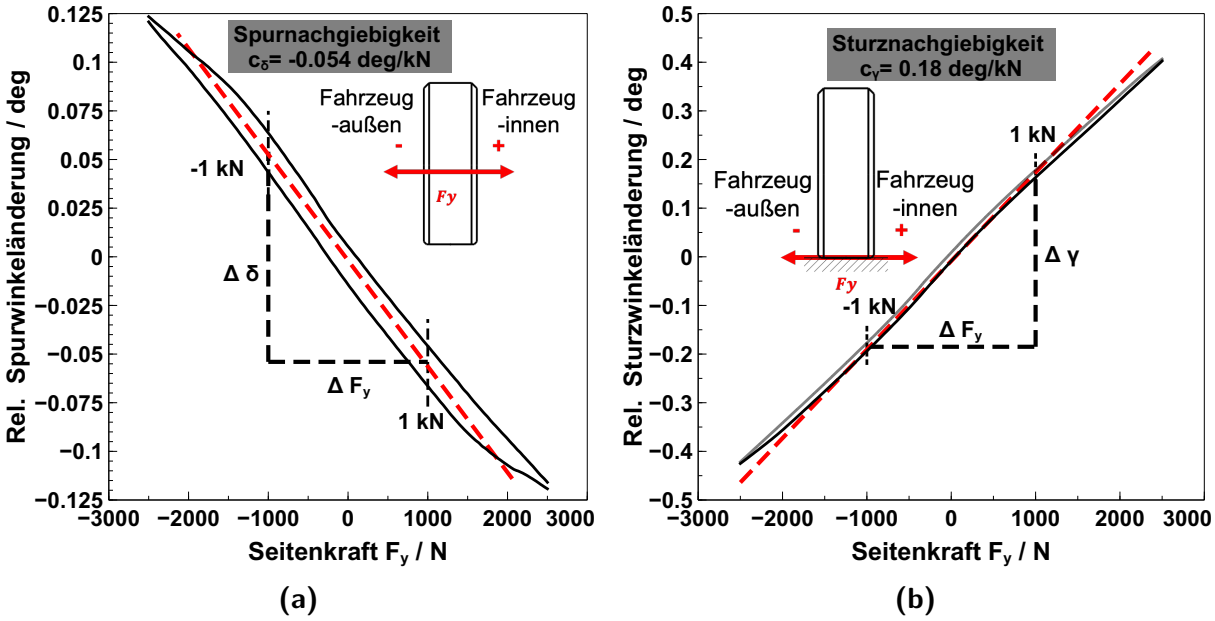


Abbildung 2.13.: Quasi-stationäre Kinematic and Compliance (KnC) Messung einer Verbundlenkerachse, **(a)** Spurwinkeländerung über Seitenkraft; **(b)** Sturzwinkeländerung über Seitenkraft.

spürbar beeinflussen [15, 38].

Definition von Quer- und Längsnachgiebigkeit

Die translatorischen Nachgiebigkeiten des Rades werden durch die Quernachgiebigkeit c_y und die Längsnachgiebigkeit c_x beschrieben. Die Quernachgiebigkeit definiert die Verschiebung in Querrichtung infolge einer Seitenkraft und kann entweder am Radmittelpunkt RM oder, als radbezogene Quernachgiebigkeit, am Radaufstandspunkt RA ausgewertet werden.

Die Längsnachgiebigkeit beschreibt die Verschiebung des Radmittelpunkts in Längsrichtung infolge einer Längskraft. Eine positive Längsnachgiebigkeit ist durch eine Bewegung des Rades entgegen der Fahrrichtung definiert. Die Längsnachgiebigkeit hat einen entscheidenden Einfluss auf den Längskomfort besonders bei klein-amplitudigen Hindernissen und Fahrbahnunebenheiten. Für großamplitudige Hindernisse wie Bordsteinauffahrten oder Schlaglöcher ist nach Matschinsky die Schrägfederung der dominierende Faktor [17].

Die Quer- und Längsnachgiebigkeiten werden durch das Verhältnis von relativer translatorischer Verschiebung zu eingeleiteter Kraft bestimmt:

$$c_y = \frac{\Delta y}{\Delta F_y} \quad \text{und} \quad c_x = \frac{\Delta x}{\Delta F_x} \quad \text{in} \quad \mathrm{mm/kN} \tag{2.15}$$

Definition der Aufziehnachgiebigkeit

Zur Beschreibung der Nachgiebigkeit unter der Wirkung von Antriebs- und Bremskräften F_b wird die Aufziehnachgiebigkeit c_θ verwendet. Sie beschreibt die Rotation des Radträgers bzw. des durch die Bremse blockierten Rades um die Fahrzeugquerachse (y-Achse).

$$c_\theta = \frac{\Delta\theta}{\Delta F_b} \quad \text{in} \quad {}^\circ/\mathrm{kN} \tag{2.16}$$

2.1.2.2. Modelle und Berechnungsmethoden der Elastokinematik

In der Literatur werden zahlreiche Ansätze zur Beschreibung, Modellierung und Berechnung der elastokinematischen Eigenschaften verschiedenster Radaufhängungen beschrieben.

Beschreibung der Elastokinematik durch elastische Schraubenachsen

Aufbauend auf der Arbeit zur Beschreibung der Radbewegung durch kinematische Kenngrößen (s. Abschnitt 2.1.1) beschreibt Gerrard in einer weiteren Arbeit, wie die Elastokinematik durch drei Schraubenachsen (elastic screw axes, ESAs) und drei translatorische Hauptrichtungen (translational-only constraints, TOCs) vollständig charakterisiert und visualisiert werden kann [39]. Der daraus gebildete sogenannte Equivalent-Elastic-Mechanism (EEM) ermöglicht es, das elastokinematische Verhalten einer Radaufhängung anschaulich darzustellen.

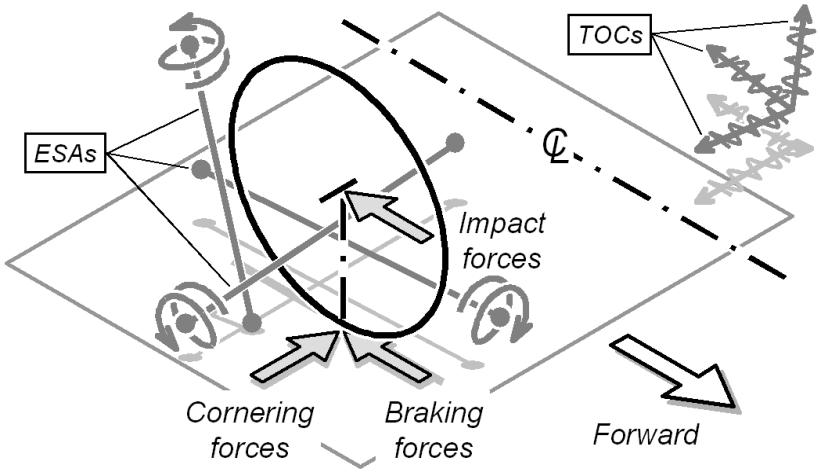


Abbildung 2.14.: Visualisierung der elastischen Eigenschaften einer Radführung mithilfe der EE-Methode nach [39]

Die Schraubenachsen (ESAs) beschreiben die Reaktion des Systems auf Momente, beispielsweise erzeugt eine Seitenkraft am Radaufstandspunkt ein Moment um die Schraubenachse in Fahrzeuglängsrichtung. Die Hauptrichtungen (TOCs) hingegen beschreiben die Reaktion auf Kräfte, wobei eine Kraft entlang einer Hauptrichtung zu einer reinen Translation ohne Rotationsanteile führt. Die Prinzipien sind in Abbildung 2.14 veranschaulicht.

Die elastokinematischen Eigenschaften werden in einer 6×6-Nachgiebigkeitsmatrix zusammengefasst, die unter der Annahme linearer Steifigkeiten und kleiner Verschiebungen gilt, sodass Nichtlinearitäten vernachlässigt werden können. Die Nachgiebigkeitsmatrix wird beispielsweise mithilfe der FEM bestimmt, indem drei Einheitskräfte und drei Einheitsmomente am Radaufstandspunkt aufgebracht werden.

Die Ausrichtung der Schraubenachsen ergibt sich aus den Eigenvektoren des vierten Quadranten der Nachgiebigkeitsmatrix, der die Rotationsanteile durch Momenteneinwirkung beschreibt. Zur Positionsbestimmung wird ein Moment entlang der jeweiligen Schraubenachse aufgeprägt, und die Geschwindigkeitsvektoren werden in parallele und senkrechte Anteile zerlegt. Die Orientierung der Hauptrichtungen wird analog bestimmt, indem die Eigenvektoren des ersten Quadranten der Nachgiebigkeitsmatrix berechnet werden.

Aufbauend auf diesem Prinzip wurden weitere Arbeiten durchgeführt. Büchner [40] zeigte, wie Achskennwerte systematisch aus der Nachgiebigkeitsmatrix berechnet und deren Einfluss auf das Fahrzeugverhalten analysiert werden können. Schultz [12] demonstrierte, wie diese Methode für einen Benchmark verschiedener Achsen eingesetzt werden kann, aus dem anschließend ein neuer spurkorrigierender Radträger für Verbundlenkerachsen entwickelt wurde (s.a. Abbildung 2.42b).

Vereinfachte Beschreibung der Elastokinematik in der Ebene

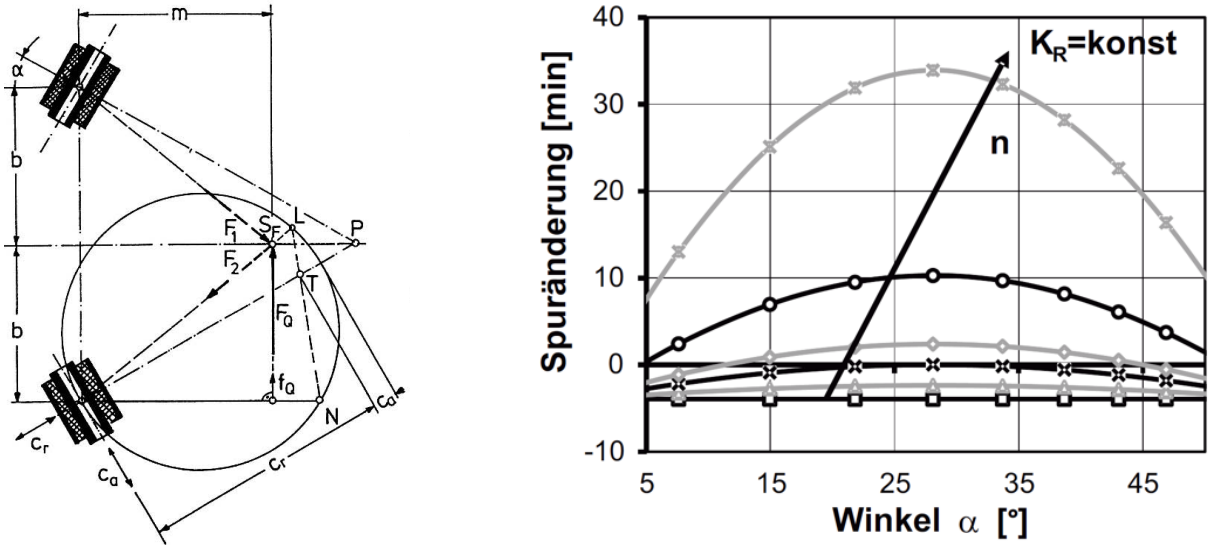
Matschinsky beschreibt, wie die Elastokinematik eines ebenen Federsystems durch eine Ersatzfeder im sogenannten Federschwerpunkt dargestellt werden kann [17]. Die Ersatzfeder wird vollständig durch zwei translatorische und eine rotatorische Steifigkeit sowie die Position S_F charakterisiert (siehe Abbildung 2.15a). Ihre Eigenschaften werden von den Lagersteifigkeiten c_r, c_a, der Stützweite b und dem Orientierungswinkel α bestimmt. Der Abstand m des Federschwerpunkts zu den Lagern berechnet sich wie folgt:

$$m = b \cdot \frac{(c_r - c_a)\sin(2\alpha)}{2(c_r \sin^2 \alpha + c_a \cos^2 \alpha)} \tag{2.17}$$

Auf dieser Grundlage untersuchte Schultz die Orientierung der Elastomerlager [12]. Die Ergebnisse sind in Abbildung 2.15b dargestellt. Der optimale Orientierungswinkel, um eine maximale Spurkorrekturwirkung zu erzielen, liegt demnach bei etwa 27°. Zudem zeigt sich, dass dieser Winkel unabhängig von der gewählten Lagersteifigkeit ist, und nur von der Stützweite b abhängt [17].

Modellierung der räumlichen Elastokinematik

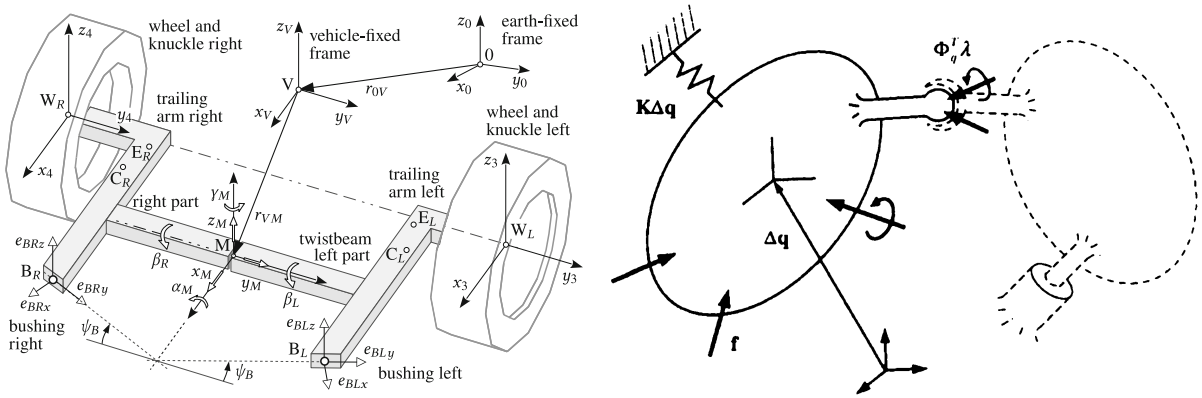
Zur Beschreibung der räumlichen Elastokinematik finden sich in der Literatur zahlreiche Ansätze und Modellierungsmethoden.



(a) **(b)**

Abbildung 2.15.: (a) Federschwerpunkt-Modell nach Matschinsky [17]; **(b)** Spurkorrekturwirkung einer Verbundlenkerachse mit einem optimalen Orientwinkel bei etwa 27° [12]

Castro und Rill beschreiben, wie die Elastokinematik einer Verbundlenkerachse mithilfe eines Energieansatzes modelliert werden kann [41]. Wie in Abbildung 2.16a dargestellt, wird die Verbundlenkerachse in eine linke und rechte Seite aufgeteilt. Im Modellaufbau werden die beiden Aufbaugummilager, die Aufbaufedern und die Bumpstops berücksichtigt.



(a) **(b)**

Abbildung 2.16.: (a) Modellierung der Verbundlenkerachse nach [41]; **(b)** verallgemeinerte Darstellung der elastischen und kinematischen Kopplung zwischen zwei Körpern [42].

Das Modell besitzt insgesamt 7 Freiheitsgrade, die durch die Position und Ausrichtung des Schubmittelpunkts sowie die Verdrehwinkel der linken und rechten Verbundlenkerseite vollständig beschrieben werden. Diese Freiheitsgrade sind durch den folgenden Zustandsvektor definiert:

$$\underline{y}_S = \left[x_M, y_M, z_M, \alpha_M, \gamma_M, \beta_L, \beta_R\right]^T \tag{2.18}$$

Die Elastokinematik der Verbundlenkerachse wird bestimmt, indem die Verdrehwinkel der linken (β_L) und rechten (β_R) Seiten als unabhängige Variablen vorgegeben werden. Die restlichen Freiheitsgrade, die Verschiebungen x_M, y_M, z_M des Schubmittelpunkts sowie die Rotationen α_M und γ_M der Verbundlenkerachse um die x- und z-Achse, werden als abhängige Größen berechnet. Diese ergeben sich durch die Minimierung der potenziellen Energie des Systems.

Die potenzielle Energie E setzt sich aus den elastischen Beiträgen der Gummilager, der Torsion der Verbundlenkerachse, und der Federenergie der Aufbaufedern und Bumpstops wie folgt zusammen:

$$E = 0.5 \cdot \left(\underline{u}_{b1}^T \cdot \mathbf{C}_{\text{bush1}} \cdot \underline{u}_{b1} + \underline{u}_{b2}^T \cdot \mathbf{C}_{\text{bush2}} \cdot \underline{u}_{b2} + c_{\text{susp}} \cdot ((l_1 - l_0)^2 + (l_2 - l_0)^2) + c_{\text{arb}} \cdot (\beta_L - \beta_R)^2 \right) \tag{2.19}$$

Die Minimierung der potenziellen Energie erfolgt iterativ mithilfe der Funktion `fminsearch` in MATLAB. Ein Nachteil dieses Verfahrens ist die iterative Suche nach dem Minimum, die bei großen Deformationen viele Iterationen erfordern kann und potenziell mehrere Lösungen liefert. Zudem gehen die Lagerreaktionskräfte nicht direkt aus der Lösung hervor, sondern müssen in einem nachgelagerten Schritt berechnet werden.

Kang et al. [42] beschreiben ein allgemeingültiges Verfahren zur Modellierung der Elastokinematik von Radaufhängungen basierend auf dem Kräftegleichgewicht. Dazu wird die Annahme getroffen, dass die generalisierten Verschiebungen $\Delta\underline{q}$ aufgrund der kleinen Deformationen sehr gering sind. Dadurch bleiben die kinematischen Bindungsbedingungen der Gelenke, beschrieben durch die Jakobi-Matrix $\mathbf{\Phi}_q$, weiterhin gültig, sodass näherungsweise gilt:

$$\mathbf{\Phi}_q \Delta\underline{q} \approx \underline{0} \tag{2.20}$$

Das Kräftegleichgewicht für eine extern angreifende Kraft $\underline{f}$ wird mithilfe der Lagrange-Multiplikatoren λ und einer globalen Steifigkeitsmatrix $\mathbf{K}$ formuliert. Dies führt zu folgendem linearen Gleichungssystem:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{K} & \mathbf{\Phi}_q^T \\ \mathbf{\Phi}_q & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\underline{q} \\ \lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\underline{f} \\ \underline{0} \end{bmatrix} \tag{2.21}$$

Durch Lösen des Gleichungssystems können die unbekannten Verschiebungen $\Delta\underline{q}$ und Lagrange-Multiplikatoren für die einwirkende Kraft $\underline{f}$ bestimmt werden. Die Formulierung basiert dabei auf der Absolutkoordinaten-Formulierung. Das Verfahren wurde anhand einer MacPherson-Achse validiert. In einer späteren Arbeit erweitert Kang das Vorgehen um eine dynamische Betrachtung, indem ein dynamisches Kräftegleichgewicht formuliert wird [43].

2.1.3. Die Querkraftübertragung zwischen Reifen und Fahrbahn

Um den Einfluss der kinematischen und elastokinematischen Radstellung auf das Fahrverhalten zu beschreiben, ist es notwendig die Querkraftübertragung zwischen Reifen und Fahrbahn zu betrachten.

Das quasi-stationäre Kraftübertragungsverhalten in Querrichtung zwischen Reifen und Fahrbahn lässt sich gemäß Pacejka [14] durch den folgenden Zusammenhang beschreiben:

$$F_y = \underbrace{c_{\alpha R} \cdot \alpha_R}_{F_\alpha} + \underbrace{c_{\gamma R} \cdot \gamma^*}_{F_\gamma} \tag{2.22}$$

Die Seitenführungskraft setzt sich nach der obigen Gleichung aus zwei Termen zusammen. Der erste Term beschreibt den Kraftanteil, der durch den Schräglaufwinkel α_R und die Schräglaufsteifigkeit $c_{R,\alpha}$ des Reifens hervorgerufen wird. Der zweite Term repräsentiert den Kraftanteil, der durch den Sturzwinkel γ^* des Rads relativ zur Fahrbahn sowie der Sturzkraftsteifigkeit des Reifens $c_{\gamma R}$ entsteht.

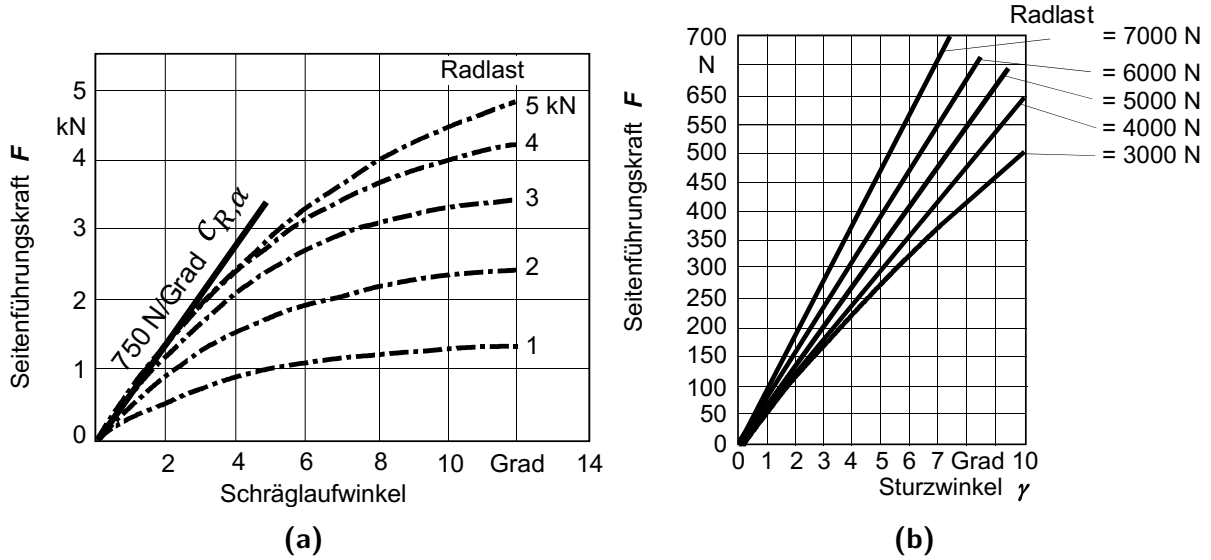


Abbildung 2.17.: (a) Seitenführungskraft F_α in Abhängigkeit des Schräglaufwinkels für verschiedene Radlasten, nach [16]; **(b)** Seitenführungskraft F_γ in Abhängigkeit des Sturzwinkels für verschiedene Radlasten, nach [16].

Die Schräglaufsteifigkeit des Reifens $c_{R,\alpha}$ wird von den Reifeneigenschaften sowie weiteren Einflussgrößen wie der Radlast und dem Reifeninnendruck beeinflusst. Abbildung 2.17a zeigt exemplarisch die Seitenführungskraft eines Reifens in Abhängigkeit vom Reifenschräglaufwinkel für verschiedene Radlasten. Im linearen Bereich kann der Zusammenhang zwischen Reifenseitenkraft und Schräglaufwinkel über die Schräglaufsteifigkeit beschrieben werden. Dieser Linearisierungsansatz ist bis zu einem Schräglaufwinkel von etwa 3° ausreichend genau [16].

Abbildung 2.17b zeigt den Einfluss des Sturzwinkels auf die Seitenführungskraft. Der Vergleich

verdeutlicht, dass der Schräglaufwinkel einen etwa zehnmal stärkeren Einfluss auf die Seitenführungskraft hat als der Sturzwinkel. Bei 3° und 5 kN Radlast ergeben sich zum Beispiel $F_\alpha \approx 2000\,\mathrm{N}$ gegenüber $F_\gamma \approx 200\,\mathrm{N}$.

Der Schräglaufwinkel des Reifens α_R beschreibt den Winkel zwischen dem Geschwindigkeitsvektor v am Radaufstandspunkt RA und der Rollrichtung des Rades. Ergänzend kann der Achsschräglaufwinkel α_A (engl. virtual slip angle) mit in die Betrachtung einfließen. Dieser ist definiert als der Winkel zwischen dem Geschwindigkeitsvektor v am Radaufstandspunkt und der Fahrzeuglängsrichtung [14].

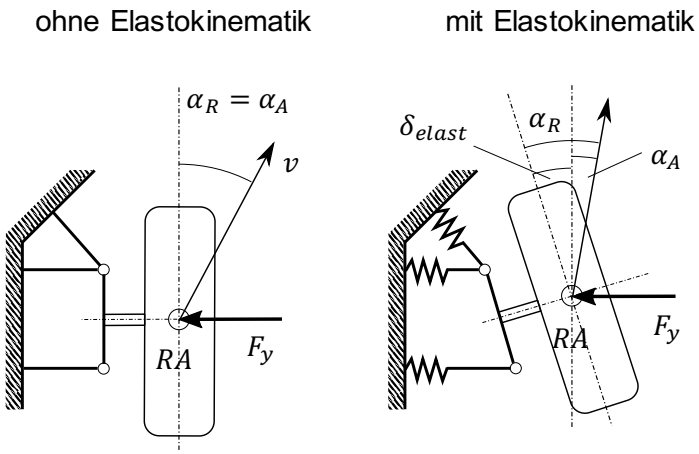


Abbildung 2.18.: Geschwindigkeitsverhältnisse im Radaufstandspunkt eines kurvenäußeren Hinterrads: links ohne Elastokinematik, rechts mit Elastokinematik, nach [14, 44]

Werden statische Spurwinkel sowie kinematische und elastokinematische Effekte der Achse vernachlässigt, entspricht der Achsschräglaufwinkel α_A dem Reifenschräglaufwinkel α_R (siehe Abbildung 2.18, links). In diesem Fall ist die Rollrichtung des Rades identisch mit der Fahrzeuglängsbewegungsrichtung. Werden diese Effekte hingegen berücksichtigt, kann sich α_A von α_R unterscheiden.

Abbildung 2.18 (rechts) veranschaulicht den elastokinematischen Effekt einer Nachgiebigkeit in Richtung Vorspur. Die durch die Seitenkraft F_y verursachte Spuränderung führt zu einem zusätzlichen Vorspurwinkel δ_{elast}, wodurch der Achsschräglaufwinkel um δ_{elast} reduziert wird [44]. Zur Quantifizierung dieser Wirkung wird die effektive Schräglaufsteifigkeit der Achse $c_{\alpha,eff}$ verwendet, die wie folgt berechnet wird:

$$c_{\alpha,eff} = \frac{F_y}{\alpha_A} \tag{2.23}$$

Für das Beispiel in Abbildung 2.18 bedeutet dies, dass die Spurnachgiebigkeit in Richtung Vorspur die effektive Schräglaufsteifigkeit erhöht. Ähnlich beeinflusst auch der Sturzwinkel die effektive Schräglaufsteifigkeit. Wird Gleichung (2.22) nach dem Reifenschräglaufwinkel α_R umgestellt, zeigt sich, dass ein zunehmend negativer Sturzwinkel α_R verringert. Aus Abbildung 2.18 wird deutlich, dass ein abnehmender Reifenschräglaufwinkel auch den Achsschräg-

laufwinkel gleichermaßen reduziert, da δ_{elast} unverändert bleibt. Folglich steigt durch einen negativen, fahrbahnbezogenen Sturzwinkel die effektive Schräglaufsteifigkeit.

Zusammenfassend erhöhen Vorspur und ein negativer Sturzwinkel die effektive Schräglaufsteifigkeit, während Nachspur und ein positiver Sturzwinkel sie verringern [44].

2.1.4. Gesamtfahrzeugmodelle zur Beschreibung der Quer und Längsdynamik

Um den Einfluss kinematischer und elastokinematischer Kennwerte auf das Gesamtfahrzeugverhalten bewerten zu können, werden im Folgenden die gängigen Fahrzeugmodelle zur Beschreibung der Querdynamik betrachtet.

2.1.4.1. Einspurmodell

Eines der grundlegendsten und zugleich weit verbreitetsten Modelle zur Beschreibung der Querdynamik eines Fahrzeugs ist das lineare Einspurmodell nach Riekert und Schunck aus dem Jahr 1940 [45]. Das Modell beinhaltet gezielte Vereinfachungen, wodurch die Modell-Freiheitsgrade deutlich reduziert werden können, aber die Aussagekraft im linearen Fahrdynamikbereich ($\leq$0.4 g) nicht wesentlich beeinträchtigt wird [15].

Wie in Abbildung 2.19 dargestellt, werden die Räder bzw. die Radaufstandspunkte achsweise zu einem Vorder- und Hinterrad zusammengefasst, wodurch Unterschiede in den Radübertragungskräften zwischen den kurveninneren und kurvenäußeren Rädern vernachlässigt werden. Zudem wird der Fahrzeuggesamtschwerpunkt (SP) auf Fahrbahnhöhe angenommen, was Radlastdifferenzen durch Wanken des Fahrzeugs ausschließt. Als weitere Vereinfachung gilt für alle Winkel die Kleinwinkelnäherung ($\sin\theta \approx \theta$) und ($\cos\theta \approx 1$). Zusätzlich trägt die Annahme eines linearen Reifenquerkraftverhaltens, gültig bis zu Schräglaufwinkeln von 3° bis 4°, zur weiteren Vereinfachung des Modells bei [15].

Wie in Abbildung 2.19 gezeigt, durchfährt das Fahrzeug mit dem positiven Lenkwinkel δ_v eine Linkskurve mit dem Radius ρ. Der Schwerpunkt (SP) bewegt sich mit der Geschwindigkeit v um den Kurvenmittelpunkt M. Die Geschwindigkeitsrichtung am Schwerpunkt weicht durch den Schwimmwinkel β von der Fahrzeuglängsrichtung ab. Ein positiver Schwimmwinkel entspricht dabei einer Drehung gegen den Uhrzeigersinn, gemäß der rechten Handregel. Der Gierwinkel ψ ist definiert als der Winkel zwischen der Fahrzeuglängsrichtung und dem ortsfesten Inertial-Koordinatensystem (X_E, Y_E). Die Abstände von der Vorder- bzw. Hinterachse zum Schwerpunkt sind durch l_v und l_h angegeben.

Durch die Kleinwinkelnäherung ergibt sich näherungsweise die in Fahrzeugquerrichtung (y-Richtung) gerichtete Zentrifugalkraft am Schwerpunkt:

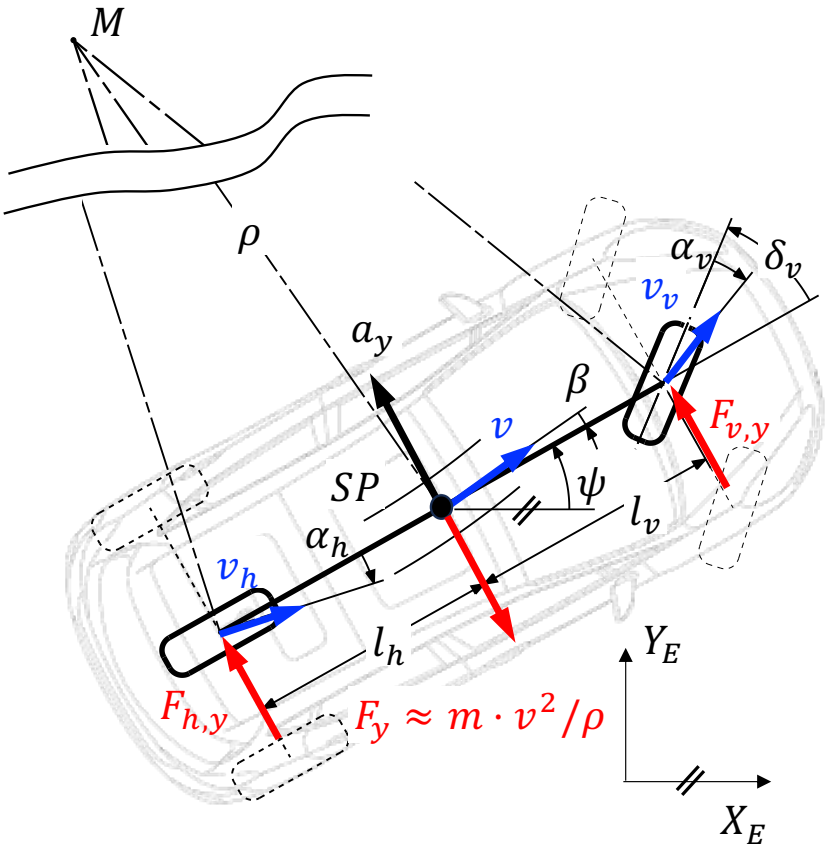


Abbildung 2.19.: Einspurmodell nach Riekert und Schunck [45] mit dem Inertialkoordinatensystem (X_E/Y_E) durchfährt eine Linkskurve mit der quer zur Fahrzeugrichtung wirkenden Zentripetalbeschleunigung a_y, (rot) zum kurvenäußeren gerichtete Zentrifugalkraft F_y am Schwerpunkt (SP) und die entsprechenden Reifenreaktionskräfte vorne und hinten, (blau) Geschwindigkeiten am Fahrzeugschwerpunkt (SP) und an den vorderen und hinteren Radaufstandspunkten

$$F_y \approx m \cdot \frac{v^2}{\rho} \quad \text{und} \quad a_y \approx \frac{v^2}{\rho} = v \cdot \left(\dot{\beta} + \dot{\psi}\right) \tag{2.24}$$

Daraus ergibt sich das Kräftegleichgewicht in Fahrzeugquerrichtung und das Momentengleichgewicht um die Hochachse am Fahrzeugschwerpunkt, welches durch das Gierträgheitsmoment I_{zz} des Fahrzeugs und die Gierwinkelbeschleunigung $\ddot{\psi}$ beschrieben wird:

$$\sum F_y = m \cdot v \cdot (\dot{\beta} + \dot{\psi}) = F_{v,y} + F_{h,y} \tag{2.25}$$

$$\sum M_z = I_{zz} \cdot \ddot{\psi} = F_{v,y} \cdot l_v - F_{h,y} \cdot l_h \tag{2.26}$$

Abbildung 2.20 zeigt die Kinematik des Einspurmodells. Die resultierende Geschwindigkeit v_v am vorderen Radaufstandspunkt setzt sich aus der Geschwindigkeit am Schwerpunkt und einem zusätzlichen Anteil durch die Giergeschwindigkeit ($\dot{\psi} \cdot l_v$) zusammen, was analog für das Hinterrad gilt. Dies führt zu den jeweiligen Schräglaufwinkeln:

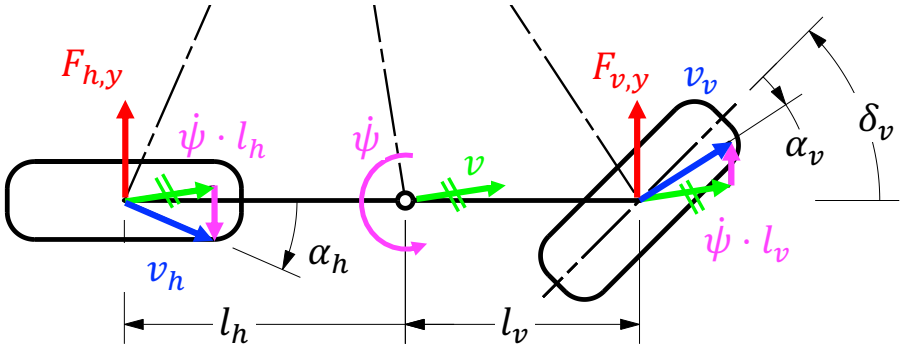


Abbildung 2.20.: Kinematik des Einspurmodells

$$\alpha_v = -\beta - \frac{l_v \cdot \dot{\psi}}{v} + \delta_v \tag{2.27}$$

$$\alpha_h = -\beta + \frac{l_h \cdot \dot{\psi}}{v} \tag{2.28}$$

Die Reifenseitenkräfte aus Gleichungen (2.25) und (2.26), lassen sich durch die in Gleichung (2.23) beschriebene Beziehung zwischen Schräglaufwinkel und Schräglaufsteifigkeit darstellen. Aus Gründen der Vereinfachung wird im Folgenden auf die Bezeichnung „effektive Schräglaufsteifigkeit $c_{\alpha,eff}$“ verzichtet und stattdessen der Begriff „Schräglaufsteifigkeit c_α“ verwendet. Werden zusätzlich die Schräglaufwinkel anhand der hergeleiteten kinematischen Beziehungen aus Gleichungen (2.27) und (2.28) geschrieben, ergibt sich das erstmals von Riekert und Schunck [45] formulierte Differentialgleichungssystem des Einspurmodells in der Zustandsraumdarstellung:

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \dot{\beta} \\ \ddot{\psi} \end{bmatrix}}_{\underline{\dot{x}}} = \underbrace{\begin{bmatrix} -\frac{c_{\alpha,v}+c_{\alpha,h}}{m \cdot v} & \frac{(c_{\alpha,h} \cdot l_h - c_{\alpha,v} \cdot l_v)}{m \cdot v^2} - 1 \\ \frac{c_{\alpha,h} \cdot l_h - c_{\alpha,v} \cdot l_v}{I_{zz}} & -\frac{c_{\alpha,v} \cdot l_v^2 + c_{\alpha,h} \cdot l_h^2}{I_{zz} \cdot v} \end{bmatrix}}_{\mathbf{A}} \underbrace{\begin{bmatrix} \beta \\ \dot{\psi} \end{bmatrix}}_{\underline{x}} + \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{c_{\alpha,v}}{m \cdot v} \\ \frac{c_{\alpha,v} \cdot l_v}{I_{zz}} \end{bmatrix}}_{\underline{b}} \cdot \underbrace{\delta_v}_{u} \tag{2.29}$$

Quasi-stationäre Betrachtung

Aus der Annahme der quasi-stationären Betrachtung folgt:

$$v = \text{konst.} \quad \dot{\psi} = \text{konst.} \rightarrow \ddot{\psi} = 0 \quad \beta = \text{konst.} \rightarrow \dot{\beta} = 0 \tag{2.30}$$

Durch die Vereinfachung wird die linke Seite des Gleichungssystems (2.29) zu null. Die beiden vereinfachten Gleichungen können nach dem Schwimmwinkel β gleichgesetzt werden. Zusätz-

lich ergibt sich aus der quasi-stationären Betrachtung und Gleichung (2.24) der Zusammenhang ($\dot{\psi} = \frac{v}{\rho}$). Werden die beiden Gleichungen nach dem Lenkwinkel δ_v aufgelöst, ergibt sich nach einigem Umformen die Gleichung für den Lenkwinkel:

$$\delta_v = \underbrace{\frac{l}{\rho}}_{\substack{\text{Ackermann-Winkel} \\ (\delta_H)}} + \underbrace{\frac{m}{l} \cdot \left(\frac{l_h}{c_{\alpha,v}} - \frac{l_v}{c_{\alpha,h}} \right) \cdot a_y}_{\substack{\text{Abhängig von} \\ \text{Querbeschleunigung}}} \tag{2.31}$$

Gleichung (2.31) verdeutlicht, dass der Lenkwinkel aus zwei Anteilen besteht: einem querbeschleunigungsunabhängigen Term, dem Ackermann-Winkel, und einem querbeschleunigungsabhängigen Term. Dieser zweite Term kann gemäß Olley [46] durch die Differenz zwischen vorderem und hinterem Schräglaufwinkel beschrieben werden und beeinflusst den resultierenden Lenkwinkel δ_v:

$$\delta_v = \frac{l}{\rho} + \Delta\alpha \quad \text{mit} \quad \Delta\alpha = \alpha_v - \alpha_h \tag{2.32}$$

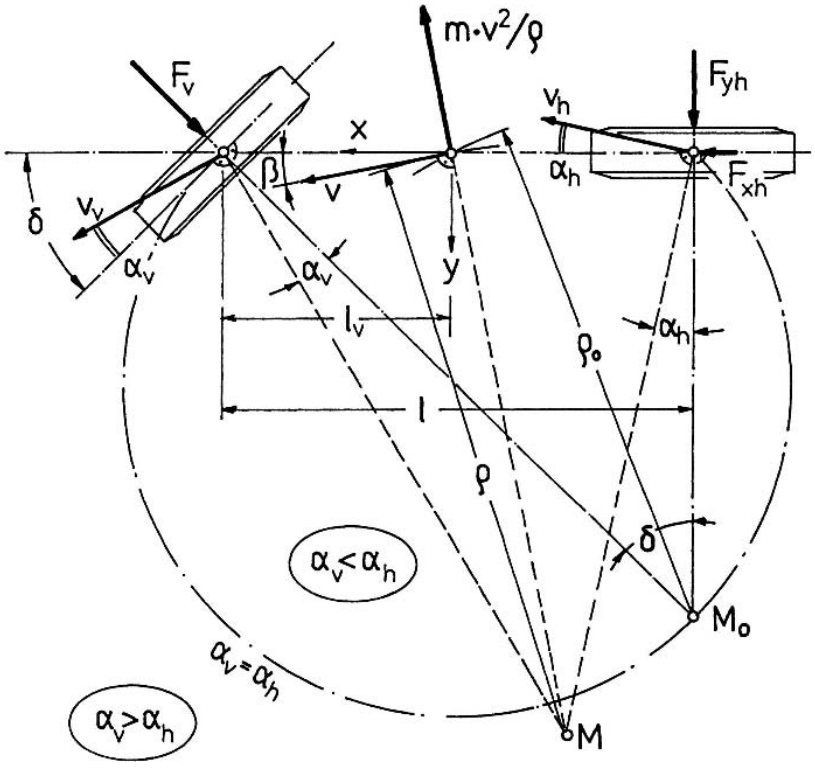


Abbildung 2.21.: Eigenlenkverhalten nach Matschinsky [17], neutrales Eigenlenkverhalten $\alpha_v = \alpha_h$ neutrale Kurvenmittelpunkte M liegen auf Kreis, untersteuerndes Eigenlenkverhalten $\alpha_v > \alpha_h$ mögliche Kurvenmittelpunkte liegen außerhalb von Kreis, übersteuerndes Eigenlenkverhalten $\alpha_v < \alpha_h$ mögliche Kurvenmittelpunkte liegen innerhalb von Kreis.

Den Einfluss der Schräglaufwinkeldifferenz auf das Eigenlenkverhalten beschreibt Matschinsky, wie in Abbildung 2.21 gezeigt, über die resultierende Lage der Kurvenmittelpunkte [17].

Im Ausgangszustand befährt das Fahrzeug mit sehr kleiner Fahrgeschwindigkeit und Querbeschleunigung ($a_y \approx 0$) eine Linkskurve mit dem Lenkwinkel δ_v. Der zweite querbeschleunigungsabhängige Term in Gleichung (2.31) kann demzufolge vernachlässigt werden, was zu einem Kreisradius ρ_0 mit Kurvenmittelpunkt M_0 führt. Der Lenkwinkel δ_v entspricht in diesem Fall dem Ackermann-Winkel $\delta_A = \frac{l}{r}$. Stellen sich Schräglaufwinkel infolge wirkender Seitenkräfte ein, kann der zweite Term nicht mehr vernachlässigt werden und es kann zwischen drei Fällen unterscheiden werden:

Neutrales Eigenlenkverhalten ($\alpha_v = \alpha_h \rightarrow \Delta\alpha = 0$):
Der Schräglaufwinkel an der Vorderachse und Hinterachse sind gleich groß, und die Schräglaufwinkeldifferenz ist null. Der zweite Term der Gleichung wird zu null. Der einmal aufgebrachte Ackermann-Lenkwinkel δ_H führt unabhängig von der Querbeschleunigung stets zum selben Kurvenradius $\rho = \rho_0$ und die Normalen der Bewegungsbahnen der Räder schneiden sich stets unter dem Lenkwinkel δ_H. Das Fahrzeug besitzt ein neutrales Eigenlenkverhalten. Der geometrische Ort der möglichen Kurvenmittelpunkte ist ein Kreis ($\alpha_v = \alpha_h$) dessen Zentrum über den Radstand l und den Zentriwinkel 2δ definiert ist [17].

Untersteuerndes Eigenlenkverhalten ($\alpha_v > \alpha_h \rightarrow \Delta\alpha > 0$):
Der Schräglaufwinkel an der Vorderachse ist größer als an der Hinterachse, das Fahrzeug untersteuert und der Kurvenmittelpunkt liegt nach Abbildung 2.21 außerhalb des Kreises. Das zeigt sich auch in Gleichung (2.31), der zweite Term wird größer als 0 und folglich muss der Lenkwinkel, um den gleichen Kurvenradius beizubehalten, vergrößert werden.

Übersteuerndes Eigenlenkverhalten ($\alpha_v < \alpha_h \rightarrow \Delta\alpha < 0$):
Der Schräglaufwinkel an der Vorderachse ist kleiner als an der Hinterachse und der Kurvenmittelpunkt liegt innerhalb des Kreises. Nach Abbildung 2.21 muss der Lenkwinkel δ_v verkleinert werden, dass Fahrzeug untersteuert. Mit zunehmender Querbeschleunigung vergrößert sich die Schräglaufwinkeldifferenz. Dadurch verschiebt sich der Kurvenmittelpunkt weiter in Richtung Fahrzeugschwerpunkt, bis schließlich ein instabiler Zustand erreicht wird ($\rho = 0$). In diesem Zustand dreht sich das Fahrzeug um seine eigene Hochachse und bricht aus.

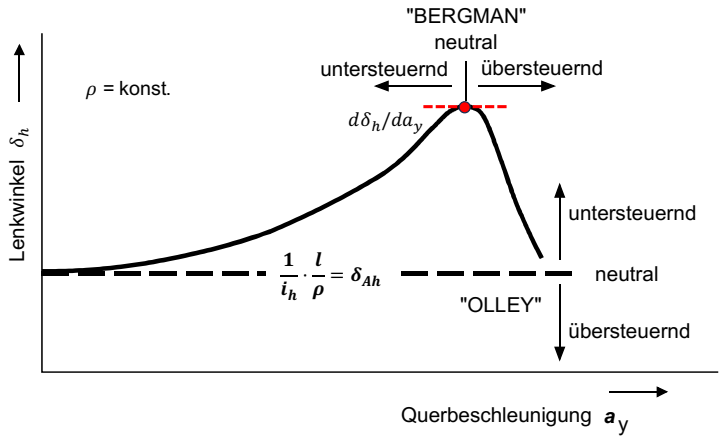


Abbildung 2.22.: Vergleich der Definition des Eigenlenkverhaltens nach Olley und Bergman, Abbildung nach [16]

Die Definition nach Olley eignet sich gut, um ein grundlegendes Verständnis des Eigenlenkverhaltens zu erlangen. Sie findet heute jedoch kaum noch Anwendung, da sie, wie in Abbildung 2.22 gezeigt, nur im Bereich kleiner Querbeschleunigungen aussagekräftig ist und keine lokalen Eigenlenkeffekte abbildet [13]. Aus diesem Grund hat sich die Definition nach Bergman durchgesetzt [47]. Nach dieser Definition wird der lokale Gradient aus dem Radlenkwinkel und der Querbeschleunigung gebildet, der als Eigenlenkgradient (EG) bezeichnet wird. Entscheidend für das Fahrempfinden ist der Lenkradwinkel, den der Fahrer aufbringen muss. Daher wird zur Bewertung des Eigenlenkverhaltens an dieser Stelle der häufig in der Literatur ebenfalls verwendete Lenkradwinkelgradient $\frac{d\delta_h}{da_y}$ herangezogen. Dazu wird Gleichung (2.31) mit der Lenkübersetzung i_S auf den Lenkradwinkel δ_h umgerechnet und anschließend nach der Querbeschleunigung abgeleitet. Daraus folgt:

$$\frac{d\delta_h}{da_y} = \frac{1}{i_S} \cdot \frac{m}{l} \cdot \left(\frac{l_h}{c_{\alpha,v}} - \frac{l_v}{c_{\alpha,h}} \right) \tag{2.33}$$

Ein Fahrzeug wird in der Regel als gut bewertet, wenn der Lenkwinkel proportional zur zunehmenden Querbeschleunigung linear ansteigt [15]. Vor Erreichen des Grenzbereichs sollte der erforderliche Lenkwinkel deutlich zunehmen, um den Fahrer frühzeitig zu warnen.

Abbildung 2.23 zeigt den Lenkwinkelbereich von mehreren untersuchten PKWs bei einem befahrenen Kreisradius von 40 m. Dabei wird ein relativ großer Wertebereich sichtbar, wodurch keine endgültige Aussage darüber getroffen werden kann, in welchem Bereich ein Fahrzeug liegen muss, um als gut bewertet zu gelten.

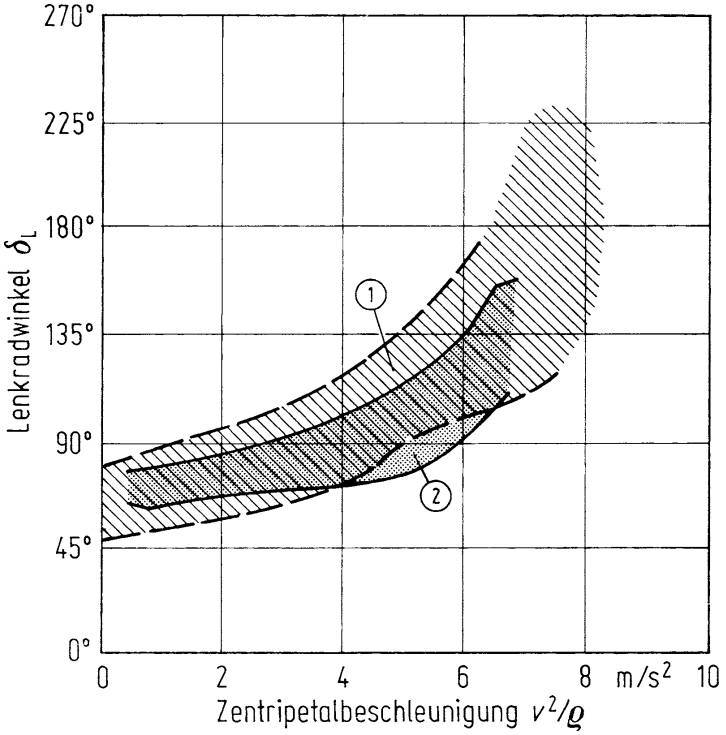


Abbildung 2.23.: Lenkwinkel-Bereich von gut bewerteten Fahrzeugen aus verschiedenen Untersuchungen auf einem Kreisradius von 40 m [15].

Als weitere wichtige Kenngrößen in der stationären Betrachtung haben sich verschiedene stationäre Verstärkungsfaktoren (auch als Kreisfahrwerte bezeichnet) etabliert, die das Übertragungsverhalten im stationären Bereich charakterisieren. Eine der wichtigsten Größen ist der stationäre Gierverstärkungsfaktor $\left(\frac{\dot{\psi}}{\delta_h}\right)_{stat}$, der angibt wie stark das Fahrzeug auf eine Lenkwinkeleingabe mit Gierbewegungen reagiert. Er steht in engem Zusammenhang mit der subjektiv empfundenen Agilität [48]. Die Gierverstärkung wird berechnet, indem die Ausgangsgröße auf die Eingangsgröße bezogen wird. Aus Gleichung (2.31) ergibt sich hierfür:

$$\left(\frac{\dot{\psi}}{\delta_h}\right)_{stat} = \frac{v}{i_S \cdot l + \frac{1}{i_S} \cdot \frac{m}{l} \cdot \left(\frac{l_h}{c_{\alpha,v}} - \frac{l_v}{c_{\alpha,h}}\right)} = \frac{v}{i_S \cdot l + \frac{d\delta_h}{da_y} \cdot v^2} \tag{2.34}$$

Weitere relevante Kenngrößen sind die Querbeschleunigungsverstärkung $\left(\frac{a_y}{\delta_h}\right)_{stat}$ und die Schwimmwinkelverstärkung $\left(\frac{\beta}{\delta_h}\right)_{stat}$. Die sich wie folgt berechnen:

$$\left(\frac{a_y}{\delta_h}\right)_{stat} = \frac{v^2}{i_S \cdot l + \frac{d\delta_h}{da_y} \cdot v^2} \tag{2.35}$$

$$\left(\frac{\beta}{\delta_h}\right)_{stat} = \frac{l_h - \frac{l_v m}{l c_{\alpha,h}} \cdot v^2}{i_S \cdot l + \frac{d\delta_h}{da_y} \cdot v^2} \tag{2.36}$$

Instationäre Betrachtung

Zur Charakterisierung des instationären Verhaltens des Einspurmodells können aus der Zustandsraumdarstellung in Gleichung (2.29) die Eigenfrequenzen und Dämpfungsgrade bestimmt werden. Übliche, untersteuernde Fahrzeuge weisen im fahrdynamisch relevanten Geschwindigkeitsbereich zwei konjugiert komplexe Eigenwerte auf [49]. Die Eigenwerte ergeben sich wie folgt:

$$\lambda_{1,2} = -D\,\omega_0 \;\pm\; j\,\underbrace{\omega_0\sqrt{1-D^2}}_{\omega_e} \tag{2.37}$$

mit:

D : Lehr'sches Dämpfungsmaß (Gierdämpfung)
ω_0 : Ungedämpfte Giereigenkreisfrequenz
ω_e : Gedämpfte Giereigenkreisfrequenz

In diesem Fall können die ungedämpfte Giereigenkreisfrequenz ω_0 und das Dämpfungsmaß D direkt aus der Systemmatrix $\mathbf{A}$ in Gleichung (2.29) ermittelt werden. Die ungedämpfte

Giereigenfrequenz ergibt sich dabei aus der Determinante:

$$\omega_0{}^2 = det(A) = (a_{11} \cdot a_{22}) - (a_{12} \cdot a_{21}) = \frac{mv^2\,(c_{\alpha,h} l_h - c_{\alpha,v} l_v) + c_{\alpha,v} c_{\alpha,h} l^2}{I_{zz} \cdot m \cdot v^2} \tag{2.38}$$

Das Gierdämpfungsmaß kann aus der Spur der Systemmatrix bestimmt werden:

$$D = -\frac{spur(A)}{2\omega_0} = \frac{1}{2\omega_0}\left[\frac{I_{zz}(c_{\alpha,v} + c_{\alpha,h}) + m(c_{\alpha,v} l_v^2 + c_{\alpha,h} l_h^2)}{I_{zz} \cdot m \cdot v}\right] \tag{2.39}$$

Die gedämpfte Giereigenkreisfrequenz ω_e ergibt sich gemäß Gleichung (2.37) wie folgt:

$$\omega_e = \omega_0 \sqrt{1 - D^2} \tag{2.40}$$

Ein zentrales Ziel der fahrdynamischen Auslegung von Fahrzeugen ist ein schnelles Lenkansprechverhalten bei gleichzeitig minimalem Überschwingen der Gierbewegung [16]. Um dies zu erreichen, wird eine Erhöhung der gedämpften Giereigenfrequenz angestrebt, da sie die Reaktionsgeschwindigkeit des Fahrzeugs auf instationäre Lenkbewegungen verbessert. Gleichzeitig ist ein hohes Dämpfungsmaß erforderlich, um unerwünschtes Überschwingen zu minimieren [49]. Der Zusammenhang zwischen Giereigenfrequenz und Dämpfungsmaß und der Einfluss auf das Fahrverhalten zeigt Abbildung 2.24a. Eine Übersicht aktueller Fahrzeuge aus verschiedenen Klassen findet sich in Abbildung 2.24b.

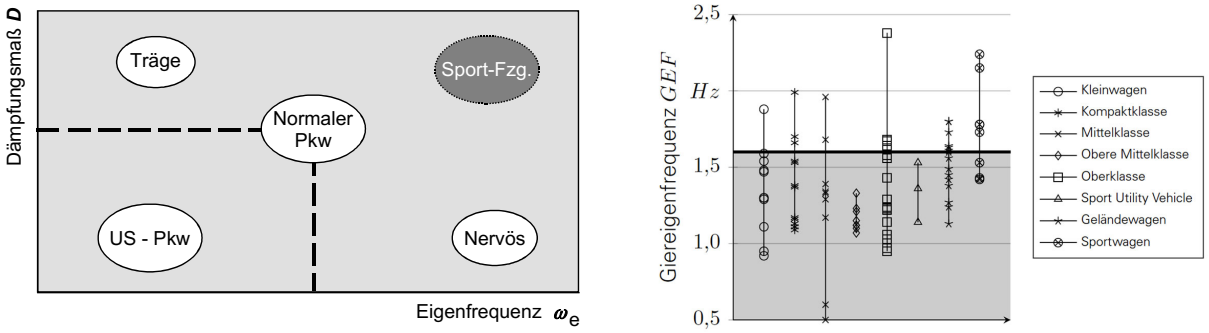


Abbildung 2.24.: (a) Fahrzeugcharakteristik in Abhängigkeit von der Gierdämpfung und der Giereigenfrequenz [16], **(b)** Wettbewerbsanalyse der Giereigenfrequenz für verschiedene Fahrzeuge verschiedener Fahrzeugklassen [44]

Zur Bestimmung der Übertragungsfunktionen wird das Differentialgleichungssystem (2.29) mithilfe der Laplace-Transformation in den Bildbereich überführt. Durch Quotientenbildung lassen sich anschließend die Übertragungsfunktionen mit der Laplace-Variablen s wie folgt formulieren:

$$G_{\dot{\psi}}(s) = \frac{\dot{\psi}(s)}{\delta_h(s)} = \left(\frac{\dot{\psi}}{\delta_h}\right)_{stat} \cdot \frac{1 + T_{\dot{\psi}} s}{1 + \frac{2D}{\omega_0} s + \frac{1}{\omega_0^2} s^2} \quad \text{mit} \quad T_{\dot{\psi}} = \frac{mv \cdot l}{c_{\alpha,h} \cdot l_h} \tag{2.41}$$

$$G_{\beta}(s) = \frac{\beta(s)}{\delta_h(s)} = \left(\frac{\beta}{\delta_h}\right)_{stat} \cdot \frac{1 + T_{\beta} s}{1 + \frac{2D}{\omega_0} s + \frac{1}{\omega_0^2} s^2} \quad \text{mit} \quad T_{\beta} = \frac{I_{zz}}{v \cdot c_{\alpha,h} \cdot l_h - l_v \cdot mv^2} \tag{2.42}$$

$$G_{a_y}(s) = \frac{a_y(s)}{\delta_h(s)} = \left(\frac{a_y}{\delta_h}\right)_{stat} \cdot \frac{1 + T_{a1} s + T_{a2} s^2}{1 + \frac{2D}{\omega_0} s + \frac{1}{\omega_0^2} s^2} \quad \text{mit} \quad T_{a1} = \frac{l_h}{v} \qquad T_{a2} = \frac{I_{zz}}{c_{\alpha,h} \cdot l} \tag{2.43}$$

Mithilfe dieser drei Übertragungsfunktionen kann die Dynamik für das lineare Einspurmodell aus Abbildung 2.19 somit vollständig beschrieben werden.

Auf Basis der hergeleiteten Gleichungen kann der Einfluss einzelner Modellparameter auf das Fahrverhalten analysiert werden. Die folgende Tabelle gibt einen Überblick über den Einfluss der Fahrzeugmasse m, Massenträgheit I_{zz}, Schwerpunktlage und Schräglaufsteifigkeit der Hinterachse $c_{\alpha,h}$ auf das Fahrverhalten.

Tabelle 2.1.: Einfluss von Modellparametern auf das Fahrverhalten nach [49]

Parameter	**Variation**	**EG**	$\boldsymbol{\omega_0}$	**D**
m	↗	↗	↘	↘
I_{zz}	↗	→	↘	→
SP-Lage (l = konst.)	nach hinten	↘	↘	↗
$c_{\alpha,h}/c_{\alpha,v}$ ($c_{\alpha,h}$+$c_{\alpha,v}$ = konst.)	↘	↘	↘	↗

2.2. Bauarten von PKW-Radführungen und der Einsatz in aktuellen BEVs

Im Folgenden wird ein grundlegender Überblick über die verschiedenen Bauformen von PKW Radführungen und deren Einsatz in aktuellen BEVs gegeben. Zusätzlich werden weitere bauraumsparende Achskonzepte und relevante Patente aus der Forschung beleuchtet, um einen möglichst vollständigen Gesamtüberblick zu erhalten.

Radführungen werden üblicherweise nach dem Grad ihrer Kopplung zwischen den Rädern klassifiziert. Grundsätzlich lassen sich drei Hauptformen unterscheiden: **Einzelradaufhängungen**, **Starrachsen** und **Verbundaufhängungen**.

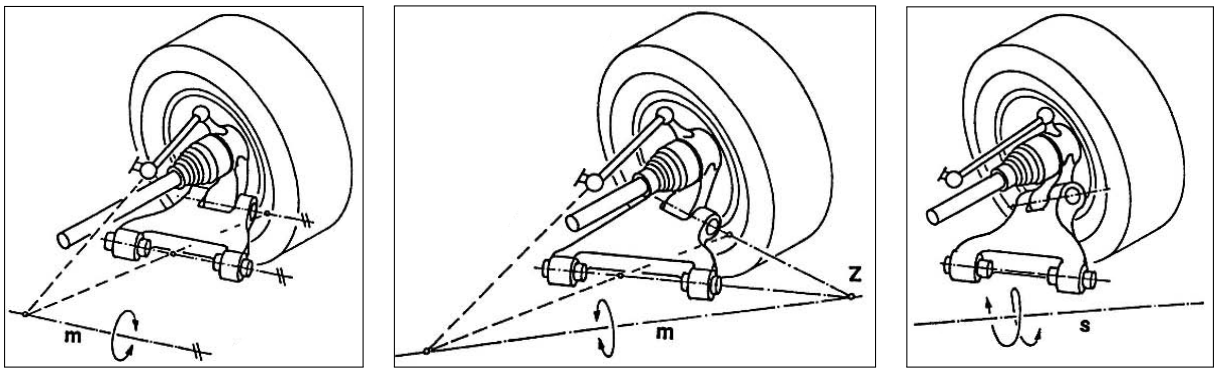
2.2.1. Einzelradaufhängungen

Die Einzelradaufhängung führt jedes Rad individuell und stellt somit an jedem Rad einen in sich vollständig kinematisch bestimmten Mechanismus mit einem Freiheitsgrad für den Radhub

dar. Das führt dazu, dass sowohl bei symmetrischen Federvorgängen wie Geradeausfahrt oder Beladungsänderung als auch bei antimetrischen Federvorgängen bei Kurvenfahrt, das Rad die gleiche Bewegung relativ zur Fahrzeugkarosserie ausführt. Die Auslegung der Kinematik für Kurvenverhalten und Geradeausfahrt ist nicht unabhängig voneinander möglich [17].

Während bei der Kurvenfahrt ein hoher Seitenkraftaufbau durch starke Änderungen der Radwinkel (Spur und Sturz s. Abschnitt 2.1.1) erwünscht ist, wird bei Beladungsänderung und Geradeausfahrt eine möglichst geringe Radstellungsänderung der selbigen angestrebt, wodurch der Reifenverschleiß minimiert und ein stabiler Geradeauslauf gewährleistet werden soll [17].

Vorteilhaft wirkt sich die mechanische Entkopplung zwischen linker und rechter Radseite aus. So lassen sich in der Theorie störende Kopiereffekte, bei einer einseitigen Radanregung, vollständig vermeiden. In der Praxis jedoch werden zur getrennten Auslegung der Hub- und Wankfederung üblicherweise Stabilisatoren eingesetzt, die das linke und rechte Rad miteinander koppeln, sodass Kopiereffekte in der Realität nicht vollständig vermieden werden können. Eine Lösung bieten hier aktive und semi-aktive Stabilisatoren, die je nach Fahrsituation den Kopplungsgrad aktiv oder frequenzselektiv beeinflussen können [50].



(a) **(b)** **(c)**

Abbildung 2.25.: Klassifizierung der Einzelradaufhängung nach Bewegungsformen am Beispiel eines Trapezlenkers nach [17]: **(a)** Ebener Mechanismus mit parallel ausgerichteten Drehachsen, ermöglicht Bewegung in einer festen Ebene um eine Drehachse (m); **(b)** Sphärischer Mechanismus, bei dem das Rad um einen festen Zentralpunkt (Z) mit der Drehachse (m) eine sphärische Bewegung ausführt; **(c)** Räumlicher Mechanismus, bei dem die Bewegung um eine Momentanschraubenachse (s) erfolgt.

Aufgrund der Vielzahl an verschiedenen Mechanismen für Einzelradaufhängungen gibt es in der Literatur verschiedene Ansätze diese einzuteilen. [13, 17, 21, 22]. Eine verbreitete Klassifizierung erfolgt nach der Bewegungsart, die durch den Radführungsmechanismus ermöglicht wird. So zeigt Abbildung 2.25 die von Matschinsky vorgeschlagene Einteilung in drei Bewegungsklassen am Beispiel eines Trapezlenkers [17, 32]:

Ebene Mechanismen: Die einfachste Form der Einzelradführung ist der ebene Mechanismus, gezeigt in Abbildung 2.25a. Durch die beiden parallel stehenden Drehachsen des Trapezlenkers bildet sich zusammen mit dem oberen Lenker die ebenfalls dazu parallel stehende Drehachse (m). Diese kann wie in diesem Beispiel virtuell oder auch wie später, in Abbildung 2.26a gezeigt, real durch ein Drehgelenk ausgeführt sein. Entscheidendes Merkmal ist dabei, dass

die Drehachse ihre parallele Ausrichtung bei Ein- und Ausfederung beibehält, wodurch die Bewegung des Radträgers exakt in einer Ebene beschrieben werden kann. Die räumliche Lage der Drehachse m ist nicht zwangsläufig fixiert, sondern kann sich, wie im Beispiel aus Abbildung 2.25a, bei Ein- und Ausfederung parallel verschieben.

Sphärische Mechanismen: Führt das Rad eine räumliche Bewegung um einen relativ zur Karosserie feststehenden Zentralpunkt (Z) aus, liegt, wie in Abbildung 2.25b gezeigt, ein sphärischer Mechanismus vor. Der Begriff „sphärisch“ verweist dabei auf die Bewegungsform, bei der sich jeder Punkt des Rades (Radträgers) auf einer Kugeloberfläche um diesen Zentralpunkt bewegt. Gleichzeit pendelt die Momentandrehachse (m) bei Ein- und Ausfederung um diesen Zentralpunkt [17]. Der Zentralpunkt (Z) bildet sich, wie in Abbildung 2.25b zu sehen, durch den Schnittpunkt der beiden Drehachsen des Trapezlenkers. Der Zentralpunkt kann real oder virtuell ausgeführt sein.

Räumliche Mechanismen: In Abbildung 2.25c wird der räumliche Mechanismus am Beispiel des Trapezlenkers veranschaulicht. Dabei werden die Drehachsen des Lenkers so ausgerichtet, dass sie keinen gemeinsamen Schnittpunkt mehr haben. Die resultierende räumliche Radbewegung erfolgt somit nicht mehr um einen feststehenden Punkt, sondern um eine Momentanschraubenachse (s). Diese allgemeinste Form der Starrkörperbewegung wurde erstmals von Ball im Jahr 1876 beschrieben [51]. Sie besagt, dass jede Bewegung eines Starrkörpers durch eine Kombination aus Rotation um eine Schraubenachse (s) und einen translatorischen Geschwindigkeitsanteil (Vorschub) in Richtung dieser beschrieben werden kann (s. Abbildung 2.25c). Wichtig hierbei zu bemerken ist, dass es sich in der allgemeinen Form um eine Momentanschraubenachse handelt, die keineswegs unveränderlich sein muss. Vielmehr kann sich die Lage der Schraubenachse wie auch der Vorschub auf selbiger bei Ein- und Ausfederung ändern, und kann darum nur für den momentanen Geschwindigkeitszustand mit einer solchen beschrieben werden.

2.2.1.1. Ebener Mechanismus: Längslenkerachse

Die Längslenkerachse ist eine der einfachsten Formen der Einzelradaufhängung. Charakteristisch für diese Art der Radführung ist ihr ebener Mechanismus, bei der sich das Rad stets in einer unveränderlichen Ebene relativ zur Fahrzeugkarosserie bewegt. Exemplarisch zeigt Abbildung 2.26a die Längslenkerachse der ersten Mercedes A-Klasse. Das Rad ist über ein möglichst steifes Kegelrollenlager an den Hilfsrahmen (Fahrschemel) angebunden und Feder und Dämpfer stützen sich aus Bauraumgründen ebenfalls an diesem ab [21]. Der Fahrkomfort wird maßgeblich durch die Hydrolager des Hilfsrahmens gewährleistet, während das Drehlager die gesamten Seitenkräfte abstützt. Zur Steigerung der Steifigkeit wurde, wie in Abbildung 2.26a dargestellt, ein Zuganker verwendet, wodurch die Vorspuränderung unter Seitenkraft um bis 75 % reduziert werden konnte [21].

Die resultierende kinematische Drehachse (m) der Räder verläuft quer in Fahrzeugrichtung durch beide Kegelrollenlager. Folglich bewegen sich beide Räder auf einer relativ zum Fahrzeugaufbau unveränderlichen yz-Ebene. Relativ zum Fahrzeugaufbau findet somit keine Sturz-

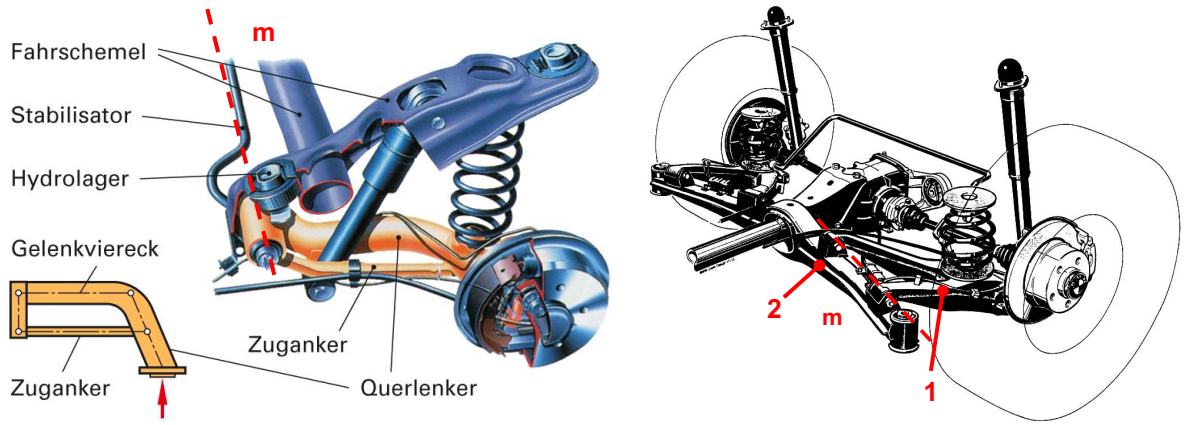


Abbildung 2.26.: Einzelradaufhängungen mit ebenen Mechanismen: **(a)** Längslenkerachse der Mercedes A-Klasse aus den Jahren 1997 bis 2004 nach [52]; **(b)** Schräglenkerachse des Opel Omega A (1986-1993) nach [53].

und Spuränderung statt. Der fahrbahnbezogene Sturzwinkel γ^* entspricht demnach dem Fahrzeugwankwinkel φ.

Vorteile:

+ vergleichsweise einfacher Aufbau durch nur 2 Lenker,
+ geringer Bauraumbedarf, besonders hinter dem Hilfsrahmen,
+ gute Bremsnickabstimmung durch Lage des Längspols.

Nachteile:

– keine Wankkompensation durch Kinematik, dadurch verringertes Seitenkraftführungspotenzial,
– vorderes Lager überträgt alle Radkräfte, dadurch geringe Quersteifigkeit,
– elastokinematische Nachspurtendenz unter Seitenkraft,
– besonders Längskomforteigenschaften müssen durch zusätzlichen Hilfsrahmen gewährleistet werden.

2.2.1.2. Ebener Mechanismus: Schräglenkerachse

Ein weiteres Beispiel für einen ebenen Mechanismus zeigt die ab 1986 von Opel eingesetzte Schräglenkerachse in Abbildung 2.26b. Für eine gute Abstützung von Seitenkräften sind die Schräglenker (1) pro Radseite über zwei möglichst weit auseinander liegende Gelenkpunkte und an einen Hilfsrahmen (2) angebunden. Die Drehachse (m) für jedes Rad wird durch die Verbindungslinie zwischen diesen beiden Punkten definiert. Durch die räumliche Orientierung der Drehachse findet eine merkliche Spur und Sturzänderung relativ zum Fahrzeugaufbau statt. Die fahrbahnbezogene Sturzwinkeländerung durch das Wanken des Fahrzeugaufbaus kann somit durch die Kinematik in gewissen Teilen kompensiert werden [13].

Aus elastokinematischer Perspektive muss auch die Schräglenkerachse einen Kompromiss zwischen Längskomfort und Seiten- und Vorspursteifigkeit eingehen. Für maximale Steifigkeit sollten die Lager möglichst steif ausgelegt sein, während hoher Längskomfort eine gewisse Nachgiebigkeit erfordert. Dieser Zielkonflikt lässt sich nur begrenzt lösen, etwa durch den Einsatz eines elastischen Hilfsrahmens oder zusätzlicher Querabstützungen, wie sie im späteren Modellen des Opel Omega eingesetzt wurden [17].

Ein ebener Mechanismus bietet grundsätzlich nur eingeschränkte kinematische und auch elastokinematische Auslegungsfähigkeiten [17] und wurde aus diesem Grund sukzessive durch komplexere Radführungen ersetzt.

Vorteile:

+ einfache Auslegung der Spur- und Sturzkinematik durch Ausrichtung der Drehachse (m),
+ Schräglenker in xy-Ebene, dadurch flache Bauweise möglich,
+ Wankkompensation durch Sturzkinematik möglich und dadurch gutes Seitenkraftführungspotential,
+ gute Bremsnickabstimmung durch Lage des Längspols.

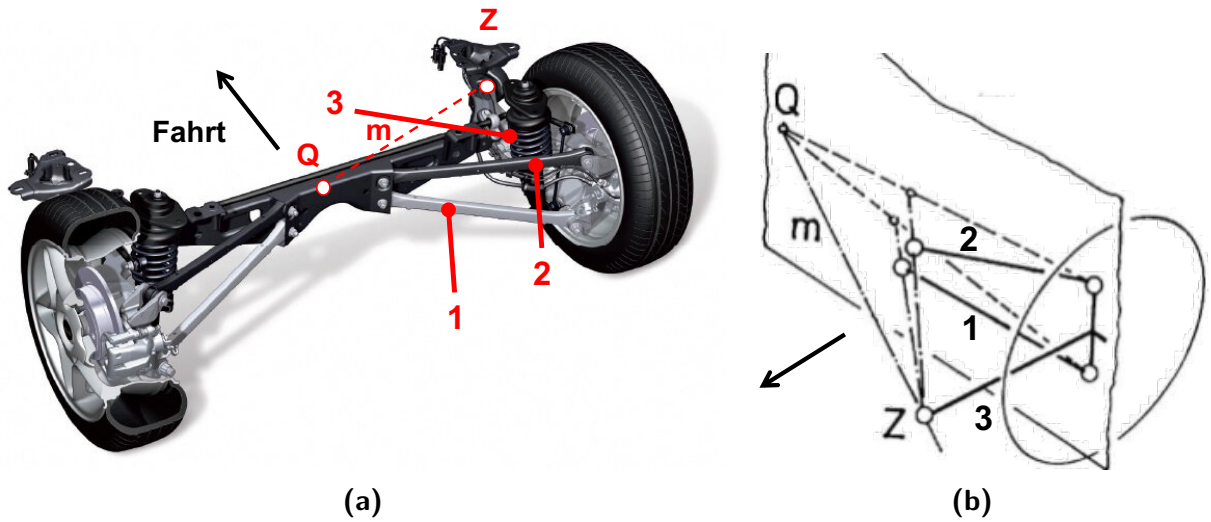
Nachteile:

– zusätzlicher Hilfsrahmen für Anbindung und elastokinematische Abstimmung notwendig,
– elastokinematische Nachspurtendenz unter Seitenkraft,

2.2.1.3. Sphärischer Mechanismus: Zentrallenkerachse

Ein bis heute in mehreren BMW-Modellen verwendeter sphärischer Mechanismus mit realem Zentralpunkt (Z) ist die von BMW als Zentrallenkerachse bezeichnete Radführung, dargestellt in Abbildung 2.27a. Eine gute Abstützung gegen Seitenkräfte wird durch die schräg hinter der Radmitte positionierten Querlenker (1) und (2) erreicht, die karosserieseitig in der Fahrzeugmitte über einen Hilfsrahmen angebunden sind und so zu einem präzisen und schnellen Lenk-Ansprechverhalten beitragen [54]. Die Elastokinematik resultiert maßgeblich aus dem großvolumigen Gummilager am Zentralpunkt (Z), welches das Rad durch eine Längsschwinge (3) mit der Karosserie verbindet. Die Längsschwinge selbst ist starr mit dem Rad verbunden.

Wie im mechanischen Ersatzschaubild in Abbildung 2.27b dargestellt, bilden beide Querlenker, durch Projektion auf die yz-Ebene auf Höhe der Radaufstandspunkte, den Querpol (Q). Zusammen mit dem Zentralpunkt (Z) ergibt sich die Drehachse (m), um die das Rad bei Federbewegungen, sphärisch wie oben beschrieben, schwenkt. Die Lage beider Querlenker (1) und (2) kann auf diese Weise in gewissen Grenzen frei variiert werden ohne die Lage des Querpols (Q) und somit der resultierenden Gesamtkinematik zu beeinflussen. Aus diesem Grund können für den BMW-Mini die Anbindungspunkte sehr weit in Fahrtrichtung nach hinten platziert werden, wodurch vor der Radmitte zusätzlicher Bauraum geschaffen wird, der in diesem Fall für den Kraftstofftank genutzt wird [54]. Die Lage des Längspols wird maßgeblich durch die



(a) (b)

Abbildung 2.27.: Einzelradaufhängung mit sphärischen Mechanismus: **(a)** Zentrallenkerachse des BMW-Mini aus dem Jahr 2002 mit (Z) Zentralpunkt, (Q) Querpol, (m) Momentandrehachse, (1) und (2) Querlenker und (3) Längsschwinge starr mit dem Rad verbunden, nach [13], **(b)** mechanisches Ersatzschaubild der Zentrallenkerachse nach [17]

Position des Zentralpunktes (Z) bestimmt.

Die Querkräfte auf Radhöhe werden über die möglichst steif angebunden Lenker (1) und (2) abgestützt, während die Längskräfte über das vordere weiche Gummilager am Zentralpunkt (Z) übernommen werden. Das Gummilager am Zentralpunkt ist, wie in Abbildung 2.27a gezeigt, axial entlang der Drehachse (m) ausgerichtet, um kardanische Verzwängungen möglichst gering zu halten und beeinflusst maßgeblich die Elastokinematik [17]. Durch diese Funktionstrennung kann eine hohe Steifigkeit unter Seitenkraft in Kombination mit einer hohen Längsnachgiebigkeit erreicht werden.

Vorteile:

+ gute Auslegungsfähigkeit der Kinematik; die Lage und Länge der Querlenker kann in Grenzen frei variiert werden, wodurch Bauraumgewinn zwischen den Rädern möglich ist,
+ gute elastokinematische Abstimmung möglich durch Trennung Lastpfade für Quer- und Längskräfte,
+ Schrägfederung und Bremsnickeigenschaften können durch Lage des Zentralpunktes gut ausgelegt werden.

Nachteile:

– zusätzlicher Hilfsrahmen für Anbindung der Querlenker notwendig,
– höhere Bauteilanzahl pro Rad: 2 Querlenker, 1 Längsschwinge und 5 Gummilager,
– vergleichsweise hohe ungefederte Masse durch massive Längsschwinge.

2.2.1.4. Räumlicher Mechanismus: Mehrlenkerachse in Schwertlenkerbauweise

Wird der Zentrallenker aus Abbildung 2.27a um ein biegeweiches „Schwert“ ersetzt und der zusätzliche entstandene Freiheitsgrad durch einen weiteren Lenker (2) wieder aufgehoben, entsteht ein räumlicher Radführungsmechanismus. Abbildung 2.28 zeigt diese Bauform der Radführung, die in die Kategorie der Mehrlenkerachsen (MLAs) einzugruppieren ist. Aufgrund des schwertähnlichen Längslenkers (4) wird sie oft als Schwertlenkerachse (SLA) bezeichnet und wurde in dieser Form erstmals im Ford Focus im Jahr 1998 eingesetzt [17]. Der Radträger wird hierbei über den Spurlenker (1), den Federlenker (2), den Sturzlenker (3) und das Schwert (4) geführt. In Seitenansicht (xz-Ebene) schwenkt der Radträger (6), ähnlich zu Zentrallenkerachse, näherungsweise um den vorderen Lagerpunkt des Schwertes (A) und bildet somit den Längspol.

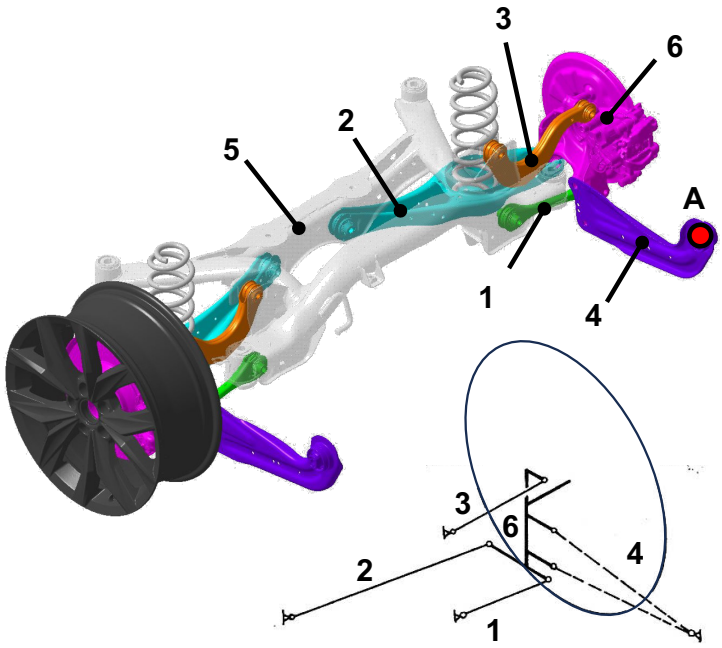


Abbildung 2.28.: Einzelradaufhängungen als räumlicher Mechanismus in Schwertlenkerbauweise: Exemplarisch Schwertlenkerachse des Volkswagen (VW) Tiguan (2016) und das entsprechende mechanisches Ersatzschaubild nach [17], (1) Spurlenker, (2) Federlenker, (3) Sturzlenker, (4) Schwertlenker, (5) Hilfsrahmen, (6) Radträger.

Das Schwert (4) selbst ist fest mit dem Radträger verschraubt und in Querrichtung biegeweich und in Längsrichtung torsionsweich gestaltet. Das führt dazu, dass nahezu alle Querkräfte durch die Querlenker (1-3) über den Hilfsrahmen (5) an die Fahrzeugkarosserie übertragen werden (blauer Konturpfeil in Abbildung 2.29a). Die Kräfte in Längsrichtung werden dagegen zum Großteil über das Schwert übertragen, sodass das vordere großvolumige Elastomerlager (A) maßgeblich für den Komfort bei Längsstößen verantwortlich ist [13] (roter Konturpfeil in Abbildung 2.29b). Durch die getrennten Lastpfade lässt sich, wie bei der Zentrallenkerachse, eine hohe Seitensteifigkeit in Kombination mit einer hohen Längselastizität erreichen.

Die gewünschte elastische Vorspurstellung bei Querkraft wird, wie in Abbildung 2.29a gezeigt, durch eine gezielte Orientierung der Lenker (1) und (2) und die Steifigkeit der angebundenen

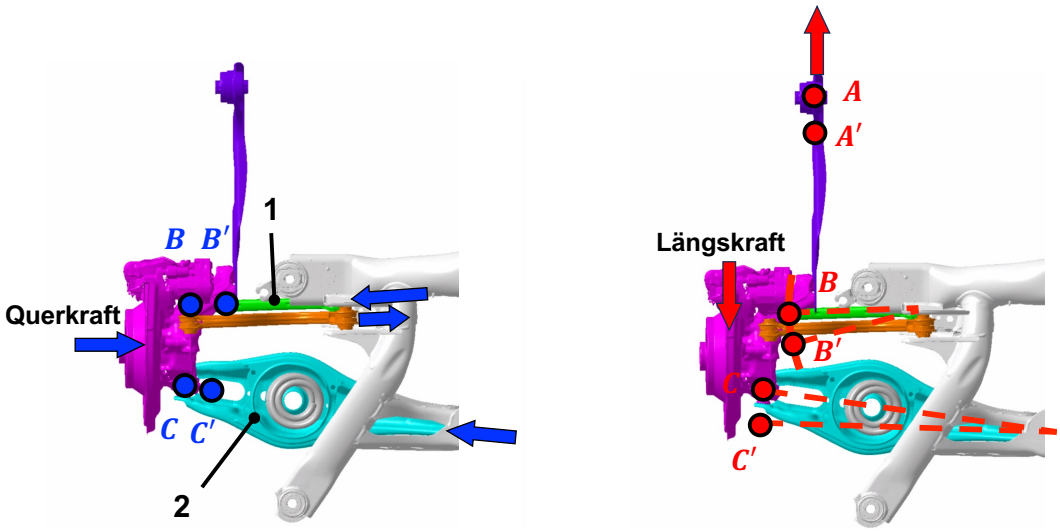


Abbildung 2.29.: Elastokinematik der Schwertlenkerachse des VW Tiguan: **(a)** unter Querkrafteinfluss (blauer Konturpfeil), elastische Verschiebung der Lenker-Punkte $B \rightarrow B'$ und $C \rightarrow C'$ bewirkt Vorspur; **(b)** unter Längskrafteinfluss (roter Konturpfeil), elastische Verschiebung der Lenker-Punkte $A \rightarrow A'$, $B \rightarrow B'$ und $C \rightarrow C'$ bewirkt Vorspur.

Elastomerlager erzielt. Die elastische Verschiebung des Lenker-Punktes $B \rightarrow B'$ ist größer als die Bewegung von $C \rightarrow C'$ woraus sich bei Querkraft-Wirkung eine Vorspurstellung des Rades ergibt.

Unter Längskrafteinfluss deformiert dagegen hauptsächlich das vordere weiche Elastomerlager von $A \rightarrow A'$ (Abbildung 2.29b). Die Lenker-Punkte bewegen sich währenddessen auf einer Kreisbahn um die karosserieseitige Anbindungsstelle am Hilfsrahmen. Der vordere Lenker-Punkt wandert infolgedessen, aufgrund der Orientierung des Lenkers, von $B \rightarrow B'$ nach innen, während der hintere Lenker-Punkt von $C \rightarrow C'$ nach außen wandert. Als Resultat schwenkt das Rad unter Längskraft elastisch in Richtung Vorspur.

Vorteile:

- \+ geringe ungefederte Massen als Zentrallenkerachse durch leichten Schwertlenker,
- \+ nahezu alle Querkräfte werden über die Querlenker übertragen, dadurch hoher Längskomfort durch besonders weiches Lager an Schwertlenker möglich,
- \+ hohe Spur-, Sturz- und Seitensteifigkeit unter Querkraft,
- \+ elastisches Vorspurlenken unter Quer- und Längskräften.

Nachteile:

- – zusätzlicher Hilfsrahmen für Anbindung der drei Querlenker notwendig,
- – hohe Bauteilanzahl pro Rad: 3 Querlenker mit 6 Elastomerlagern, 1 biegeweiches Schwert mit 1 großvolumigen Elastomerlager.

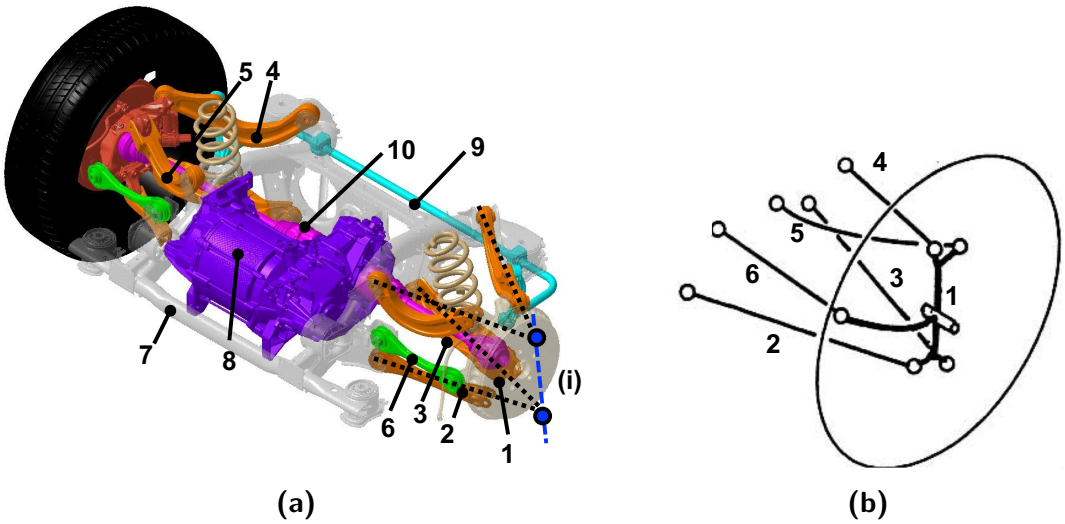


Abbildung 2.30.: Einzelradaufhängungen als räumlicher Mechanismus in Fünf-Lenkerbauweise: **(a)** Fünf-Lenkerachse des VW ID.3 (2021) mit (1) Radträger, (2-5) Querlenker, (6) Spurlenker, (7) Hilfsrahmen, (8) Elektromotor, Getriebe und Differenzial, (9) Stabilisator, (10) Antriebswellen, **(b)** mechanisches Ersatzschaubild der Fünf-Lenkerachse

2.2.1.5. Räumlicher Mechanismus: Fünf-Lenkerachse

Die Einzelradaufhängung mit der größtmöglichen kinematischen und elastokinematischen Auslegungsfähigkeit stellt die Fünf-Lenkerachse dar [17], im Einsatz als Hinterachse auch als Raumlenkerachse bezeichnet [13].

Abbildung 2.30a zeigt, die aktuell in Serie eingesetzte Fünf-Lenkerachse des VW ID3. Der Radträger (1) wird, wie im mechanischen Ersatzschaubild 2.30b gezeigt, über fünf einzelne Stablenker (2-6) geführt. Die beiden unteren (2-3) und oberen (4-5) Querlenker sind zueinander winklig angestellt und bilden so die virtuelle Lenkachse (i). Der fünfte Lenker (6) ist radseitig vor der Radmitte (in anderen Fällen auch hinter der Radmitte) angebunden und hat zum Großteil Einfluss auf die Spurkurve bei Ein- und Ausfederung und wird darum häufig als Spurlenker bezeichnet. Die einzelnen Lenker sind karosserieseitig an einen elastisch gelagerten Hilfsrahmen (7) angebunden. In diesem sind der zentrale Elektromotor sowie die einstufige Getriebeeinheit (8) in Fahrrichtung vor der Radmitte positioniert. Der Stabilisator (9) ist aus Bauraumgründen hinter der Radmitte angeordnet. Die Antriebswellen (10) verlaufen ausgehend der Getriebeeinheit zu den Rädern und treiben diese an.

Aufgrund der hohen Anzahl an Lenkern und Elastomerlagern bietet die Fünf-Lenkerachse das größte elastokinematische Auslegungspotential, da alle Elastomerlager einzeln abgestimmt werden können [17]. Zudem können weitere elastokinematische Effekte durch den elastisch gelagerten Hilfsrahmen generiert werden.

Die hohe Anzahl an Lenker und Lagerstellen wirkt sich aber nachteilig auf die Kosten und den Bauraum aus. Außerdem wird durch die hohe Anzahl an Lagern die Nebenfederrate erhöht, was eine gezielte Abstimmung der Radfederraten aufgrund von Fertigungstoleranzen und Alterungseffekten der Lager erschwert [55].

Vorteile:

+ ideale kinematische und elastokinematische Abstimmung ohne Kompromisse möglich,
+ geringe ungefederte Massen durch Stablenker,
+ keine Biegebelastung der einzelnen Lenker und dadurch geringe Momente an den einzelnen Lagerstellen

Nachteile:

– aufwendiger Hilfsrahmen für die Anbindung der einzelnen Lenker notwendig, dadurch hoher Bauraumbedarf in Fahrzeugmitte,
– hohe Bauteilanzahl pro Rad: 5 Stablenker mit insgesamt 10 Elastomerlagern,
– hohe Nebenfederrate durch hohe Anzahl an Elastomerlagern,
– aufwendige Konstruktion und Abstimmung notwendig.

2.2.2. Starrachsen

Bei der Bauform der Starrachse sind beide Räder über einen gemeinsamen „starren“ Körper verbunden und werden über Lenker zur Karosserie hin angebunden. Im Vergleich zur Einzelradaufhängung muss die Starrachse in Summe zwei Freiheitsgrade gewährleisten, um für jedes Rad individuell einen Freiheitsgrad gegenüber dem Fahrzeug zu ermöglichen [17]. Einer ermöglicht die parallele Ein- und Ausfederung bei gleichseitiger Anregung, und der andere ermöglicht die wechselseitige Federung (Wanken) während der Kurvenfahrt.

Durch die starre Kopplung beider Räder ergeben sich Nachteile. So beeinflussen sich beide Räder bei einseitiger Anregung durch ein Hindernis gegenseitig [13], wodurch es besonders bei Längslenker geführten Starrachsen zu störenden Eigenlenk-Effekten wie in Abbildung 2.31a gezeigt kommen kann. Auch treten durch die starre Verbindung beider Räder ungewünschte Kopiereffekte zwischen beiden Rädern auf (Abbildung 2.31b). Das unbeteiligte Rad wie auch der Aufbau folgen der Bewegung des angeregten Rades [13]. Ebenfalls nachteilig sind die hohen ungefederten Massen der Starrachse.

Durch die robuste und einfache Bauweise ergeben sich auch Vorteile. So wird beispielsweise die Starrachse besonders bei Fahrzeugen mit hohen Achslasten, beispielsweise im VW Caddy, eingesetzt. Vorteilhaft sind außerdem die Spur- und Sturzkonstanz bei Geradeausfahrt, die zu einer Verringerung der Fahrwiderstände und des Reifenabriebs führen [17]. Durch die konstante Sturzstellung relativ zur Fahrbahn kann auf einfache Weise ein hohes Rollzentrum realisiert werden, was sich besonders bei Fahrzeugen mit hohem Schwerpunkt als Vorteil erweist [17].

2.2.2.1. De-Dion-Achse

Abbildung 2.32a zeigt eine De-Dion Hinterachse, die in dieser Bauweise erstmal im Smart ForTwo im Jahr 1999 eingesetzt wurde [13]. Der starre bogenförmige Achskörper (1) wird

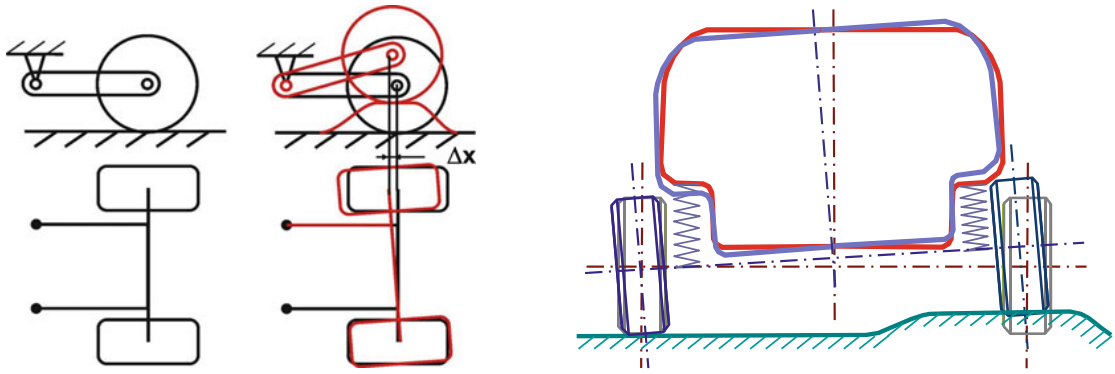


Abbildung 2.31.: Kopplungseffekte der Starrachse: **(a)** Lenkeffekte durch einseitige Radmittelpunktsverschiebung in Längsrichtung Δx, die bei längslenkergeführten Starrachsen auftreten und verstärkt werden, je näher der Längspol an der Radmitte liegt [13]; **(b)** ungewünschte Kopiereffekte des unbeteiligten Rades bei einseitiger Hindernisanregung [13].

über ein großvolumiges Elastomerlager (A) deichselartig – ähnlich wie ein Anhänger – geführt. Die hintere Querführung übernehmen zwei zur Fahrzeugmitte gelagerte Stablenker (2-3).

Kinematisch gesehen ist die De-Dion Achse bei paralleler Ein- und Ausfederung durch die beiden Querlenker, die sich wie in Abbildung 2.32a gezeigt, auf einer Kreisbahn um die karosserieseitigen Lager (B und C) bewegen wollen, überbestimmt. Die Überbestimmung wird durch eine elastische Ausgleichsbewegung der Lager an den Punkte (D und E) aufgelöst und hält sich aufgrund der vergleichsweise kleinen Federwege in dieser Fahrzeugklasse in vertretbaren Grenzen [17]. Die beiden Querlenker (2-3) übernehmen einen Großteil der Seitenführungskräfte und bewirken, da sie hinter der Radmitte angeordnet sind, eine gewünschte elastokinematische Vorspur bei Seitenkraft [17].

Durch die bogenförmige Achskörpergeometrie kann die gesamte Antriebseinheit bauraumsparend im Hinterwagen zwischen beiden Rädern platziert werden (siehe Abbildung 2.46a). Der Schwerpunkt des Achskörpers liegt nahe am Aufbaulager (A), sodass die ungefederten Massen gering gehalten werden können. Vorteilhaft wirkt sich hier außerdem das oben beschriebene charakteristische hohe Rollzentrum von Starrachsen aus. Die starke Neigung zum Wanken bei Fahrzeugen dieser Fahrzeugklasse (A-Segment), die durch den relativ hohen Schwerpunkt bedingt ist, lässt sich damit effektiv reduzieren.

2.2.2.2. Längslenker geführte Starrachse mit Panhard-Stab

Abbildung 2.32b zeigt die nicht angetriebene Starrachse des Alphasud aus dem Jahr 1972. Die Radführung in Längsrichtung erfolgt durch vier Längslenker (1-4) die für jede Fahrzeugseite in Seitenansicht (xz-Ebene) ein in Längsrichtung ausgerichtetes Watt-Gestänge bilden. Die Querführung wird durch den Panhard-Stab (5) übernommen.

Durch die nahezu parallele Watt-Gestänge Anordnung in Konstruktionslage kann der Längspol weit vor und auf Höhe der Radmitte positioniert werden. Das Rad führt dadurch bei Fe-

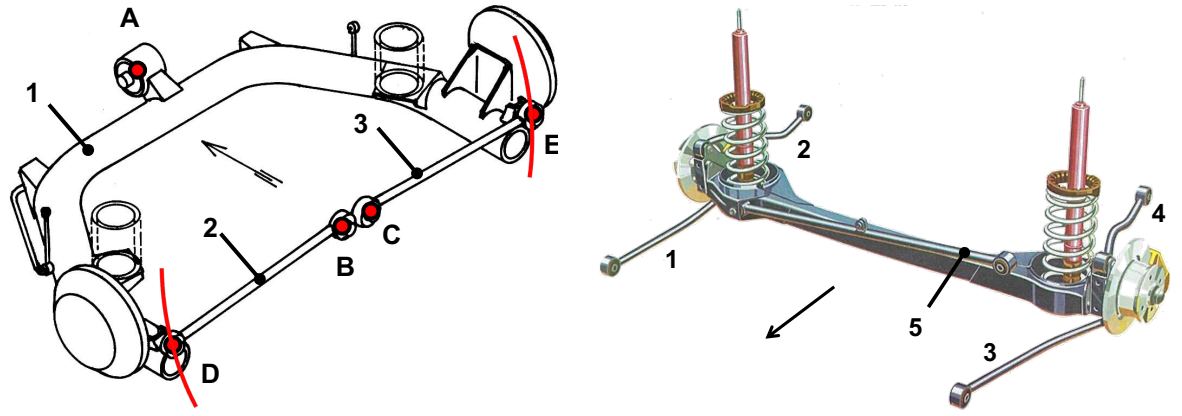


Abbildung 2.32.: Verschiedene Starrachsbauweisen: **(a)** De-Dion Starrachse des Smart ForTwo (1999) nach [17], bogenförmiger Achskörper (1) erlaubt bauraumsparende Integration von Antriebseinheit, die Querlenker (2-3) dienen zur Abstützung von Seitenkräften; **(b)** Durch vier Längslenker geführte Starrachse des Alfasud (1972) [17], die vier Längslenker (1-4) bilden pro Fahrzeugseite ein in Längsrichtung orientiertes Watt-Gestänge, die Seitenführung wird durch den Panhard-Stab (5) übernommen nach [56].

derbewegungen um die Konstruktionslage näherungsweise eine reine vertikale Bewegung aus, wodurch die oben beschriebenen ungewünschten Lenk-Effekte (durch die Bewegung Δx) aus Abbildung 2.31a bei einseitiger vertikaler Anregung deutlich reduziert werden können. Zusätzlich ergibt sich durch das Watt-Gestänge und die daraus resultierende Lage des Längspols, ein guter Bremsnickausgleich, der mit steigender Beladung progressiv zunimmt [17].

Zusammenfassend ergeben sich für die Starrachse folgende Vor- und Nachteile:

Vorteile:

+ einfache Bauweise mit vergleichsweise wenig Komponenten und dadurch geringe Kosten,
+ hohe Achslast möglich und darum Einsatz besonders in PKWs mit hoher Achslast,
+ konstante Spur und Sturzstellung bei Geradeausfahrt,
+ hohe Wankkompensation durch Sturzkonstanz relativ zur Fahrbahn,
+ hohes Rollzentrum gut umsetzbar und dadurch Einsatz bei Kleinstfahrzeugen mit einem hohen Schwerpunkt.

Nachteile:

– hohe ungefederte Massen,
– gegenseitige Radbeeinflussung und dadurch Eigenlenk- und Kopiereffekte,
– eingeschränkte elastokinematische Auslegungsfähigkeit.

2.2.3. Verbundaufhängungen

Sind beide Räder einer Fahrzeugachse über einen gemeinsamen Achskörper miteinander verbunden, weisen aber durch einen oder mehrere Freiheitsgrade eine relative Bewegungsmöglichkeit zueinander auf, wird diese im Allgemeinen als Verbundachse bezeichnet. Wie die Starrachse verfügt auch die Verbundachse über zwei Freiheitsgrade: einen für die parallele Ein- und Ausfederung und einen für die wechselseitige Bewegung (Wanken) bei Kurvenfahrt. Diese Bauweise kombiniert die Vorteile einer Starrachse – geringe Spur- und Sturzänderungen bei paralleler Federbewegung – mit denen einer Einzelradaufhängung, die deutliche Sturz- und Spuränderungen bei wechselseitiger Federbewegung ermöglicht [17].

Heutzutage findet vermehrt eine spezielle Bauform der Verbundaufhängung, die Halbstarrachse, Anwendung. Bei dieser Bauform sind beide Räder über ein torsionsweiches und biegesteifes Querprofil miteinander gekoppelt. Sie repräsentiert eine Zwischenform, die gewisse mechanische Eigenschaften von Starrachsen sowie von Einzelradaufhängungen vereint.

Die Halbstarrachse wird abhängig vom Kopplungsgrad, der durch die Position des Querprofils bestimmt wird, in drei Bauformen unterteilt, wie in Abbildung 2.33 dargestellt. Bei einer Positionierung des Querprofils nahe den karosserieseitigen Lageranbindungen wird die Bauform als Verbundlenkerachse bezeichnet. Wenn das Querprofil zentral zwischen den Rädern und den Anbindungsstellen platziert ist und somit ein höherer Kopplungsgrad erreicht wird, wird die Bauform als Koppellenkerachse klassifiziert. Weisen beide Räder einen hohen Kopplungsgrad auf und ist das Querprofil auf Radhöhe positioniert, wird die Bauform als Torsionskurbelachse bezeichnet. In der aktuellen Literatur ist die Abgrenzung zwischen Verbundlenkerachse und Koppellenkerachse jedoch weniger strikt und oft nicht klar definiert, was dazu führt, dass häufig vereinfachend die Bezeichnung Verbundlenkerachse für beide Bauformen verwendet wird. Zudem findet die Koppellenkerachse in heutigen PKWs keine Anwendung mehr und wird darum in dieser Arbeit nicht weiter betrachtet.

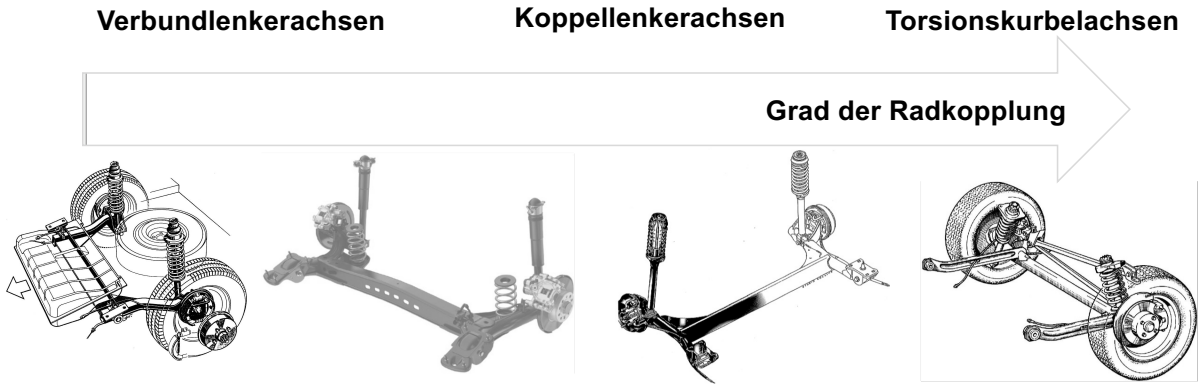


Abbildung 2.33.: Einteilung der Halbstarrachsen nach dem Grad der Radkopplung und der Position des Querträgers.

2.2.3.1. Torsionskurbelachse

Abbildung 2.34a zeigt die Torsionskurbelachse des Audi 100 aus dem Jahr 1976 [17, 57]. Das torsionsweiche nach unten geöffnete U-Profil (1) verbindet das linke und rechte Rad miteinander. Die Führung in Längsrichtung wird durch zwei biegeweiche Längslenker (2-3) realisiert, während die Querführung durch einen hinter der Radmitte angebrachten Panhard-Stab (4) gewährleistet wird.

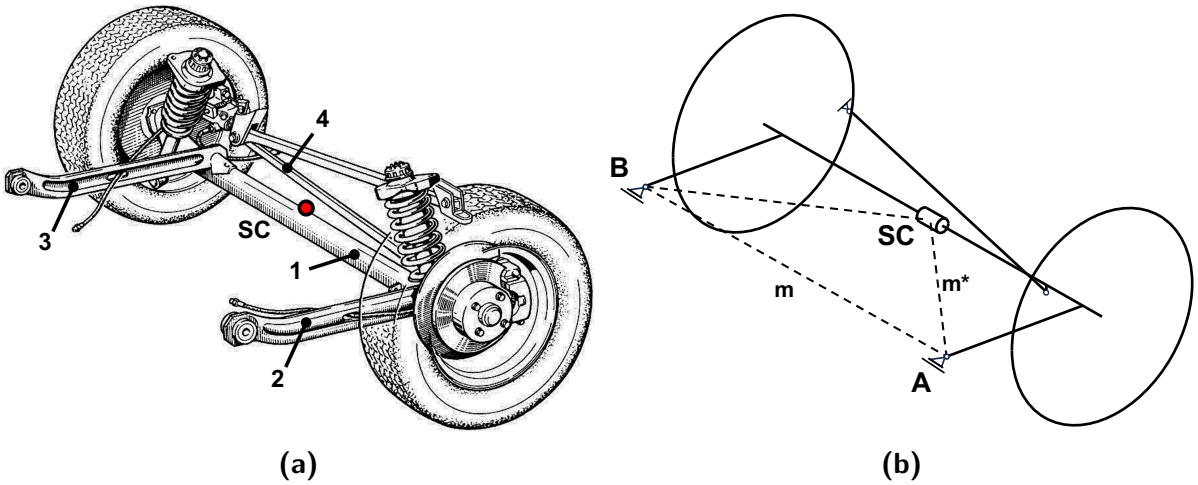


Abbildung 2.34.: Halbstarrachse in der Bauweise als Torsionskurbelachse: **(a)** Torsionskurbelachse des Audi 100 (1976), (1) U-Profil, (2-3) biegeweiche Längslenker, (4) Panhard-Stab nach [17]; **(b)** vereinfachtes mechanisches Ersatzschaubild einer Torsionskurbelachse, die Verbindungslinie zwischen den Punkten (A-B) bilden die Drehachse (m) für gleichseitige Federbewegung, wechselseitige Federbewegung (m^*) durch Verbindungslinie zwischen den Punkten (A-SC) und (B-SC).

Die für die Halbstarrachse charakteristischen zwei Freiheitsgrade ergeben sich, wie im mechanischen Ersatzschaubild 2.34b dargestellt, näherungsweise wie folgt: für die gleichseitige Ein- und Ausfederung schwenken beide Räder um die Drehachse (m), die durch die beiden Lagerpunkte (A) und (B) der Längslenker definiert ist. Bei wechselseitiger Federbewegung tordiert das U-Profil (1), aufgrund der gegensinnigen Rotation der linken und rechten Radseite, näherungsweise um seinen Schubmittelpunkt (SC). Die Drehachsen (m^*) resultieren dann näherungsweise für das linke Rad aus der Verbindungslinie von Lagerpunkt (A) zu (SC) und analog für die rechte aus der Verbindungslinie von (B) zu (SC).

Die kinematische Überbestimmtheit des Ersatzmodells wird in Realität durch eine Ausgleichsbewegung der biegeweichen Längslenker und der Elastomerlager an (A) und (B) aufgelöst. Das elastokinematische Eigenlenkverhalten wird maßgeblich durch die Position des Panhard-Stabs (4) bestimmt, der in diesem Fall hinter der Radmitte angebunden ist und auf diese Weise unter Seitenkraft eine elastokinematische Vorspur hervorruft [21].

Durch das Querprofil auf Radhöhe ergeben sich Vor- und Nachteile: Vorteilhaft sind die robuste Bauweise ähnlich einer Starrachse, wodurch hohe Achslasten ermöglicht werden [13]. Außerdem ergibt sich in Fahrtrichtung vor den Rädern ein großer zusammenhängender Bauraum. Durch die Querabstützung über das Watt-Gestänge kann eine hohe Steifigkeit unter Querkraft realisiert werden. Auf der anderen Seite führt der radnahe Schwerpunkt der Achse,

aufgrund der Querprofil-Position, zu hohen ungefederten Massen. Zusätzlich folgt aus der radnahen Querverbindung beider Räder ein hoher Kopplungsgrad (ähnlich einer Starrachse), der zu den oben beschrieben ungewünschten Kopiereffekten aus Abbildung 2.31 führt. Durch die radnahe Querträgerposition muss zusätzlicher Bauraum für die Vertikalbewegung des Profils vorgesehen werden, wodurch das Kofferraumvolumen eingeschränkt wird.

Vorteile:

+ robuste Bauweise ähnlich einer Starrachse, dadurch hohe Achslasten möglich,
+ großer zusammenhängender Bauraum vor den Rädern,
+ konstante Spur- und Sturzstellung bei Geradeausfahrt,
+ hohe Wankkompensation durch Sturzkonstanz relativ zur Fahrbahn,

Nachteile:

– hohe ungefederte Massen,
– starke Kopplung und dadurch gegenseitige Radbeeinflussung,
– eingeschränkte elastokinematische Auslegungsfähigkeit,
– zusätzlicher Panhard-Stab für Querabstützung notwendig,
– eingeschränktes Kofferraumvolumen durch radnahe Querträgerposition.

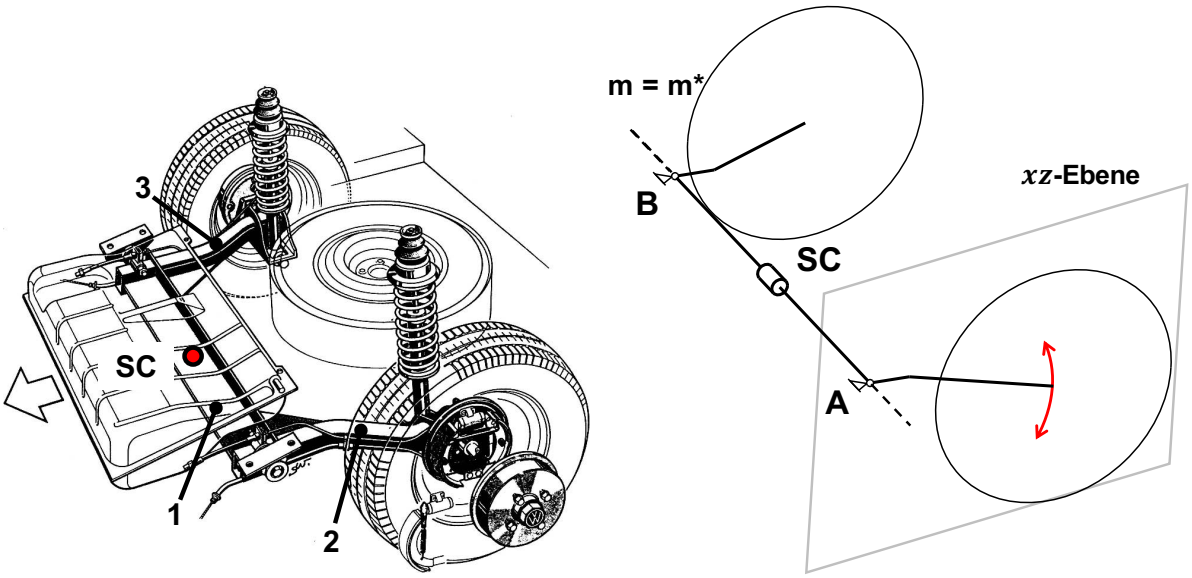
2.2.3.2. Verbundlenkerachse

Aufbauend auf der Entwicklung der Torsionskurbelachse, wurde im Jahr 1974 im VW Scirocco erstmalig eine Verbundlenkerachse in einem Serienfahrzeug eingesetzt.

Im Vergleich zur Torsionskurbelachse ist das Querprofil (1) und der Schubmittelpunkt (SC) auf Höhe der Aufbaulager (A) und (B) positioniert. Die Längslenker (2-3) übernehmen nun die Seitenführung und sind aus diesem Grund möglichst torsions- und biegesteif ausgeführt. Die erforderliche Steifigkeit in Querrichtung wird durch das T-Querprofil (1) erreicht, das beide Längslenker verbindet, wodurch die Notwendigkeit eines Panhard-Stabs entfällt.

Der Schubmittelpunkt (SC) liegt auf der Verbindungslinie zwischen den Lagerpunkte (A) und (B). Aus diesem Grund sind die Drehachsen (m) und (m^*), für paralleles und wechselseitiges Ein- und Ausfedern, wie im mechanischen Ersatzschaubild 2.35b zu sehen, identisch. Bei gleichsinnigen Federbewegungen schwenken beide Räder mit gleicher Drehrichtung um diese Drehachse, während bei wechselseitigen Federbewegungen (Wanken) beide Räder eine gegensinnige Drehrichtung um die selbige aufweisen und das T-Profil als Stabilisator agiert. Da beide Drehachsen durch die Lagerpunkte (A) und (B) verlaufen, ist diese „erste“ Form der Verbundlenkerachse kinematisch gesehen nicht überbestimmt und steht somit der Einzelradaufhängung mit ebenem Mechanismus aus Abbildung 2.26a nahe.

Abbildung 2.36a zeigt exemplarisch die Verbundlenkerachse des VW Golf VII aus dem Jahr 2012, wie sie in ähnlicher Form aktuell in vielen Fahrzeugen der Klein- und Kompaktklasse eingesetzt wird [58].



(a) (b)

Abbildung 2.35.: (a) Verbundlenkerachse des VW Scirocco aus dem Jahr 1974 nach [17], (1) Torsionsprofil mit T-Profilform, (2-3) biege- und torsionssteife Längslenker; **(b)** vereinfachtes mechanisches Ersatzschaubild einer Verbundlenkerachse, Verbindungslinie zwischen den Punkten (A-B) bilden die Drehachsen m und m* für parallele und wechselseitige Federbewegung, da beide Drehachsen durch die Lagerpunkte verlaufen ist der Mechanismus kinematisch bestimmt.

Das Rechteck-Querprofil (1) und dessen resultierender Schubmittelpunkt (SC) liegen nun nicht mehr auf Höhe der Aufbaulager, sondern sind Richtung Radmitte nach hinten versetzt. Die Längslenker (2-3) sind als torsions- und biegesteife Rohrprofile ausgeführt. Die Federanbindung wird über einen Federteller (4) realisiert, der als Versteifungsselement zwischen Querträger und Längslenker eingeschweißt ist.

Abbildung 2.36b zeigt das entsprechende mechanische Ersatzschaubild. Der Schubmittelpunkt (SC) und die resultierenden Drehachsen für wechselseitigen Radhub (m*), liegen nicht mehr auf der Verbindungslinie zwischen beiden Aufbaulagern (A) und (B), wodurch der Mechanismus kinematisch überbestimmt ist. Der notwendige Freiheitsgrad, zur Auflösung der Überbestimmtheit, wird durch eine Ausgleichsbewegung der Elastomerlager an den Lagerpunkten (A) und (B) gewährleistet. Vereinfachend kann dieser Längenausgleich, wie bei der Torsionskurbelachse auch, durch zwei Schubfreiheitsgrade in y-Richtung modelliert werden [30, 59]. Für eine realitätsnahe Modellierung sind die Eigenschaften der Elastomerlager zu berücksichtigen (siehe Abschnitt 3.1.1). Durch die schräge Ausrichtung der Drehachsen (m*) weist diese Ausführung kinematisch Ähnlichkeiten mit einer Schräglenkerachse auf.

2.2.3.3. Kinematik der Verbundlenkerachse

Die Kinematik der Verbundlenkerachse wird wie oben beschrieben durch die Lage und Orientierung der Drehachsen (m) und (m*) bestimmt. Für parallele Federbewegungen wird die Kinematik durch die Drehachse (m) festgelegt und ist somit durch die Lage der beiden Karosserieseiten Elastomerlager (A) und (B) eindeutig festgelegt. Die Kinematik für wechselseitige

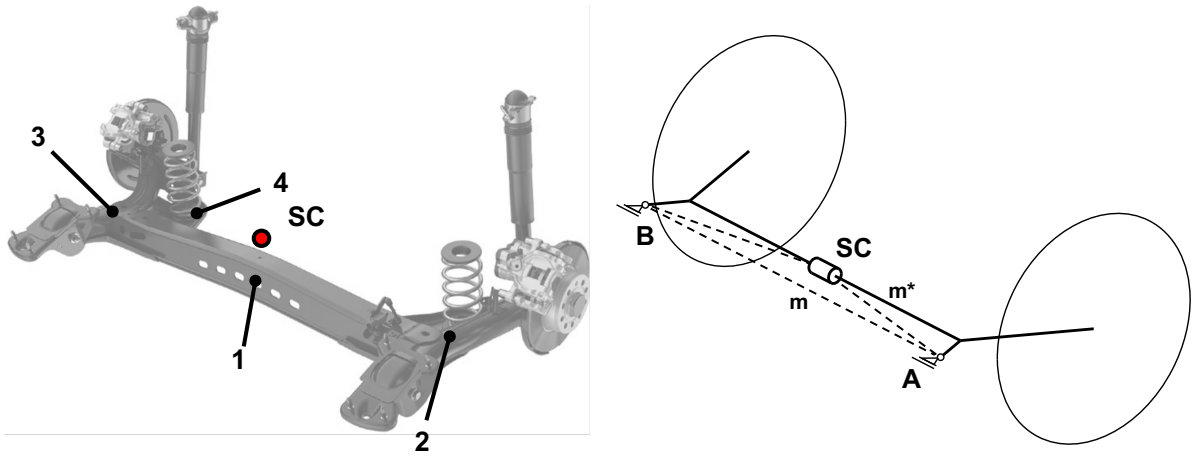


Abbildung 2.36.: (a) Verbundlenkerachse des VW Golf VII aus dem Jahr 2012 nach [58], (1) Torsionsprofil als offenes Rechteck-Profil, (2-3) biege- und torsionssteife Längslenker, (4) Federteller als Versteifungselement; **(b)** vereinfachtes mechanisches Ersatzschaubild einer Verbundlenkerachse, Verbindungslinie zwischen den Punkten (A-B) bilden die Drehachse m für paralleler Federbewegung, wechselseitige Federbewegung m^* durch Verbindungslinie zwischen den Punkten (A-SC) und (B-SC).

Federbewegung wird durch die Drehachse (m^*) definiert, die wiederum durch die Lage des Schubmittelpunktes (SC) bestimmt wird. Die Lage des Schubmittelpunktes stellt demnach eine wichtige Designgröße zur Auslegung der Kinematik dar. Abbildung 2.37 veranschaulicht den Einfluss der Schubmittelpunktposition auf die Spur- und Sturzkinematik beim wechselseitigen Radhub.

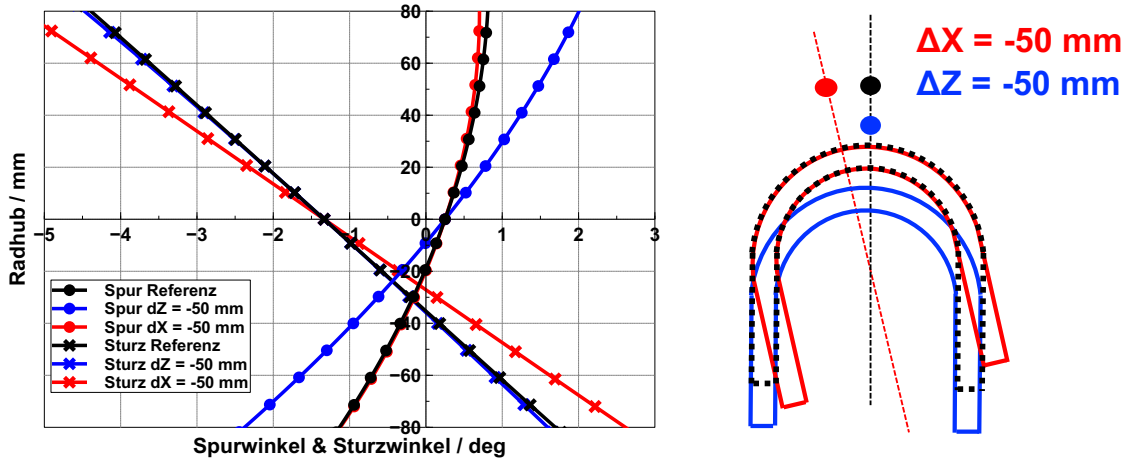


Abbildung 2.37.: Einfluss der Schubmittelpunktsposition auf die Spur- und Sturzänderung bei wechselseitigem Radhub.

Auf der rechten Seite stellt das schwarz gestrichelte Profil die Ausgangslage dar. In der blauen Konfiguration wurde das Profil, und damit der Schubmittelpunkt, um −50 mm in z-Richtung abgesenkt. Dies führt zu einer deutlichen Vergrößerung des Spurgradienten, wie im Diagramm auf der linken Seite ersichtlich ist. Im Gegensatz dazu hat eine reine Veränderung der Schubmittelpunktposition in x-Richtung nahezu keinen Einfluss auf den Spurgradienten.

Die rote Konfiguration hingegen zeigt die Auswirkungen einer Verschiebung des Schubmittelpunktes um −50 mm in x-Richtung. Dies bewirkt eine deutliche Vergrößerung des Sturzwinkelgradienten, während der Verlauf des Spurwinkels nahezu unverändert bleibt.

Diese Analyse zeigt, dass sich die Sturz- und Spurkinematik weitgehend unabhängig voneinander durch die Position des Schubmittelpunkts beeinflussen lässt. Während eine Verschiebung in x-Richtung primär den Sturzgradienten verändert, beeinflusst eine Änderung in z-Richtung hauptsächlich den Spurverlauf.

2.2.3.4. Weiterentwicklungen und technische Innovation der Verbundlenkerachse

Durch die vergleichsweise einfache karosserieseitige Anbindung der Verbundlenkerachse über zwei Aufbaulager und ohne zusätzliche Abstützungsmaßnahmen, ergeben sich elastokinematische Nachteile: Da sich sowohl alle Querkräfte als auch alle Längskräfte an den Elastomerlagern abstützen, entsteht ein Zielkonflikt bei der Lagerauslegung. Zur Erreichung eines möglichst hohen Längskomforts ist eine hohe Nachgiebigkeit der Lager in Längsrichtung (x-Richtung) entscheidend [17]. Im Gegensatz dazu erfordert eine möglichst hohe Quersteifigkeit der Verbundlenkerachse steife Lager in Längs- und Querrichtung. Zusätzlich führt die in Fahrtrichtung ausgerichtete Einbaulage des Achskörpers zu einer natürlichen Nachspurtendenz unter Querkraft, die ein unerwünschtes übersteuerndes Fahrverhalten induziert.

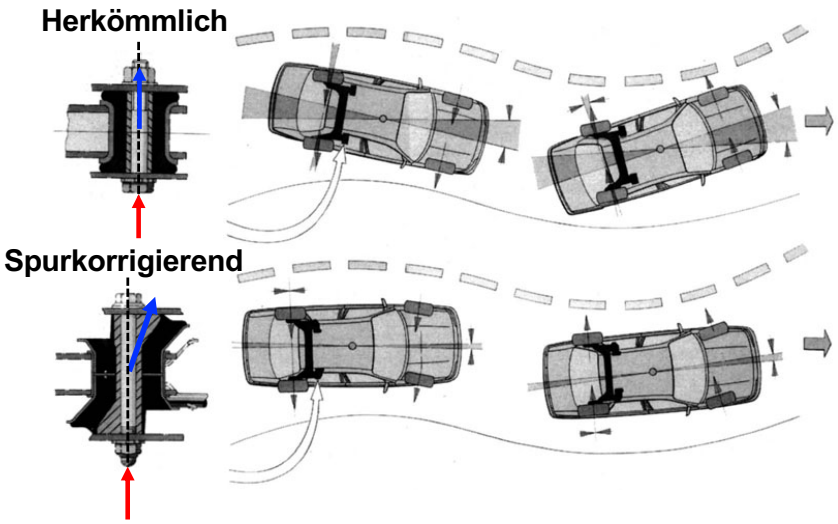


Abbildung 2.38.: Spurkorrigierende Lager der ersten Generation mit asymmetrischem Aufbau, der unter Axialkraft (rot) zu radialer Deformation (blau) führt. Diese Konfiguration mit zwei Lagern erzeugt einen spurkorrigierenden Effekt, wodurch der elastische Nachspurwinkel verringert und die Übersteuerneigung sowie Schwimmwinkel im Fahrmanöver reduziert werden [53].

Dieser Zielkonflikt hat in der Vergangenheit eine Vielzahl von Weiterentwicklungen der Verbundlenkerachse hervorgerufen, die alle als Ziel hatten, diesen zu entschärfen oder aufzulösen.

So wurden erstmalig durch VW spurkorrigierende Lager eingesetzt, die der natürlichen Vorspurnachgiebigkeit der Verbundlenkerachsen Bauweise entgegenwirken [60]. Abbildung 2.38 zeigt eine der ersten Bauformen der spurkorrigierenden Lager und den daraus resultierenden

Effekt auf das Fahrverhalten. Die Lager sind, wie in Abbildung 2.38 zu sehen, um die Lagerachse asymmetrisch aufgebaut, sodass beim Einleiten von Axialkräften (rot) der Lagerkern eine gezielte Verschiebung (blau) in radiale Richtung erfährt. Der Achskörper erfährt als Resultat eine korrigierende elastische Drehung in Richtung Vorspur [60].

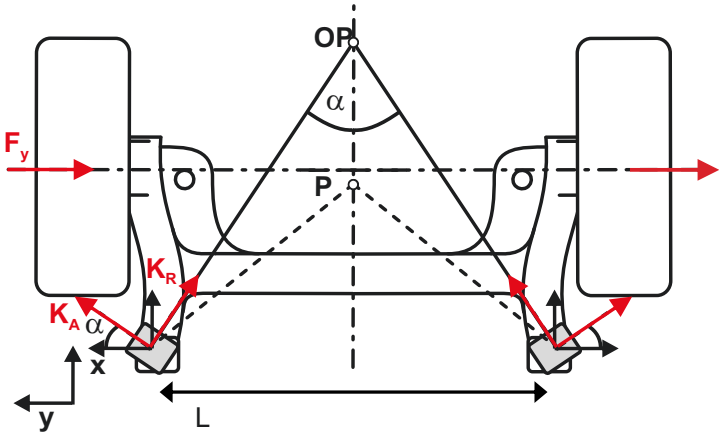


Abbildung 2.39.: Spurkorrigierende Einbaulage von Elastomerlagern, orientiert um die Fahrzeughochachse mit einem Winkel α von etwa 27°. Diese Anordnung bildet einen elastischen Bewegungspol (P), der spurkorrigierende Effekte unter Seitenkraft ermöglicht. Abbildung nach [12].

Aufgrund der Komplexität der ursprünglichen Lagerkonstruktion wurde in nachfolgenden Entwicklungen das Lagerdesign wieder vereinfacht. Der spurkorrigierende Effekt wird nun erreicht, indem das Lager, wie in Abbildung 2.39 dargestellt, um seine Hochachse um einen Winkel α von etwa 27° orientiert wird. [12, 61]. Die axiale Richtung (K_A) ist dabei nachgiebig gestaltet, während die radiale Richtung (K_R) möglichst steif ist. Unter Querkrafteinwirkung agiert das Lager als eine Art Schubführung, wodurch der Achskörper elastisch um den resultierenden Federschwerpunkt (P) schwenkt und auf diese Weise das ungewünschte elastokinematische Nachspurlenken reduziert (siehe dazu auch Abschnitt 2.1.2) [12, 17].

Der ursprüngliche Zielkonflikt wird durch die spurkorrigierenden Lager nicht aufgelöst, da weiterhin alle Quer- und Längskräfte über diese abgestützt werden. Aus diesem Grund gab es in der Vergangenheit verschiedene Ansätze, eine zusätzliche Querkraftabstüzung zu ermöglichen.

So wurde durch Opel bis vor wenigen Jahren eine Verbundlenkerachse mit einem querliegenden Watt-Gestänge (1) eingesetzt, das ein Großteil der Querkräfte aufnimmt (Abbildung 2.40). Nach Hiemenz kann dadurch die Spur- und Seitensteifigkeit auf das Niveau einer Schwertlenkerachse gesteigert werden [62]. Die Aufbaulager (2) werden ohne spurkorrigierende Orientierung verbaut und können weicher ausgelegt werden. Es zeigt sich, dass eine subjektive Komfortverbesserung von einer Notenstufe durch das Watt-Gestänge erreicht werden kann [62]. Die Verbundlenkerachse mit Watt-Gestänge kann somit hinsichtlich des Komforts zwischen einer herkömmlichen Verbundlenkerachse ohne Watt-Gestänge und einer Mehrlenkerachse eingruppiert werden. Durch das Watt-Gestänge und die weiteren notwendigen zusätzlichen mechanischen Komponenten (Kugelgelenke, Drehgelenk und Hilfsrahmen (3)), erhöht sich das Gewicht im Vergleich zur Verbundlenkerachse um 30 % [62].

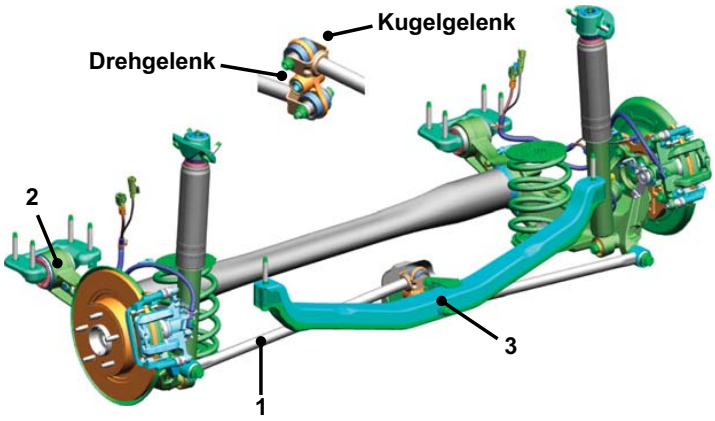
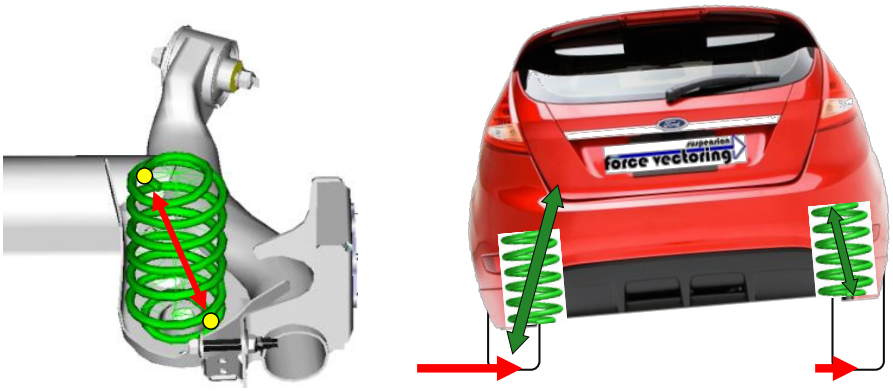


Abbildung 2.40.: Verbundlenkerachse mit Watt-Gestänge (1) für die Querabstützung, wodurch keine spezielle Ausrichtung der Aufbaulager (2) notwendig ist. Die karosserieseitige Abstützung des Watt-Gestänges erfolgt über einen Hilfsrahmen (3) [62].

Einen anderen Ansatz der Querabstützung hat Ford im Jahr 2011 patentiert [63]. Hierbei wird eine sogenannte „Side-Force-Feder“ eingesetzt, die bei einer Einfederung eine zusätzliche Querkraftkomponente erzeugt (Abbildung 2.41a). Während der Geradeausfahrt heben sich die Querkraftkomponenten beider Räder durch gleiche Einfederzustände gegenseitig auf. Bei Kurvenfahrt hingegen verstärkt die Einfederung am kurvenäußeren Rad die Querkraftkomponente der Feder, während sie am kurveninneren Rad entsprechend verringert wird (Abbildung 2.41b). Dies führt insgesamt zu einer Querkraft, die der Reifenquerkraft entgegenwirkt und als Resultat die Lasten auf die Elastomerlager reduziert.



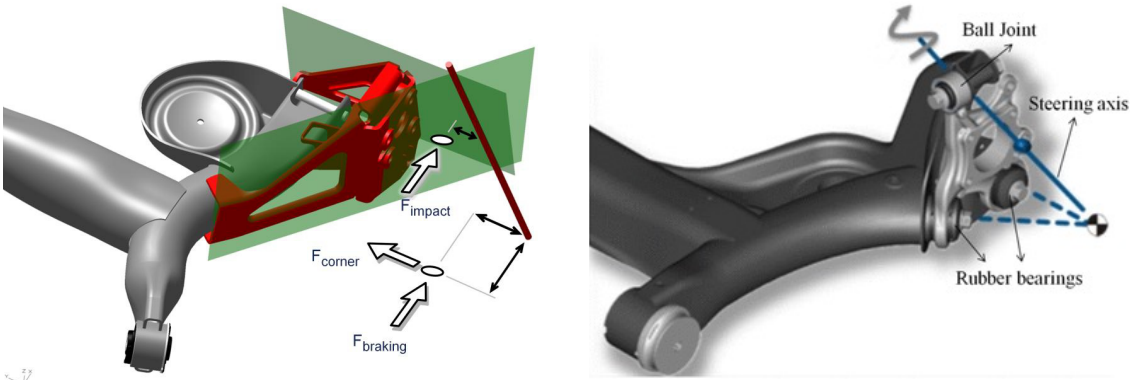
(a) **(b)**

Abbildung 2.41.: Durch Ford patentierte Side-Force-Feder zur Querabstützung [63]: **(a)** Detailansicht der Side-Force-Feder, das Federdesign erzeugt eine zusätzliche Querkraft; **(b)** Wirkungsweise der Side-Force-Feder durch Verstärkung und Reduktion der Querkraft an den kurvenäußeren bzw. kurveninneren Rädern während der Kurvenfahrt [64].

Die Spurnachgiebigkeit der Verbundlenkerachse bei Kurvenfahrt kann in Folge um 13 % verringert werden [64]. Wird hingegen die Spur- und Seitensteifigkeit auf Serienniveau belassen, ist die Verwendung von weicheren Aufbaulagern möglich, wodurch der subjektiv empfundene Komfort deutlich verbessert werden kann [64].

Eine weitere Möglichkeit dem Zielkonflikt aus Seitensteifigkeit und Längsnachgiebigkeit ent-

gegenzuwirken, ist die gezielte Einbringung von korrigierenden elastokinematischen Effekten an den Radanbindungstellen. So wurden in der Vergangenheit eine Vielzahl an Patenten angemeldet, die durch zusätzliche Bauteile zwischen Achskörper und Rad eine elastokinematische Spurkorrektur und zusätzliche Längsnachgiebigkeit ermöglichen [65, 66, 67, 68].



(a) **(b)**

Abbildung 2.42.: Radträger-Zusatzstrukturen zur elastischen Spurkorrektur an Verbundlenkerachsen: **(a)** Blechkonstruktion nach Magneti Marelli erzeugt eine elastische Spreizachse mit einer Spurkorrektur von 0.08 °/kN [69]; **(b)** Benteler Toe Correcting Twistbeam, der elastische Radträgeraufbau durch zwei Elastomerlager und ein Kugelgelenk erzeugt eine elastische Spreizachse mit korrigierender Wirkung [12].

So zeigt beispielsweise Abbildung 2.42a einen Entwurf von Magneti Mareli, der durch eine Blech-Konstruktion mit gezielten Strukturelastizitäten eine Spreizachse in Fahrtrichtung hinter der Radmitte erzeugt [69]. Eine am Radaufstandspunkt wirkende Seitenkraft bewirkt demzufolge eine spurkorrigierende Bewegung des Rades in Richtung Vorspur. Die spurkorrigierende Wirkung wird mit 0.08 °/kN angegeben [69].

Um die Korrekturwirkung zu erhöhen und zusätzlich eine verbesserte Längsnachgiebigkeit zu erreichen, wurden komplexere Systeme mit zusätzlichen Elastomer- und Gleitführungen vorgeschlagen [67, 68]. Abbildung 2.42b zeigt den von Benteler patentierten spurkorrigierenden Radträger, der durch ein Kugelgelenk und zwei Elastomerlager ebenfalls eine virtuelle elastische Spreizachse erzeugt. Mithilfe dieser Anpassungen konnte eine Verbundlenkerachse mit einer natürlichen Vorspurtendenz von 0.01 °/kN realisiert werden [12]. Der Vergleich hat gezeigt, dass die Verbundlenkerachse mit dem spurkorrigierenden System zwischen einer herkömmlichen Verbundlenkerachse und einer Schwertlenkerachse aus dem Serieneinsatz eingeordnet werden kann [12].

Zusammenfassend ergeben sich daraus aus dem Stand der Technik folgende Vor- und Nachteile der Verbundlenkerachse:

Vorteile:

+ einfache Bauweise, wenige Komponenten dadurch vermehrter Einsatz in Fahrzeugen der Klein- und Kompaktklasse,
+ konstante Spur- und Sturzstellung bei Geradeausfahrt,

+ gute Wankkompensation durch Sturzkinematik,
+ geringe ungefederte Massen durch karosserienahe Querträgerposition,
+ geringe Kopplung der Räder.

Nachteile:

– große Bauraumeinschränkung durch Querträgerposition in Fahrrichtung vor der Radmitte,
– eingeschränkte elastokinematische Auslegungsfähigkeit dazu zählt:
– natürliche Vorspurtendenz unter Querkraft,
– geringe Seitensteifigkeit und hohe Längsnachgiebigkeit,
– Erreichung guter elastokinematischer Eigenschaften nur durch Zusatz Komponenten zur Querabstützung.

2.2.4. Patente und weitere bauraumsparende Fahrwerkskonzepte

In der Literatur und als Patent sind weitere bauraumsparende Fahrwerkskonzepte bekannt, die an dieser Stelle kurz vorgestellt werden sollen.

2.2.4.1. Bauraumsparende Achskonzepte mit GFK Lenkern

Im Jahr 2009 stellte die Firma ZF das Hinterachskonzept Composite Leaf Spring Axle (CLA) vor, dargestellt in Abbildung 2.43a. Dieses Konzept umfasst einen Querlenker (1) aus Glasfaser verstärktem Kunststoff (GFK), der sowohl Radführungs- als auch Federungsaufgaben übernimmt und dadurch die konventionellen Aufbaufedern sowie den Stabilisator ersetzt [70]. Im Grundaufbau handelt es sich dabei um eine Dämpferbein-Hinterachse mit zwei Querlenkern (1-2) und einem Längslenker (3). Der Dämpfer (4) ist fest mit dem Radträger (5) verbunden und agiert als Drehschub-Lenker. Drei der vier verbleibenden Freiheitsgrade werden durch die Lenker (1-3) aufgehoben. Durch den vergleichsweise einfachen Aufbau und die Funktionsintegration der Federung durch den GFK-Lenker konnte eine Gewichtsreduktion von 13 % und eine Bauraumersparnis von 70 mm vor der Radmitte und 50 mm dahinter reasliert werden [71].

Ditzer et al. beschreiben ein weitergehendes Konzept für den Einsatz von Glasfaser verstärkter Kunstoff (GFK)-Komponenten, die sowohl Radführungs- als auch Federungsaufgaben übernehmen, dargestellt in Abbildung 2.43b [72]. Das Konzept basiert auf einer Dämpferbein-Hinterachse, die durch eine einzige Querblattfeder (1) ergänzt wird. Die Querblattfeder ist karosserieseitig in Fahrzeugmitte über zwei Lager (2) und radträgerseitig pro Radseite mit einem Drehgelenk (3) verbunden. Kinematisch übernimmt die Querblattfeder auf diese Weise die Funktion eines Trapezlenkers (blaue gestrichelte Linien). Gleichzeitig übernimmt die Querblattfeder dabei alle Federungsaufgaben, sodass Aufbaufeder und Stabilisator entfallen. Die Rate der Querblattfeder kann durch den Abstand der Mittenlagerung (2) ausgelegt werden [72]. Elastokinematisch erreicht dieses Achskonzept mit einer Sturznachgiebigkeit von 0.18 °/kN

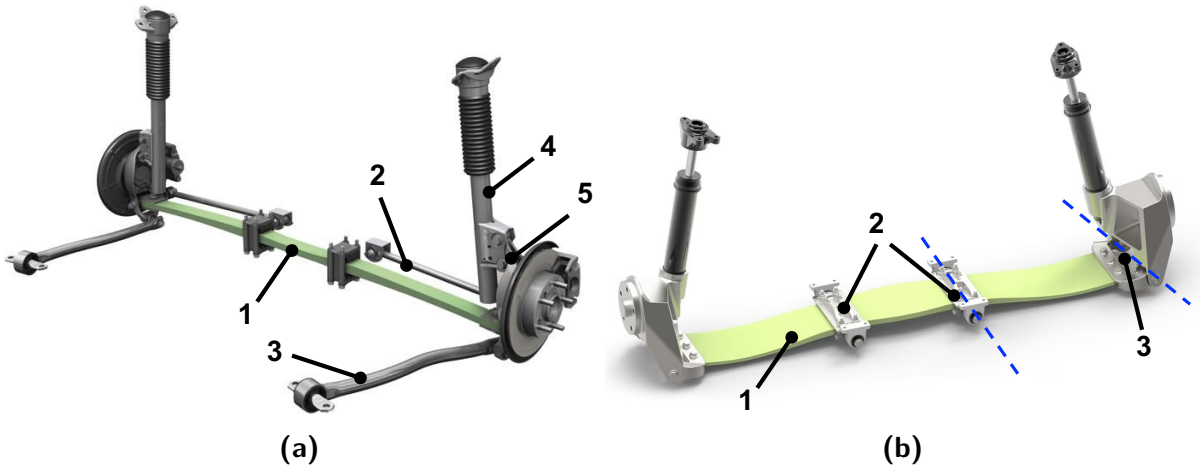


Abbildung 2.43.: Bauraumsparende Hinterachskonzepte mit GFK-Elementen: **(a)** Dämpferbein-Hinterachse von ZF mit GFK-Lenker [71]; **(b)** Dämpferbein-Hinterachse mit GFK-Trapezlenker von Mubea [72].

das Niveau einer Mehrlenkerachse [72]. Zudem erlaubt die gezielte Abstimmung der Lagerstellen (2) und (3) eine Anpassung der Längsnachgiebigkeit und eine gewünschte Vorspurtendenz unter Seitenkraft.

Die Auslegung der kinematischen Eigenschaften wie Schrägfederung und Bremsabstützverhalten, ist begrenzt, da die karosserieseitige Drehachse des „Trapezlenkers“, festgelegt durch die Mittenlager (2), ausschließlich in x-Richtung orientiert ist. Die Anpassung der Kinematik ist durch die Orientierung der Drehachse (3) daher nur eingeschränkt möglich.

Die einfache Mittenlagerung (2) ist vorteilhaft für den verfügbaren Bauraum, da kein umfangreicher Hilfsrahmen benötigt wird, wodurch Bauraum bis kurz vor die Radmitte realisiert werden kann.

2.2.4.2. Bremsanker für ein verbessertes Bremsabstützverhalten

Die Position des Längspols ist entscheidend für das Bremsabstützverhalten und wird für die Verbundlenkerachse durch die Lage der karosserieseitigen Elastomerlager (A) und (B), wie in den Abbildungen 2.34 bis 2.36 gezeigt, bestimmt.

Matschinsky beschreibt in [32] eine Möglichkeit, trotz ungünstiger Lage dieser Anbindungspunkte, ein gewünschtes Bremsabstützverhalten zu erzeugen. Dabei wird der Achskörper (K) am Radmittelpunkt (M) über ein Drehgelenk mit einem zusätzlichen Bremsanker (BA) verbunden, der über eine Bremsstrebe (BS) an die Karosserie angebunden ist, siehe Abbildung 2.44. Während Federbewegungen schwenkt das Rad mit dem Körper (K) um den hinteren Längspol (L), ohne dass der Bremsanker die Kinematik beeinflusst.

Die Bremse ist an den Bremsanker angebunden, sodass die Abstützung aller Bremsmomente über diesen erfolgt. Bei geschlossener, als „blockiert“ betrachteter Bremse, ist der Radaufstandspunkt (A) demnach starr mit Bremsanker und nicht dem Achskörper (K) verbunden.

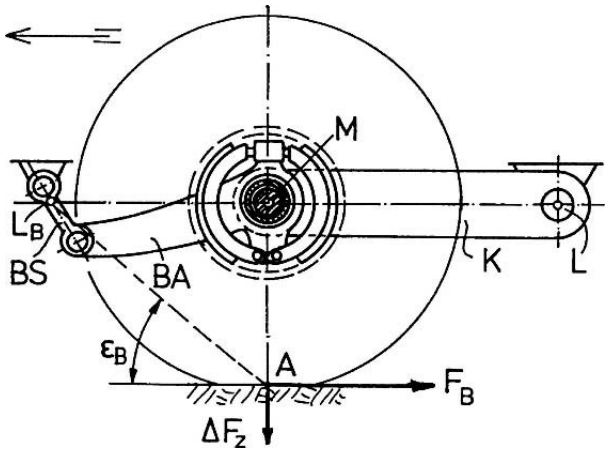
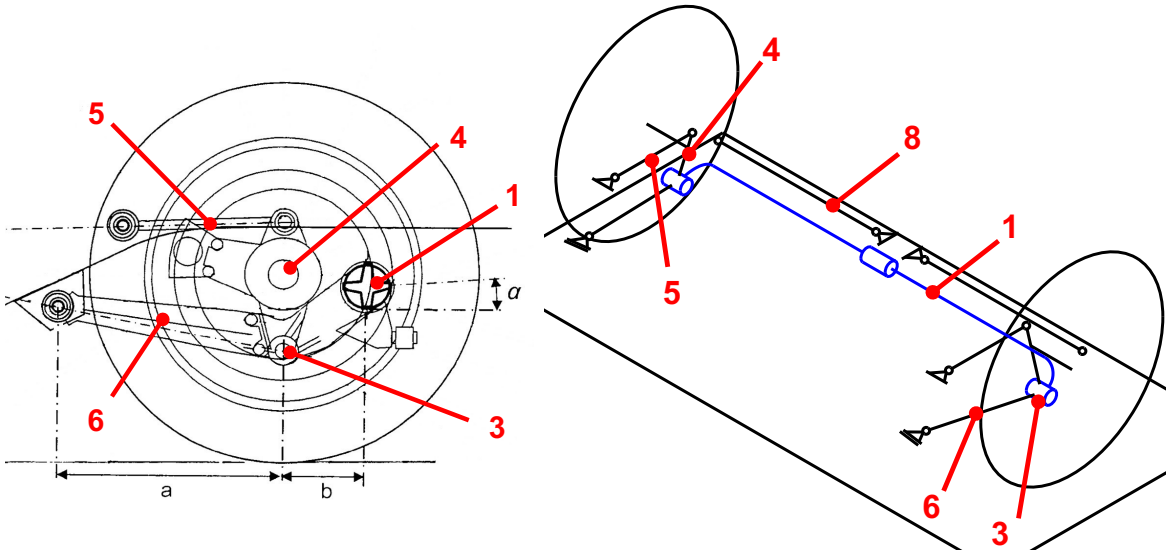


Abbildung 2.44.: Bremsanker-Mechanismus nach [17]; der Achskörper (K) schwenkt um den hinteren Längspol (L), während der Bremsanker (BA) die Kinematik nicht beeinflusst; erst beim Bremsen erfolgt die Abstützung der Bremsmomente über den Bremsanker.

Die resultierende Kraft aus Bremskraft (F_B) und Radlaständerung (ΔF_z) wird folglich über den Längspol (L_B) abgestützt, der sich aus dem Schnittpunkt der Verbindungslinien von (L) zu (M) und den beiden Lageraugen der Bremsstrebe ergibt.

2.2.4.3. BMW Patent einer bauraumsparenden Verbundachse



(a) **(b)**

Abbildung 2.45.: BMW-Patent einer Verbundachse nach [73]; **(a)** Seitenansicht; **(b)** Ersatzmodell; Querträger (1) liegt hinter der Radmitte, wodurch zusätzlicher Bauraum entsteht; der Achskörper (blau) ist über ein Drehgelenk (3) mit dem Radträger (4) verbunden, der über einen Stablenker (5) und einen in Querrichtung biegeweichen Längslenker (6) geführt wird; zur Querabstützung dient zwei zusätzliche Querlenker (8).

Eine weitere Möglichkeit zusätzlichen Bauraum zwischen und hinter der Radmitte zu schaffen, zeigt BMW mit dem Patent einer Verbundachse in Abbildung 2.45 nach [73]. Abbildung 2.45b zeigt das kinematische Ersatzmodell. Der Aufbau ähnelt der Torsionskurbelachse aus Abbildung 2.34a, wobei der Querträger (1) nun in Fahrtrichtung hinter der Radmitte liegt. Der

Achskörper (blau) ist über ein Drehgelenk (3) an einen Radträger (4) angebunden.

Der Radträger ist durch einen weiteren Stablenker (5) mit dem Aufbau verbunden, wodurch sich kinematisch eine Viergelenk-Kette ergibt. Der notwendige Längenausgleich wird, wie bei der Torsionskurbelachse, über einen in Querrichtung biegeweichen Längslenker (6) und das Elastomerlager (7) gewährleistet. Zur Querabstützung wird pro Radseite ein zusätzlicher Lenker (8) benötigt, ähnlich wie in Abbildung 2.46a gezeigt. Die Bewegung des Radträgers (4) in der Seitenansicht (xz-Ebene) wird durch die Ausrichtung der Viergelenk-Kette bestimmt, was sowohl eine gute Bremsabstützung als auch eine wünschenswerte Schrägfederung ermöglicht [73].

Nachteilig sind die hohen ungefederten Massen und der Raumbedarf bei Federbewegungen durch die Position des Querträgers hinter der Radmitte. Zudem führt die Viergelenk-Kette und die benötigte Querabstützung zu einer hohen Anzahl an Bauteilen.

2.2.5. Beispiele für den Einsatz der beschriebenen Achsbauformen in BEVs

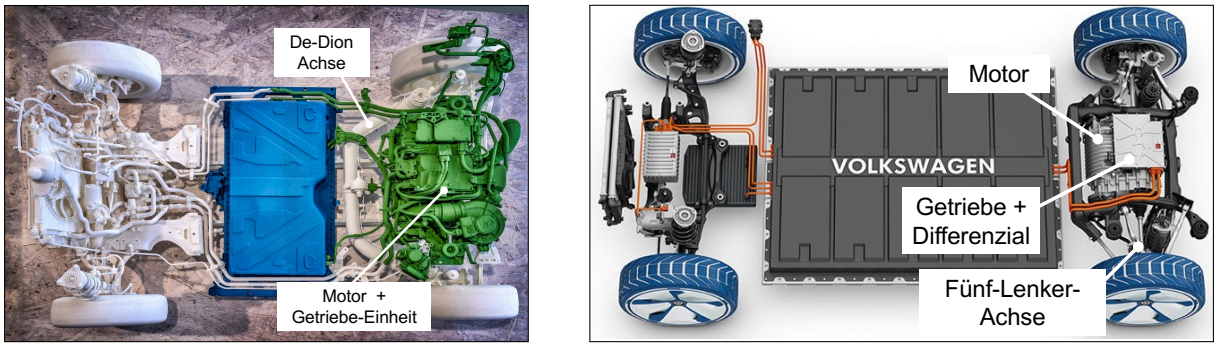
Die Gesamtfahrzeugarchitektur wird maßgeblich durch die Topologie des Antriebsstrangs beeinflusst und spielt daher auch eine entscheidende Rolle bei der Festlegung und der Auslegung des Fahrwerks.

Nahezu alle Serienfahrzeuge nutzen die zentrale Motoranordnung, bei der Motor zentral zwischen beiden Rädern der Achse sitzt und beide Räder antreibt. Ausnahmen sind hochpreisige Supersportwagen. Eine deutlich größere Variation zeigt sich jedoch bei der Wahl der angetriebenen Achse. Daraus resultieren im Umkehrschluss verschiedene Konzepte der Radführung, die den Anforderungen an den Bauraum, das vorgegebene Kostenniveau für das Segment sowie die kinematischen und elastokinematischen Eigenschaften der Radführung bestmöglich erfüllen. Je nach angetriebener Achse kann zwischen drei Varianten unterschieden werden:

Zentraler Motor – Hinterachsantrieb

Bei dieser Konfiguration ist der Elektromotor zentral zwischen beiden Hinterrädern integriert und treibt diese an. Ein wesentlicher Vorteil dieser Anordnung besteht in der günstigen Wirkung der dynamischen Achslastverteilung, die während der Beschleunigung eine Gewichtsverlagerung auf die Hinterachse bewirkt und dadurch gute Traktionseigenschaften ermöglicht [15]. Störende Einflüsse des Antriebs auf die Lenkung, die besonders bei drehmomentstarken Elektromotoren im Zusammenspiel mit dem Störkrafthebelarm auftreten, können ferngehalten werden [74]. Nachteile besitzt die Anordnung besonders in der Bremsenergierückgewinnung. Durch die dynamische Achslastverteilung beim Bremsen wird der größere Teil der Bremsleistung durch die Vorderachse generiert und kann somit nicht zur Energierückgewinnung genutzt werden [75, 76].

In den unteren Fahrzeugsegmenten findet die Heckantriebsanordnung besonders bei Kleinstfahrzeugen aus dem A-Segment, wie zum Beispiel dem E.Go oder dem Smart EQ (Abbildung 2.46a), Anwendung.



(a) **(b)**

Abbildung 2.46.: Fahrzeuge mit zentralem Elektromotor und Heckantrieb: **(a)** Smart EQ Baujahr 2020 mit De-Dion Hinterachse, blau - Antriebsbatterie, grün - Motor+Getriebeeinheit nach [77]; **(b)** VW ID.3 mit Fünf-Lenker-Hinterachse aufbauend auf dem Modularen E-Antriebsbaukasten (MEB) nach [78].

Wie in Abbildung 2.46a gezeigt, ist der Elektromotor zentral im Heck zwischen der angetriebenen De-Dion Achse platziert und über entsprechende Aufnahmen an die Karosserie angebunden. Durch den hinter den Insassen positionierten Motor bietet diese Anordnung besonders im Hinblick auf die Auslegung des Insassenraums eine gute Designfreiheit. Die Vorderachse ist standardmäßig in MacPherson Bauweise konzipiert.

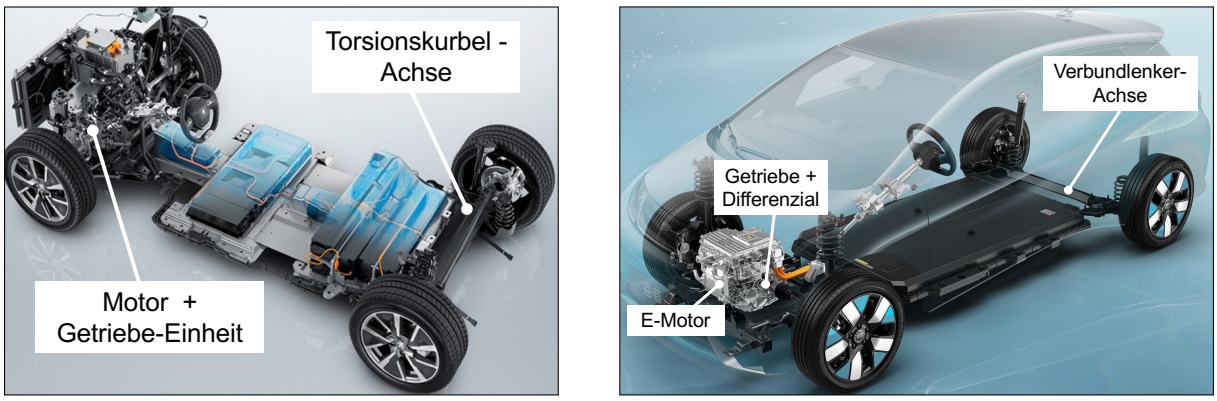
Die genannten Vorteile führen dazu, dass die Heckantriebskonfiguration besonders bei BEVs weit verbreitet ist, welche auf eigens für BEV konzipierten Plattformen aufbauen. So besitzt beispielsweise der VW ID.3, basierend auf der Modularer E-Antriebs Baukasten (MEB)-Plattform, einen zentral in den Hilfsrahmen integrierten Elektromotor (Abbildung 2.46b). Die Hinterachse des ID.3 ist als 5-Lenker Achse realisiert und erlaubt so eine optimale Abstimmung des elastischen Lenkverhaltens, wie in Abschnitt 2.2.1 und [17] beschrieben. Zusammen mit dem elastisch gelagerten Hilfsrahmen wird eine gute Geräuschisolation des Antriebs und der Fahrbahn erreicht. Die Vorderachse ist in MacPherson Bauweise ausgeführt. Aufgrund des fehlenden Antriebs an der Vorderachse können große Radlenkwinkel realisiert werden und erlauben so einen kleinen Wendekreis [79, 80].

Zentraler Motor – Vorderradantrieb

Bei dieser Anordnung ist der Elektromotor zentral in den Hilfsrahmen der Vorderachse, üblicherweise in MacPherson Bauweise, integriert und treibt diese an. Diese Form der Antriebs-Anordnung ist besonders im Kleinwagensegment (A-B Segment) weit verbreitet. Die Hinterachse ist nicht angetrieben und wird aus diesen Gründen häufig in einfacherer und kostengünstiger Bauweise als Halbstarrachse ausgeführt.

Die typischerweise weniger leistungsstarken Elektromotoren in diesen Fahrzeugklassen ermög-

lichen einen Frontantrieb, ohne dass die Traktion stark beeinträchtigt wird. Dadurch entfällt der Antrieb im Heckbereich, was mehr Platz für den Kofferraum und zusätzlichen Raum für die Fond-Passagiere ermöglicht [9]. Zudem bietet die Rekuperation an der Vorderachse bei idealer Bremskraftverteilung eine bis zu 33 % höhere Rückgewinnung der Bremsenergie im Vergleich zur Rekuperation an der Hinterachse [81], wodurch die Reichweite erhöht werden kann.



(a) **(b)**

Abbildung 2.47.: Serienfahrzeuge mit zentralem Elektromotor und Frontantrieb: **(a)** Peugeot E308 mit Torsionskurbel-Hinterachse aufbauend auf der Efficient Modular Platform 2 (EMP2) nach [82]; **(b)** BYD Dolphin mit Verbundlenker-Hinterachse aufbauend auf der e-Plattform 3.0 nach [83].

Diese Form ist besonders bei Fahrzeugen verbreitet, die auf einer Plattform entwickelt wurden, die auch für Fahrzeuge mit Verbrennungsmotoren konzipiert ist. So besitzt beispielsweise der Peugeot e-308, gezeigt in Abbildung 2.47a, aufbauend auf der Plattform EMP2, eine angetriebene MacPherson-Vorderachse in Kombination mit einer nicht angetriebenen Torsionskurbel-Hinterachse. Das Torsionsprofil ist auf Höhe der Radmitte positioniert, wodurch der Bauraum für die Antriebsbatterie im Heckbereich vergrößert wird. Schätzungsweise kann der Bauraum für die Antriebsbatterie im Vergleich zu VLA um 10 % bis 15 % nach hinten zur Radmitte hin vergrößert werden [84].

Ebenfalls zeigen verschiedene BEV-Plattformen einen Frontantrieb in Kombination mit einer nicht angetriebenen Hinterachse. Abbildung 2.47b zeigt den Kleinwagen Dolphin des chinesischen OEM BYD, der auf der e-Plattform 3.0 basiert. Die Vorderachse in MacPherson Bauweise wird hier durch den in den Hilfsrahmen integrierten zentralen Elektromotor angetrieben. Die Hinterachse ist als nicht angetriebene VLA umgesetzt.

VW hat 2023 mit der seriennahen Studie ID2.all, ebenfalls ein Kleinwagen mit Frontantrieb und nicht angetriebener VLA vorgestellt [85].

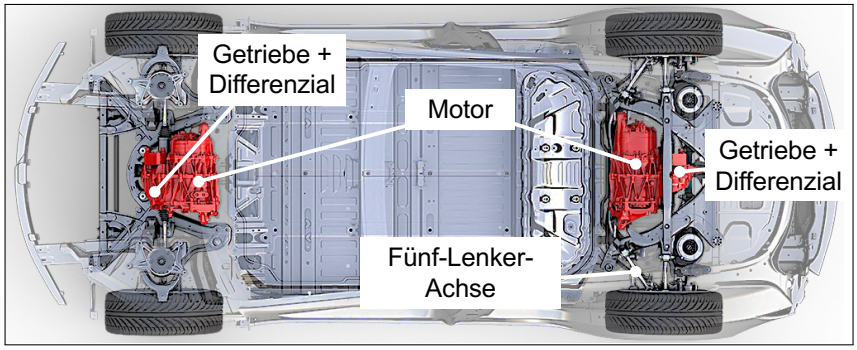
Zentraler Motor – Allradantrieb

In höheren Fahrzeugklassen (> C-Segment) wird zusätzlich zur Heckantriebskonfiguration in vielen Fällen noch ein Elektromotor an der Vorderachse zu einem Allradantrieb ergänzt. Vorteilhaft wirken sich hier dann, wie oben beschrieben, die gute Rekuperationsleistung und die guten Traktionseigenschaften durch die dynamische Achslastverteilung aus. Aus diesem Grund

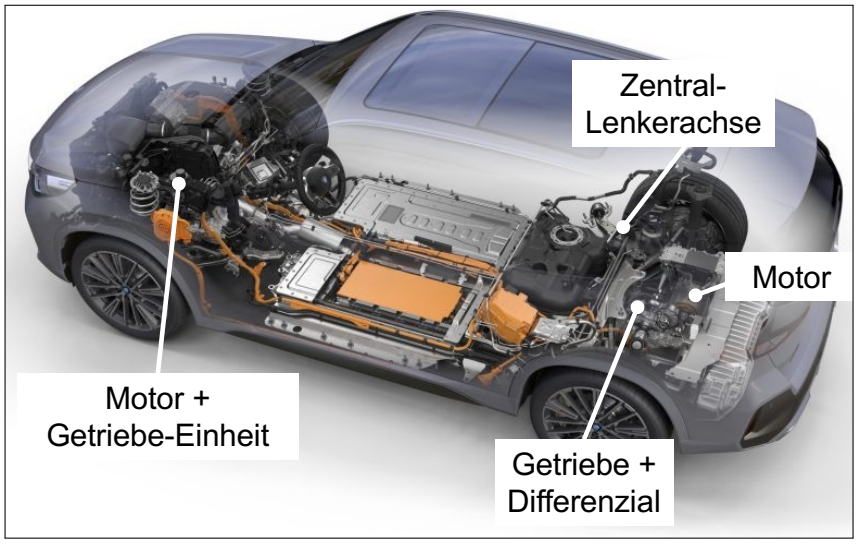
findet der Allradantrieb besonders bei Fahrzeugen mit hoher Antriebsleistung Anwendung.

Abbildung 2.48a zeigt exemplarisch den Tesla Model 3, der abhängig von der Fahrzeugleistung mit einem Allradantrieb angeboten wird. Der Elektromotor an der Front ist in Fahrrichtung hinter der Radmitte angeordnet, während der Heckmotor vor der Radmitte angeordnet ist. So ergeben sich einerseits die oben beschriebenen Bauraumvorteile, zusätzlich wirken sich durch die näher in x-Richtung am Schwertpunkt liegenden Massen eine verringerte Gierträgheit, die besonders aus Fahrdynamischer Sicht vorteilhaft ist.

BMW hat mit dem iX1 ein weiteres Beispiel für ein BEV mit Allradantrieb. In diesem Fall ist die Hinterachse wie in Abbildung 2.48b gezeigt in Zentrallenker-Bauweise ausgeführt.



(a)



(b)

Abbildung 2.48.: Serienfahrzeuge mit Allradantrieb und zentralem Elektromotor: **(a)** Tesla Model 3 mit Fünflenker Vorder- und Hinterachsei [86]; **(b)** BMW iX1 mit Zentrallenker-Hinterachse [87].

2.3. Stand der Forschung zur Mehrlenker-Torsionsachse

Kinematisch gesehen stellt die Mehrlenker-Torsionsachse (MLTA) eine Weiterentwicklung der Bremsanker-Idee von Matschinsky dar. Nur das in diesem Fall das Rad jetzt starr mit dem

Bremsanker verbunden ist und somit dauerhaft die Kinematik mitbeeinflusst.

Abbildung 2.49 zeigt das resultierende Bremsabstütz- und Schrägfederungsverhalten der MLTA. Da der Längspol (LP) vor der Radmitte in Fahrrichtung liegt, ergibt sich gemäß Gleichungen (2.2) und (2.3) ein positiver Schrägfederungswinkel ε sowie ein positiver Bremsabstützwinkel ε^*. Dadurch wird ein großer Anteil der resultierenden Kraft F_{res} durch die MLTA-Radaufhängung aufgenommen, was zu einer effektiven Reduktion der auf den Radaufstandspunkt wirkenden Federkraft $\Delta F_{F,RA}$ führt und das Ausfedern der Hinterachse sowie das Nicken bei Bremsmanövern verringert.

Ein weiterer Vorteil des MLTA-Konzepts liegt in der flexiblen Positionierung des Längspols. Der Schrägfederungswinkel ε wird dadurch nicht mehr ausschließlich durch die Lage der karosserieseitigen Lager bestimmt, sondern kann, wie oben beschrieben, durch die Ausrichtung der Lenker beeinflusst werden. Selbst bei stark eingeschränkten Bauraumbedingungen, die die Positionierung von U und L limitieren, lässt sich so ein gutes Schrägfederungs- und Bremsstützverhalten realisieren.

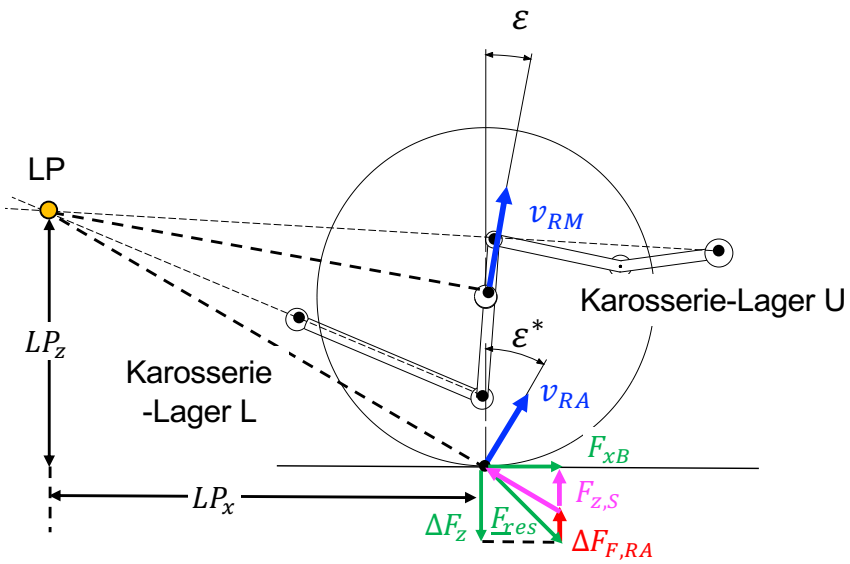


Abbildung 2.49.: Seitenansicht der MLTA in der xz-Ebene unter Bremskräften, mit Längspol vor der Radmitte, was zu positivem Schrägfederungswinkel ε und Bremstützwinkel ε^* führt.

Durch die umgedrehte Bauweise des TBE-Körpers, wie in Abbildung 2.50 dargestellt, kann dementsprechend zusätzlicher Bauraum für die Batterie bis hinter die Radmitte geschaffen werden, während die Kinematik des Watt-Gestänges eine weitgehend freie Auslegung der Schräg- und Bremsstützeigenschaften erlaubt.

2.3.1. Optimierung der MLTA-Kinematik

In einer ersten Arbeit von Niessing und Fang [88] wurde die Kinematik des MLTA-Mechanismus im Detail analysiert und optimiert. Für eine spätere Umsetzung in einem Prototyp wurden auch dabei schon die Bauraumvorgaben des Versuchsfahrzeug (siehe Kapitel 5) berücksichtigt.

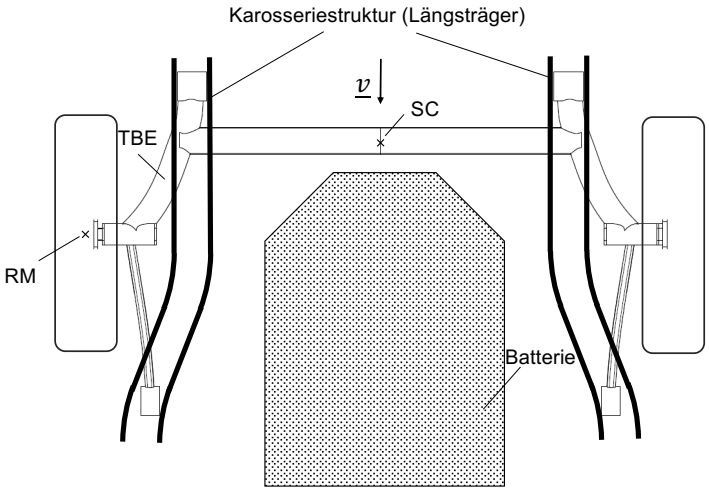


Abbildung 2.50.: Konzept der Mehrlenker-Torsionsachse (MLTA) in der xy-Ebene, es ergibt sich zusätzlicher Bauraum für die Batterie bis hinter die Radmitte nach [11]:

Ziel war es, ein Hardpoint-Set für die MLTA auszulegen, das kinematisch gleichwertige oder verbesserte Eigenschaften im Vergleich zu einer herkömmlichen Serien-Verbundlenkerachse aufweist [88].

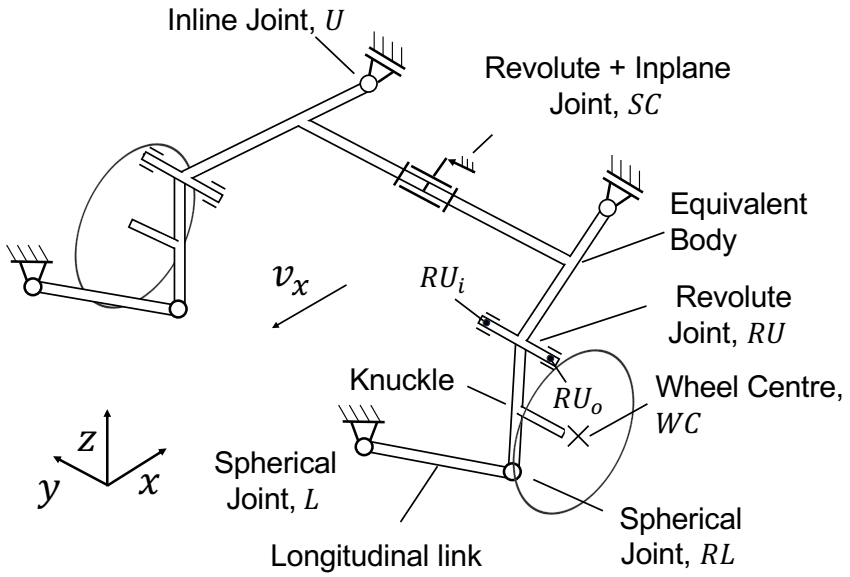


Abbildung 2.51.: Kinematisches Ersatzmodell der MLTA nach [88], bestehend aus 6 Körpern: 1-2 TBE links,rechts, 3-4 Radträger, 5-6 Längslenker und 4 Kugelgelenken, 3 Drehgelenken, 2 Kugelschubgelenken, 1 Ebenengelenk

Abbildung 2.51 zeigt das verwendete kinematische Ersatzmodell nach [88], das aus dem kinematischen Ersatzmodell nach Schnelle (Abbildung 2.6b) abgeleitet wurde. Die beiden karosserieseitigen Lagerpunkte U sind jeweils durch ein Kugelschubgelenk (engl. Inline-Joint) angebunden. Die beiden Seiten des TBE-Körpers sind durch ein Drehgelenk am Schubmittelpunkt SC miteinander verbunden. Um den zusätzlichen Freiheitsgrad in y-Richtung, der durch die zwei Kugelschubgelenke an U entsteht, aufzuheben, wurde an SC ein Ebenengelenk (Inplane-Joint) hinzugefügt. Die Position und Ausrichtung des Drehgelenks RU zwischen dem

TBE-Körper und dem Radträger wird durch zwei Punkte (RUi und RUo) festgelegt. Die Anbindung der vorderen Längsstrebe erfolgt über zwei Kugelgelenke, eines am radträgerseitigen Punkt RL und eines am karosserieseitigen Punkt L. Das Modell umfasst somit insgesamt 6 Körper, die durch 4 Kugelgelenke, 3 Drehgelenke, 2 Kugelschubgelenke und 1 Ebenengelenk eingeschränkt werden. Zusammen mit den 2 isolierten Freiheitsgraden der vorderen Längsstreben ergibt sich gemäß dem Grübler-Kutzbach Kriterium [36]:

$$\text{DOF} = 6 \cdot n_K - \sum_{i=1}^{n_G}(6 - f_i) - r = 6 \cdot 6 - (4 \cdot 3 + 3 \cdot 5 + 2 \cdot 2 + 1 \cdot 1) - 2 = 2 \qquad (2.44)$$

mit:

$$\begin{aligned} n_K &= \text{Anzahl der Körper} \\ i &= \text{Index für das Gelenk} \\ n_G &= \text{Gesamtanzahl der Gelenke} \\ f_i &= \text{Freiheitsgrad des Gelenks } i \\ r &= \text{Anzahl der isolierten Freiheitsgrade} \end{aligned}$$

Die mathematische Formulierung der Kinematik basiert auf den Arbeiten von Schnelle [30] und Matschinsky [17]. Sie erfolgt mithilfe spezieller, für dieses Ersatzmodell hergeleiteten, Vektor-Algebraischer Formulierungen auf Geschwindigkeitsebene und folgt damit dem in Abschnitt 2.1.1 unter *"Formulierungen der Kinematik auf Geschwindigkeitsebene"* beschriebenen kinematischen Modellierungsansatz.

Die Kinematik der MLTA wurde unter Berücksichtigung verschiedener kinematischer und elastokinematischer Zielgrößen und Bauraumbeschränkungen optimiert.

Tabelle 2.2 fasst die für die Optimierung verwendeten Kennwerte und Randbedingungen zusammen. Dabei wurden sowohl Ungleichungsbedingungen (Inequality Constraints) durch Mindest- und Höchstwerte als auch Gleichungsbedingungen (Equality Constraints) zur genauen Definition der Randbedingungen genutzt.

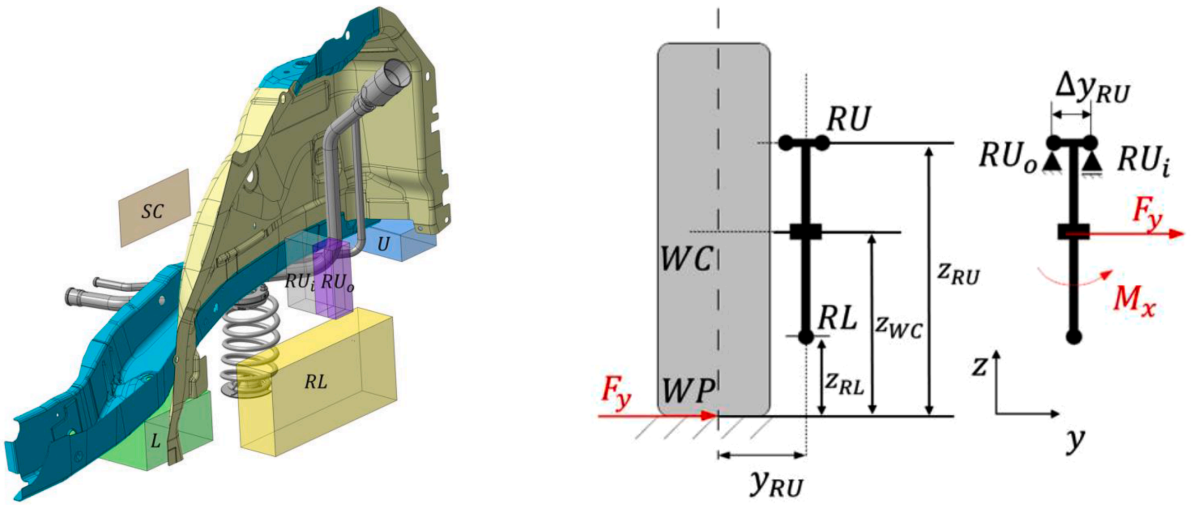
Die Optimierung wurde für insgesamt sechs Kennwerte durchgeführt, die einen fest definierten Zielwert (Desired) hatten. Für jeden dieser Kennwerte wurde die Abweichung zum Desired-Wert berechnet, der in Kombination mit dem entsprechenden Gewichtungsfaktor aus Tabelle 2.2 zu einem skalaren Zielwert zusammengefasst wurde. Dieser skalare Zielwert diente dann als Grundlage für die eigentliche Optimierung.

Der Bauraum war dabei durch das geplante Versuchsfahrzeug (Ford Fiesta MJ 2017) vorgegeben. Abbildung 2.52a zeigt die möglichen oberen und unteren Grenzen der einzelnen Hardpoints, dargestellt durch farbige Volumenquader. Zusätzlich wurden für die einzelnen Hardpoints lineare und nicht-lineare Randbedingungen formuliert (s. Tabelle 2.2). So durf-

Tabelle 2.2.: Übersicht der optimierten Fahrwerkskenngrößen der MLTA nach [88], sowie der Zielwerte (Desired), Randbedingungen (Min. /Max. / Equal. Constraints) und Gewichtungsfaktoren.

Kennwert	Desired	Min. Constraint	Max. Constraint	Equal. Constraint	Gewichtung (%)
Paralleler Radhub				–	
Wheel-Center-Recession	$< 180\,\mathrm{mm/m}$	$> 60\,\mathrm{mm/m}$	$< 200\,\mathrm{mm/m}$	–	10 %
Anti-Lift	$< 80\,\%$	$> 25\,\%$	$< 80\,\%$	–	20 %
Parallelstellung (l_1, l_2)	70 mm	45 mm	70 mm	–	10 %
Wechselseitiger Radhub				–	
Sturzgradient $\Delta\gamma$	$< -2.2\,\mathrm{min/mm}$	$< -2.2\,\mathrm{min/mm}$	–	–	20 %
Spurgradient $\Delta\delta$	$> 0.4\,\mathrm{min/mm}$	$> 0.4\,\mathrm{min/mm}$	$< -2.0\,\mathrm{min/mm}$	–	20 %
Rollzentrumshöhe h_{RZ}	–	–	170 mm	–	–
Elastizität				–	
Sturznachgiebigkeit c_γ an RU	confidential	–	–	–	20 %
Torsionswinkel an RU		–	30°	–	–
Torsionsübersetzung an RU		–	$\sim 0.2\,^\circ/\mathrm{mm}$	–	–
Torsionsübersetzung an SC		–	$\sim 0.25\,^\circ/\mathrm{mm}$	–	–
Bauraum Randbedingungen					
y-Koordinate von RUi		–	-594 mm	–	–
y- Abstand $(WC - RUo)$		53 mm	–	–	–
Felgengröße		–	16 in	–	–
Radius von Radlager		70 mm	–	–	–
U in xy-Ebene		Polynom 4. Ordnung	Polynom 4. Ordnung	–	–
L in xy-Ebene		–	–	Linear	–
L in xz-Ebene		–	–	Linear	–
Ausrichtung von RU		–	–	Parallel zur y-Achse	–

te beispielsweise der vordere Punkt L nur auf einer fest vorgegebenen Geraden liegen, die durch den Längsträger definiert wurde. Die Position des Drehlagers am Punkt (RU) war in y-Richtung stark durch die Karosserie-Struktur eingeschränkt.



(a) **(b)**

Abbildung 2.52.: Definition von Randbedingungen und Kennwerten, die in der Optimierung berücksichtigt wurden [88]: **(a)** Bauraumrandbedingungen im Versuchsfahrzeug dargestellt durch farbige Volumenquader; **(b)** Bestimmung der Sturznachgiebigkeit an der Lagerstelle RU

Für die Optimierung des parallelen Radhubs wurden die drei Kennwerte Wheel-Center-Recession, Anti-Lift und Parallelstellung der Lenker l_1 und l_2 berücksichtigt und mit insgesamt 40 % gewichtet. Der Kennwert Parallelstellung bezieht sich auf den Einfederweg bis zu dem Punkt, an dem l_1 und l_2 parallel zueinander stehen, wobei an diesem Punkt ein Stetigkeitssprung in der Lage des Längspols auftritt (s. auch Abbildung 2.53b).

Für den wechselseitigen Radhub wurden der Spurgradient $\Delta\delta$ und der Sturzgradient $\Delta\gamma$ ebenfalls in die Optimierung einbezogen und zusammen mit 40 % gewichtet.

Zusätzlich wurde der Einfluss der RU-Lagerposition und die Stützweite y_{RU}, definiert durch den Abstand zwischen RUi und RUo, auf die Sturznachgiebigkeit in der Optimierung mit 20 % berücksichtigt. Das RU-Lager wurde dazu in zwei Einzellager an RUi und RUo mit jeweils der radialen Steifigkeit c_{rad} abgebildet (siehe Abbildung 2.52b). Der Einfluss des RU-Lagers auf die Sturznachgiebigkeit wurde anschließend mit folgender Näherungsformel bestimmt:

$$d\gamma_{RU} = \frac{2 \cdot c_{rad} \cdot z_{RU}}{\Delta y_{RU}^2} \cdot \frac{180°}{\pi} \tag{2.45}$$

Tabelle 2.3 zeigt das optimierte Hardpoint-Set für die linke Fahrzeugseite, dass als Ausgangspunkt für die weitere Entwicklung und die spätere elastokinematische Auslegung in dieser Arbeit dient.

Tabelle 2.3.: Optimiertes Hardpoint-Set nach [88]

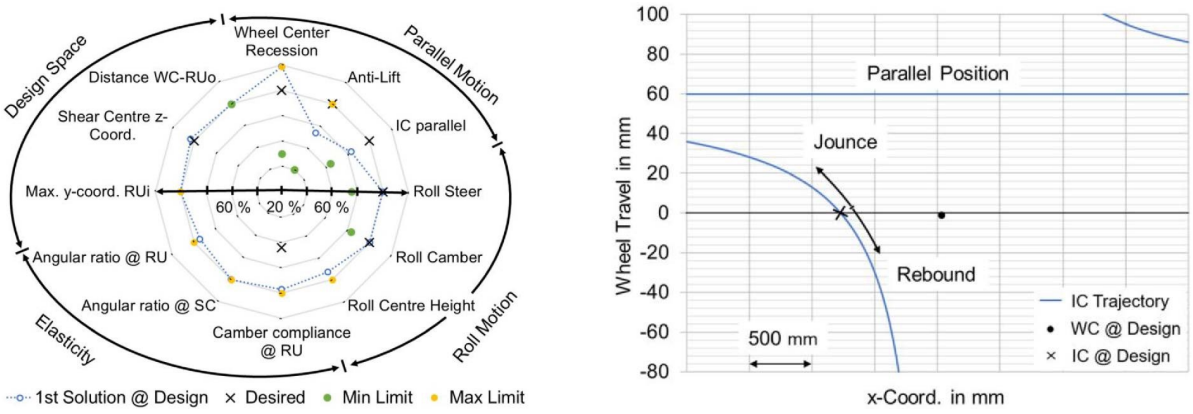
Name - Funktion	**X in mm**	**Y in mm**	**Z in mm**
U – Hinterer Karosserielagerpunkt	4700	-568	554
L – Vorderer Karosserielagerpunkt	3950	-538	438
RUi - Hilfspunkt Drehgelenk innen	4300	-606	580
RUo – Hilfspunkt Drehgelenk außen	4300	-682	580
RU – Drehgelenk Mitte	4300	-644	580
RL – Kugelgelenk Längstrebe radträgerseitig	4257	-667	312
SC – Schubmittelpunkt	4512	0	522
RM – Radmittelpunkt	4285	-735	475

Die Ergebnisse, die mit diesem Hardpoint-Set erzielt wurden, sind in Abbildung 2.53a als relativ Werte dargestellt. Sie zeigen, dass die optimierte Version innerhalb der definierten Grenzen liegt, jedoch nicht in allen Stellen den gewünschten Zielwert (Desired) erreicht. Insbesondere bei den durch die Elastizität bestimmten Kenngrößen zeigt sich, dass die optimierte Lösung nahe an der oberen Grenze liegt.

In der Auswertung der Ergebnisse wird besonders hervorgehoben, dass die kinematischen Eigenschaften der MLTA stark vom Beladungszustand abhängen [88]. Die Ursache hierfür werden in der veränderlichen Lage des Längspols in Abhängigkeit vom Einfederzustand gesehen (s. Abbildung 2.53b).

2.4. Vergleich der verschiedenen Bauformen und Beschreibung der Defizite und offenen Forschungsfragen

Basierend auf dem Stand der Technik aus den Abschnitten 2.2 – 2.3 wird im Folgenden ein Vergleich der verschiedenen Fahrwerksbauformen anhand von allgemeinen, kinematischen und elastokinematischen Kriterien durchgeführt.



(a) **(b)**

Abbildung 2.53.: Ergebnisse der Optimierung [88]: **(a)** Kennwerte mit optimierten Hardpoint-Set; **(b)** Radhub als Funktion der Längspol x-Koordinate im Bezug zum Radmittelpunkt.

Anhand des Vergleichs soll anschließend der Forschungsbedarf und die Entwicklungsziele für diese Arbeit abgeleitet werden. Das neue MLTA-Fahrwerkskonzept soll – wie in Abschnitt 1.1 beschrieben – die bisherige Verbundlenkerachse ersetzen. Daher wird die Verbundlenkerachse als Referenz für die Vergleiche herangezogen.

Einzelradaufhängungen mit komplexen räumlichen Mechanismen werden aufgrund der hohen Anzahl an Lenkern, den damit verbundenen Kosten und dem hohen Bauraumbedarf für den benötigten Hilfsrahmen für den Vergleich nicht berücksichtigt. Ebenso werden einfache ebene Einzelradaufhängungen (Längslenker- und Schräglenkerachsen) aufgrund der eingeschränkten elastokinematischen Optimierungsfähigkeit, wie in Abschnitt 2.2.1 beschrieben, ebenfalls nicht betrachtet. Auch alle Starrachsen werden aufgrund ihrer oben beschriebenen Defizite (s. Abbildung 2.31) aus dem Vergleich ausgeschlossen.

Der aktuelle Forschungsstand der MLTA aus Abschnitt 2.3 wird ebenfalls in den Vergleich mit einbezogen.

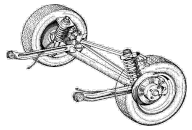
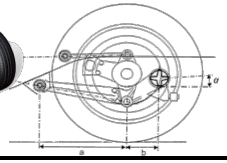
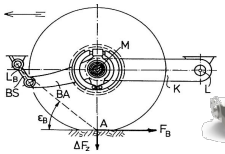
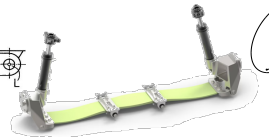
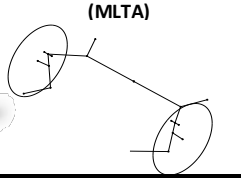
Für den Vergleich verbleiben somit die folgenden sieben Bauformen:

- Verbundlenkerachse (Referenz),
- Torsionskurbelachse,
- Zentrallenkerachse,
- BMW-Patent einer Verbundachse,
- umgedrehte Verbundlenkerachse mit Bremsankermechanismus,
- Dämpferbeinachse mit GFK-Trapezlenker,
- Mehrlenker-Torsionsachse (MLTA).

Tabelle 2.4 zeigt die Ergebnisse des Vergleichs anhand von insgesamt 13 Kriterien.

Tabelle 2.4.: Vergleichstabelle verschiedener Achsbauformen, anhand von allgemeinen, kinematischen und elastokinematischen Eigenschaften.

++ Deutlich Besser
+ Besser
O Referenz Verbundlenkerachse
- Schlechter
-- Deutlich schlechter

		Verbundlenkerachse	Torsionskurbelachse	Zentrallenkerachse	BMW Patent	Bremsanker	GFK-Achse	Mehrlenker-Torsionsachse (MLTA)
								
Allgemein Eigenschaften	Bauraum zwischen den Rädern	O	+	+	++	++	+	++
	Ungefederte Masse	O	--	-	--	-	+	-
	Komplexität/ Bauteilanzahl	O / 1	O / 2	-- / 7	-- / 7	- / 5	- / 3	- / 5
	Max. Achslast	O	++	+	++	O		O
	Radkopplung (Kopieren)	O	--	O	--	O	O	O
Kinematik	Freiheitsgrade (Par./ Wechs.)	2	2	1	2	2	1	2
	Bremsabstützverhalten	O	O	O	++	++	O	++
	Schrägfederung	O	O	O	++	--	O	++
	Wankkompensation	O	+	-	++	O	-	O
Elastokin.	Spurtendenz unter Seitenkraft	Nachspur	Vorspur	Vorspur	Vorspur	Vorspur	Vorspur	Vorspur
	Längsnachgiebigkeit	O	+	++	+	O	++	O
	Sturzsteifigkeit	O	+	+	-	O	+	-
	Seitenkraftsteifigkeit	O	+	+	+	O	+	-

Allgemeinen Eigenschaften

Bauraum: Wie die folgende Abbildung 2.54 zeigt, bieten alle Bauformen im Vergleich zur Verbundlenkerachse mehr Bauraum zwischen den Rädern. Besonders das BMW-Patent **(c)**, die umgedrehte Verbundlenkerachse mit Bremsankermechanismus **(d)** und die MLTA **(f)** schaffen deutlich mehr Bauraum bis hinter die Radmitte und werden daher mit (++) bewertet.

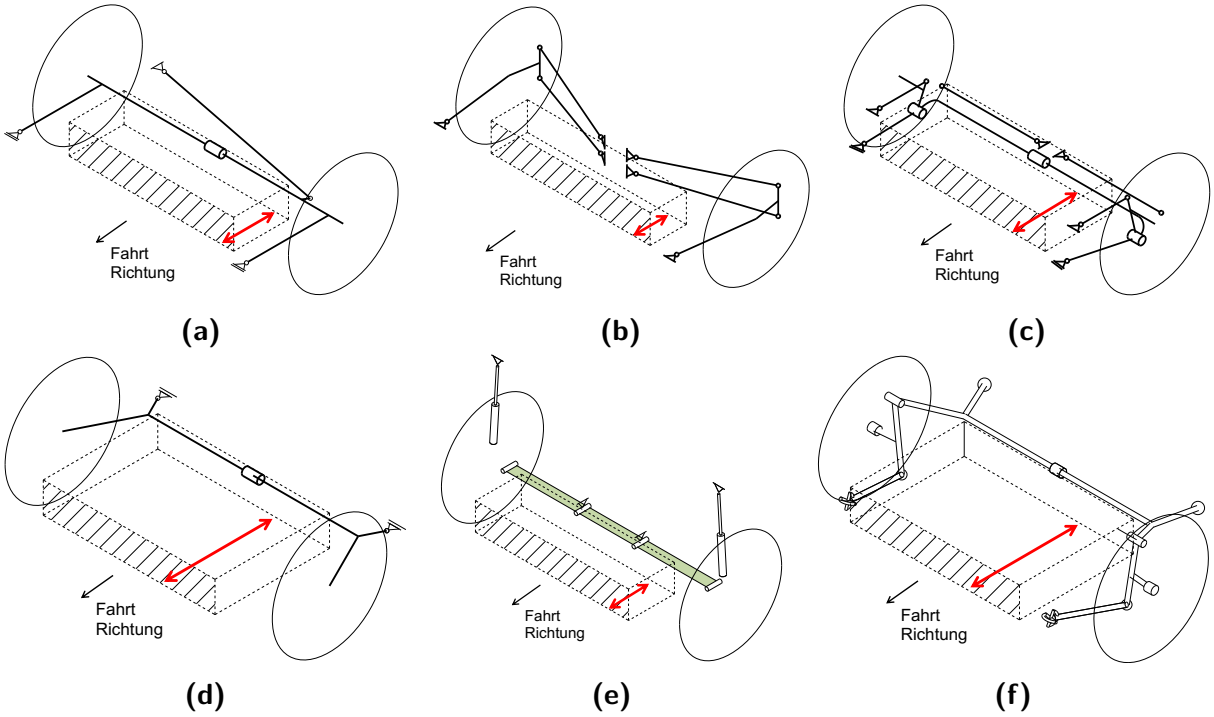


Abbildung 2.54.: Bauraumvergleich verschiedener Achsbauformen: **(a)** Torsionskurbelachse; **(b)** Zentrallenkerachse; **(c)** BMW-Patent einer Verbundachse; **(d)** Bremsankermechanismus; **(e)** Dämpferbeinachse mit GFK-Trapezlenker; **(f)** Mehrlenker-Torsionsachse (MLTA).

Ungefederte Masse: Durch den einfachen Aufbau und die Querträgerposition nahe der karosserieseitigen Lagerung besitzt die Verbundlenkerachse die geringste ungefederte Masse. Im Gegensatz dazu zeigen die Torsionskurbelachse und das BMW-Patent aufgrund ihrer radnahen Querträgerposition deutliche Nachteile und werden mit (–) bewertet.

Komplexität/Bauteilanzahl: Die Verbundlenkerachse besteht aus nur einem Bauteil, dem Achskörper. Im Gegensatz dazu bestehen die anderen Bauformen aus mehreren Bauteilen: Die Torsionskurbelachse umfasst zwei Bauteile, die GFK-Achse besteht aus drei Bauteilen, die umgedrehte Verbundlenkerachse mit Bremsankermechanismus und die MLTA besteht aus fünf Bauteilen und die Zentrallenkerachse, sowie das BMW-Patent bestehen jeweils aus sieben Bauteilen.

Achslast und Radkopplung: Die radnahe Querträgerposition der Torsionskurbelachse und des BMW-Patents ermöglicht eine robuste Bauweise und demzufolge eine hohe Achslast. Allerdings bringt diese Position Komfortnachteile mit sich, da sie zu einer hohen Kopplung beider Räder führt, wie in Abbildung 2.33 erläutert.

Kinematische Eigenschaften

Freiheitsgrade: Die kinematischen Eigenschaften der verschiedenen Achsbauformen unterscheiden sich deutlich. Alle Verbundaufhängungen besitzen grundsätzlich zwei Freiheitsgrade, was zu den in Abschnitt 2.2.3 beschriebenen Vorteilen der getrennten Auslegung von gleichseitigen und wechselseitigen Radhub führt. Im Vergleich dazu haben Einzelradaufhängungen pro Radseite nur einen Freiheitsgrad und dementsprechend eine eingeschränktere Auslegungsfähigkeit.

Wankkompensation: Durch die getrennte Auslegung von gleichseitigem und wechselseitigem Radhub können Verbundaufhängungen mit einer deutlich stärkeren Sturzänderung bei Kurvenfahrt ausgelegt werden. Sie besitzen dementsprechend eine hohe Wankkompensation, so das sie gemäß Gleichung (2.22) ein verbessertes Seitenkraftübertragungspotential aufweisen. Besonders die Torsionskurbelachse und das BMW-Patent zeigen hier aufgrund der günstigen Schubmittelpunktposition, wie in Abbildung 2.37 erläutert, das beste Verhalten.

Bremsstütz- und Schrägfederverhalten: Das Bremsabstützverhalten und die Schrägfederung werden durch die Position des Längspols bestimmt. Bei der Verbundlenkerachse, der Torsionskurbelachse, der Zentrallenkerachse und der Composite Leaf Spring Axle wird dessen Lage weitgehend durch die Längslenkerposition festgelegt. Diese unterliegt Bauraumrandbedingungen und kann daher nicht vollständig frei ausgelegt werden. Im Vergleich dazu kann die Lage des Längspols beim BMW-Patent, der MLTA und mit Einschränkungen auch bei der umgedrehten Verbundlenkerachse mit Bremsankermechanismus durch die Auslegung des Mechanismus weitgehend frei gewählt werden. Die Besonderheit beim Bremsankermechanismus ist, dass der Längspol abhängig davon ist, ob die Bremse betätigt ist oder nicht. Bei frei rollendem Rad ist der Längspol durch den hinteren Anbindungspunkt (A) der Verbundlenkerachse festgelegt und bestimmt damit das Schrägfederverhalten. Bei betätigter Bremse wird der Längspol hingegen mit durch die Bremsstrebe (BS) definiert, wie in Abbildung 2.44 gezeigt. Dadurch kann das Bremsabstützverhalten weitgehend frei ausgelegt werden, während die Schrägfederung durch den Punkt A festgelegt ist.

Elastokinematische Eigenschaften

Die Ergebnisse der Vergleichstabelle 2.4 verdeutlichen die elastokinematischen Stärken und Schwächen der Verbundlenkerachse im Vergleich zu den anderen Bauformen.

Durch die Einbaurichtung ergibt sich für die Verbundlenkerachse als einzige Bauform eine natürliche Nachspurtendenz, die nur durch zusätzlichen konstruktiven Aufwand, wie in Abschnitt 2.2.3 beschrieben, reduziert werden kann. Die besten elastokinematischen Eigenschaften zeigen die Einzelradaufhängungen, da die einzelnen Lenker gezielt elastokinematisch abgestimmt werden können. Der Vergleich zeigt, dass das BMW-Patent aufgrund der zusätzlichen Drehgelenksverbindung zwischen Rad und Achskörper (Abbildung 2.45), die in der Praxis erhebliche Nachgiebigkeiten aufweisen kann, ein geringes Potenzial für eine hohe Sturzsteifigkeit bietet. Die MLTA weist die größten elastokinematischen Schwächen auf: Insbesondere die

Drehgelenkverbindung (RU) erhöht sowohl die Sturz- als auch die Quernachgiebigkeit deutlich (Abbildung 2.53a). Der Achskörper beim Bremsankermechanismus ist, wie bei der Verbundlenkerachse auch, starr über das Radlager mit dem Rad verbunden und besitzt daher ein ähnliches Steifigkeitsverhalten. Durch die umgedrehte Einbaulage des Bremsankermechanismus und der MLTA ergibt sich zudem eine wünschenswerte Vorspurtendenz.

2.4.1. Zusammenfassung und Beschreibung der Defizite

Der zusammenfassende Vergleich der verschiedenen Bauformen zeigt, dass besonders das BMW-Patent, die umgedrehte Verbundlenkerachse mit Bremsankermechanismus und die MLTA das größte Potenzial für eine Bauraumoptimierung besitzen. Aufgrund der hohen Anzahl an Bauteilen, der hohen ungefederten Massen und der hohen Radkoppelung ist das BMW-Patent aber für die Substitution der Verbundlenkerachse ungeeignet.

Die umgedrehte Verbundlenkerachse mit Bremsankermechanismus zeigt das größte Potenzial für die Entwicklung eines bauraumsparenden und kostengünstigen Achskonzepts mit ähnlichen elastokinematischen Eigenschaften wie die Verbundlenkerachse. Die wesentliche Schwäche liegt in der eingeschränkten Auslegungsfähigkeit der Schrägfederungseigenschaften.

Die MLTA bietet zwar eine gute kinematische Auslegungsfähigkeit hinsichtlich Schräg- und Bremsstützverhalten, weist jedoch unter Querkrafteinfluss deutliche elastokinematische Schwächen auf. Diese wurden bereits in der ersten Untersuchung von Niessing und Fang [88] identifiziert und sind insbesondere auf das zusätzliche Drehgelenk an der Stelle RU zurückzuführen.

2.4.2. Herausforderungen und offene Forschungsfragen

Die bisherigen Arbeiten zur MLTA haben sich vor allem auf kinematische Untersuchungen und die Auslegung konzentriert und somit wichtige Grundlagen für weitergehende Untersuchungen gelegt. Die in Tabelle 2.4 dargestellte Bewertung zeigt, dass die MLTA trotz ihres kinematischen Gestaltungspotenzials deutliche elastokinematische Defizite aufweist.

Daher besteht ein zentrales Ziel dieser Arbeit in der gezielten Auslegung der Elastokinematik der MLTA. Während die Kinematik bereits umfassend untersucht wurde, sind elastokinematische Kenngrößen wie Nachgiebigkeiten und Nebenfederraten bislang unzureichend berücksichtigt worden.

Diese sind jedoch entscheidend für das Fahrverhalten, insbesondere für das Kraftübertragungsverhalten des Reifens, und somit von maßgeblicher Bedeutung für die Querdynamik des PKWs (siehe Abschnitte 2.1.2.1, 2.1.3 und 2.1.4).

Darüber hinaus ist die Entwicklung eines Achsprototyps notwendig, um die theoretischen Annahmen im Versuch zu bestätigen. Die Entwicklung umfasst dabei die Auslegung und das

Design der einzelnen Komponenten, wobei vor allem die Steifigkeits- und Festigkeitsanforderungen berücksichtigt werden müssen. Die Integration des Prototyps in ein Versuchsfahrzeug stellt einen weiteren wichtigen Schritt dar, speziell im Hinblick auf die Auslegung einer hypothetischen Batterie und den dadurch erzielbaren Bauraumgewinn.

Ein weiteres Ziel stellt es dar, ein funktionsfähiges Versuchsfahrzeug zu entwickeln, das sowohl objektiven als auch subjektiven Prüfungen unterzogen werden kann. Dies schließt KnC-Versuche zur Validierung der ausgelegten Kenngrößen ebenso ein wie Fahrversuche, die das Nickverhalten beim Bremsen (Bremsabstützwinkel ε^*), den Längskomfort (Schrägfederungswinkel ε) und die Querdynamik (Nachgiebigkeiten und Gesamtauslegung) bewerten.

3. Modellbildung der Mehrlenker-Torsionsachse

Um die MLTA analysieren, auslegen und optimieren zu können, ist eine geeignete Modellierung erforderlich, die alle relevanten Eigenschaften realitätsnah abbilden kann.

Für die Auslegung der MLTA sind sowohl die Kinematik als auch die Elastokinematik von einer entscheidenden Bedeutung, weshalb der Einfluss der verwendeten Elastomerlager im Modell berücksichtigt werden muss. Dies umfasst einerseits die Auswirkungen der Elastizitäten auf die kinematischen Eigenschaften (Elastokinematik). Für eine realitätsnahe Abbildung der Elastokinematik müssen auch die inneren Kräfte und Momente im Modell berücksichtigt werden. Diese entstehen beispielsweise durch die Torsion der Elastomere bei einem Radhub. Da sie die Lagerkräfte beeinflussen, führen sie zu Rückkopplungseffekten auf die Elastokinematik. Zusätzlich sollen die Kräfte durch die Aufbaufedern und die Druckanschlag-Federn der Dämpfer (Bumpstops) berücksichtigt werden. Auch soll die Struktursteifigkeit des nach hinten umgedrehten Achskörpers, im weiteren als TBE bezeichnet, und der Einfluss der verwendeten Radlager abgebildet werden. Einflüsse weiterer Struktursteifigkeiten, wie die des Radträgers und der nach vorne gerichteten Längsstrebe, können vernachlässigt werden.

In dieser Arbeit wird ein allgemeiner Ansatz für die Modellierung der Kinematik und Elastokinematik für Mehrkörpersysteme hergeleitet. Die Herleitung erfolgt dabei am Beispiel der MLTA, wobei der entwickelte Solver auf beliebige Achstopologien und andere Mehrkörpersysteme anwendbar ist. Der Solver wird in dieser Arbeit speziell auf die MLTA des Ford Fiesta Versuchsfahrzeug angewendet und dient somit als Auslegungs-, Optimierungs- und Benchmarkwerkzeug.

Die Verwendung eines selbst erstellten Berechnungsmodells bietet mehrere Vorteile. Zum einen bildet sich ein vertieftes Verständnis über den MLTA-Mechanismus, wodurch potenzielle Schwachstellen schnell identifiziert und geeignete Verbesserungsmöglichkeiten gefunden werden können. Ein weiterer Vorteil des eigenen Modells besteht darin, dass es in beliebigen Programmiersprachen wie Rust, Python oder MATLAB® implementiert werden kann. Dadurch können bestehende Entwicklungswerkzeuge, wie beispielsweise unterschiedliche Optimierungsalgorithmen, einfach auf das Modell angewendet werden. Zudem können die generierten Daten direkt in der Programmierumgebung weiterverarbeitet werden, beispielsweise zur Visualisierung der Ergebnisse in Diagrammen.

3.1. Kinematisches Ersatzmodell

Für eine realitätsnahe Abbildung der Kinematik, aber auch der Elastokinematik der MLTA, ist die Wahl eines geeigneten Ersatzmodells von entscheidender Bedeutung. Das Ersatzmodell zielt darauf ab, das kinematische Verhalten der realen Radaufhängung bestmöglich nachzubilden. Für Radaufhängungen die ausschließlich kinematisch bestimmt durch Lenker und Gelenke geführt werden –beispielsweise 5-Lenker Achsen– ist die Bildung eines geeigneten Ersatzmodells meist trivial (s.a. Abschnitt 2.1.1).

Für Radführungen, die kinematisch überbestimmt gelagert sind, beispielsweise Verbundlenker- oder Schwertankerachsen, ist die Ersatzmodellierung dagegen komplexer. Die Überbestimmtheit wird in diesen Fällen durch eine Nachgiebigkeit in den Elastomerlagern aufgelöst, was eine realitätsnahe kinematische Abbildung erschwert.

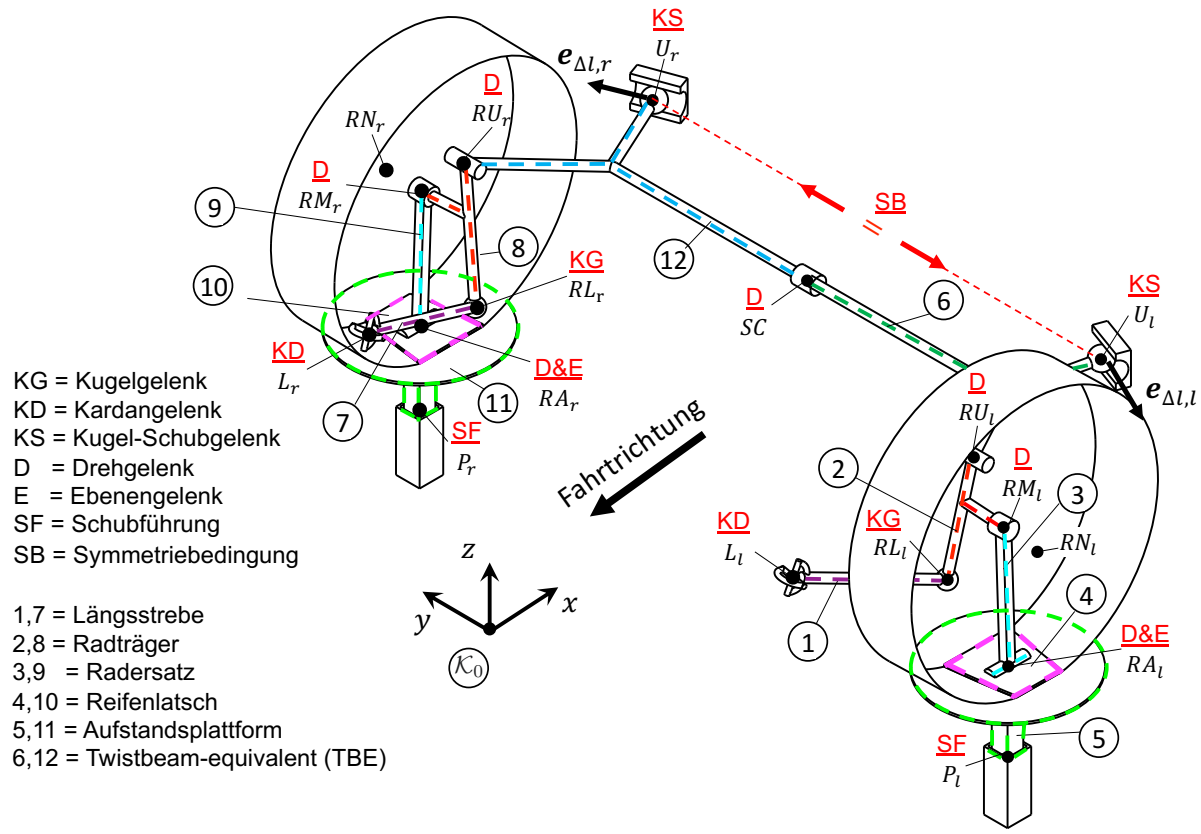


Abbildung 3.1.: Kinematisches Ersatzmodell der MLTA in Kombination mit zwei Radaufstandsplattformen die in vertikale Richtung über zwei Schubführungen (SF) aktuiert werden. Körperfarben: lila-Längsstrebe, rot-Radträger, cyan-Radersatz, magenta-Reifenlatsch, hellgrün-Aufstandsplattform, dunkelblau & dunkelgrün - TBE

Abbildung 3.1 zeigt das kinematische Ersatzmodell der MLTA, das über zwei Radaufstandsplattformen aktuiert werden kann. Das Modell besteht insgesamt aus 12 einzelnen Körpern. Körper 1-6 entsprechen dabei allen Körpern in Fahrtrichtung links und die Körper 7-12 repräsentieren die Körper in Fahrtrichtung rechts. Die Körper im kinematischen Ersatzmodell sind in einer klaren Reihenfolge durchnummeriert, beginnend bei Körper 1 (Längsstrebe in Fahrrichtung links). Die Nummerierung setzt sich entlang der kinematischen Kette (Längsstrebe

- Radträger - Radersatz - Reifenlatsch - Aufstandsplattform) fort. Der TBE Körper wird zum Schluss nummeriert. Analog wird beginnend bei Körper 7 auf der rechten Seite verfahren. Durch diese Art der Nummerierung wird die Indizierung für die spätere Mehrkörperberechnung deutlich vereinfacht. Das raumfeste Bezugssystem wird mit null indiziert und mit $\mathcal{K}_0$ bezeichnet. Die Position der einzelnen Gelenke wird durch die Konstruktionspunkte festgelegt, wobei die linke und die rechte Seite in Fahrtrichtung durch die Indizes (l) und (r) unterschieden werden.

Die Längsstrebe – Körper ① links und ⑦ rechts – wird aufbauseitig über ein Kardangelenk (KG) und radträgerseitig über ein Kugelgelenk (KG) geführt. Der Radträger – Körper ② links ⑧ rechts – ist mit einem Drehgelenk (D) an das Radersatz-Modell und mit einem weiteren Drehgelenk (D) an die beiden Hälften des Twistbeam-equivalent (TBE) – Körper ⑥ links und ⑫ rechts – angebunden.

An den Konstruktionspunkten U_l und U_r ist der TBE Körper über Kugel-Schub Gelenke (KS) aufbaufest verbunden. Ein zusätzliches Drehgelenk (D) am Schubmittelpunkt SC verbindet die beiden TBE-Hälften miteinander. Zudem sind die Gelenkpunkte U_l und U_r durch eine Symmetriebedingung (SB) miteinander verknüpft. Diese Bedingung stellt sicher, dass die Bewegung der beiden Punkte in Richtung des Verbindungsvektors von U_l nach U_r stets entgegengesetzt und symmetrisch ist, wie in Abbildung 3.1 dargestellt.

Das Drehgelenk (D) am Radmittelpunkt RM stellt das Radlager dar und verbindet den Radträger mit dem kinematischen Rad-Ersatzmodell. Hierfür ist ein stabförmiger Radersatz – Körper ③ links und ⑨ rechts – senkrecht an das Radlager angebunden. Der Stab ist über ein weiteres Drehgelenk (D) auf Höhe des Radaufstandspunktes RA mit einer Platte verbunden, die den Reifenlatsch repräsentiert. Der Reifenlatsch wird somit durch die Körper ④ auf der linken Seite und ⑩ auf der rechten Seite dargestellt. Die Platte kann als Ebenengelenk (E) normal zur Fahrbahn rotieren und sich parallel in der Ebene verschieben. Die Fahrbahn wird in diesem Modell durch zwei Aufstandsplattformen – Körper ⑤ links und ⑪ rechts – repräsentiert, die über Schubführungen (SF) in der Höhe aktuiert werden können.

3.1.1. Modellierung des Längenausgleichs

Die Verdrehung der beiden TBE-Hälften über das Drehgelenk am Schubmittelpunkt SC führt zu einer Änderung des Abstands zwischen den beiden körperfesten Gelenkpunkten U_l und U_r. In einem nicht-ideal kinematischen Modell wird diese Längenänderung durch die Nachgiebigkeit der Gummilager bereitgestellt, während in einem ideal-kinematischen Modell diese Längenänderung durch einen zusätzlichen Freiheitsgrad (FHG) bereitgestellt werden muss.

Frühere Arbeiten haben verschiedene Möglichkeiten für die Randbedingungen der Verbundlenkerachse aufgezeigt und untersucht, die eine geforderte Längenkompensation ermöglichen. Matschinsky vereinfacht diesen FHG durch die Verwendung eines Drehschub-Gelenks am Punkt SC [17]. Auf diese Weise können sich die beiden TBE-Hälften relativ zueinander am Punkt SC

ineinander verschieben, was offensichtlich nicht der Realität entspricht. Schnelle schlägt vor, diesen FHG durch die Verwendung von zwei Kugelgelenken mit einem zusätzlichen Schubfreiheitsgrad in y-Richtung umzusetzen [30]. In [88] wird der von Schnelle vorgeschlagene Modellierungsansatz (2 Kugel-Schubgelenke in y-Richtung) auf die MLTA angewandt. Zusätzlich wird ein weiteres Kugel-Ebenengelenk an der Position SC eingeführt, um den resultierenden FHG in y-Richtung zu sperren. Diese Gelenkanordnung leitet alle Reaktionskräfte am TBE in y-Richtung auf das Kugel-Ebenengelenk am Punkt SC um. Dadurch erfolgt keine realitätsnahe Darstellung der Gelenkkräfte, die jedoch für die spätere Bestimmung der Elastokinematik essenziell ist.

Zudem gehen alle bisher bekannten kinematischen Ersatzmodelle im Allgemeinen davon aus, dass die Längenkompensation nur in der y-Richtung erfolgt, was eine gute Annäherung ist. Für eine genaue Abbildung der Kompensationsbewegung können jedoch die Gummilagereigenschaften nicht vernachlässigt werden.

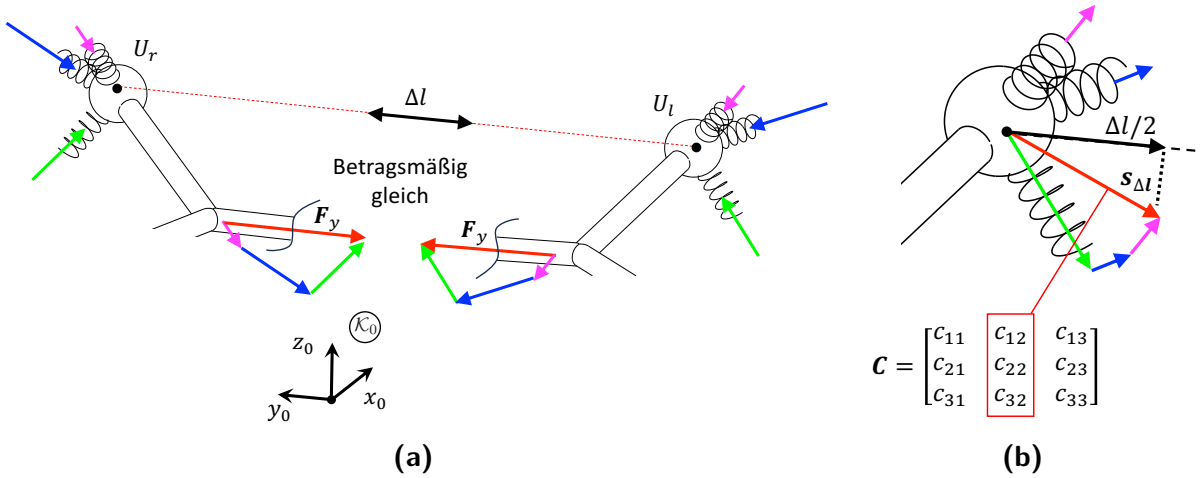


Abbildung 3.2.: Längenausgleich am Lagerpunkt U, **(a)** Gleichgewichtszustand der minimalsten potentiellen Energie unter Berücksichtigung der Zwangsbedindungen durch das Drehgelenk, **(b)** Ausgleichsbewegung $\underline{s}_{\Delta l}$ am räumlich gedrehten Gummilager, die ausschließlich eine Kraft in y-Richtung erzeugt. Resultierend aus der transformierten Nachgiebigkeitsmatrix $\mathbf{C}$

Mechanische Systeme im statischen Gleichgewicht streben grundsätzlich nach einem Zustand mit der niedrigstmöglichen potenziellen Energie [59], wobei der Gleichgewichtszustand mit den durch die Gelenke auferlegten Zwangsbedingungen kompatibel sein muss. Bei einer vorgegebenen Längenänderung Δl durch Verdrehung des Gelenks am Schubmittelpunkt strebt der Mechanismus den energetisch günstigsten Zustand an, der durch die potenzielle Energie der Gummilagerfeder definiert ist. Dies bedeutet, dass die Deformation am Gummilager, also die Längenkompensation, in der weichsten Hauptrichtung des verwendeten Gummilagers erfolgen wird. Aufgrund der Drehgelenkverbindung beider TBE-Hälften können die Kräfte jedoch nicht frei übertragen werden und folgen den zuvor genannten Zwangsbedingungen, was zu einer Abweichung von der weichsten Hauptausrichtung führen kann.

Bei genauerer Betrachtung des Ersatzmodells in Abbildung 3.2a zeigt sich schnell, dass die an U_l und U_r entstehenden Kräfte in der Ausgangslage (Drehgelenk am Schubmittelpunkt

zeigt in y-Richtung) nur in y-Richtung übertragen werden können. Das bedeutet in Summe müssen alle Kräftepaarkonstelationen eine Kraft in y-Richtung ergeben, die sich am Drehgelenk gegeneinander aufhebt!

Abbildung 3.2 zeigt ein räumlich gedrehtes Gummilager und eine daran hervorgerufene Verschiebung $\underline{s}_{\Delta l}$, die als Resultat nur eine Kraft in y-Richtung induziert. Der Längenausgleich $\Delta l/2$ ist wie oben beschrieben durch die Kinematik vorgegebenen und entspricht dem Anteil von $\underline{s}_{\Delta l}$ in y-Richtung.

Aus dieser Betrachtung folgt, dass die Kompensationsbewegung maßgeblich durch die Gummilagerorientierung und Steifigkeitseigenschaften mitbestimmt wird. Die Richtung der Kompensationsbewegung ($\underline{e}_{\Delta l}$) kann, wie in Gleichung (3.1) dargestellt, durch Extrahieren des Spaltenvektors $\underline{b}_2 = [c_{12}, c_{22}, c_{32}]^T$ aus der in das Referenzsystem ($\mathcal{K}_0$) transformierten Nachgiebigkeitsmatrix $\mathbf{C}$ des jeweiligen Lagers wie folgt bestimmt werden (s.a. Gleichung (3.52)):

$$\underline{e}_{\Delta l} = \frac{\underline{b}_2}{|\underline{b}_2|} \tag{3.1}$$

3.1.2. Ersatzmodell des Rad-Fahrbahnkontaktes

Das mechanische Ersatzmodell des Rad-Fahrbahnkontaktes wird aus der Arbeit von Schnelle übernommen [30]. Der Linienkontakt zwischen der Radscheibe (Raddurchmesser auf Radmittelebene) und der Fahrbahn lässt sich über das Drehgelenk (D) auf Höhe des Radaufstandspunktes abbilden. Das Radlager modelliert als Drehgelenk am Punkt RM, ist entlang des Radnormalen-Vektors $\underline{e}_{RN}$ ausgerichtet. Dieser Vektor ist als Einheitsvektor definiert, der zwischen dem RM-Punkt und dem Konstruktionspunkt RN verläuft.

Die Ausrichtung des Rades in Längsrichtung (Rollrichtung) $\underline{e}_L$ kann durch die bekannte Lage des Konstruktionspunktes RN und den senkrecht zur Fahrbahn stehenden Einheitsvektor $\underline{e}_s$ bestimmt werden:

$$\underline{e}_L = \frac{\underline{e}_{RN} \times \underline{e}_s}{|\underline{e}_{RN} \times \underline{e}_s|} \tag{3.2}$$

Der Einheitsvektor vom Radmittelpunkt RM zum noch unbekannten Radaufstandspunkt RA lässt sich anschließend ermitteln zu:

$$\underline{e}_{RA} = \underline{e}_{RN} \times \underline{e}_L \tag{3.3}$$

Mit dem bekannten dynamischen Radradius R_{dyn}, der sich unter gegebener Last einstellt, lässt sich der Radaufstandspunkt bestimmen:

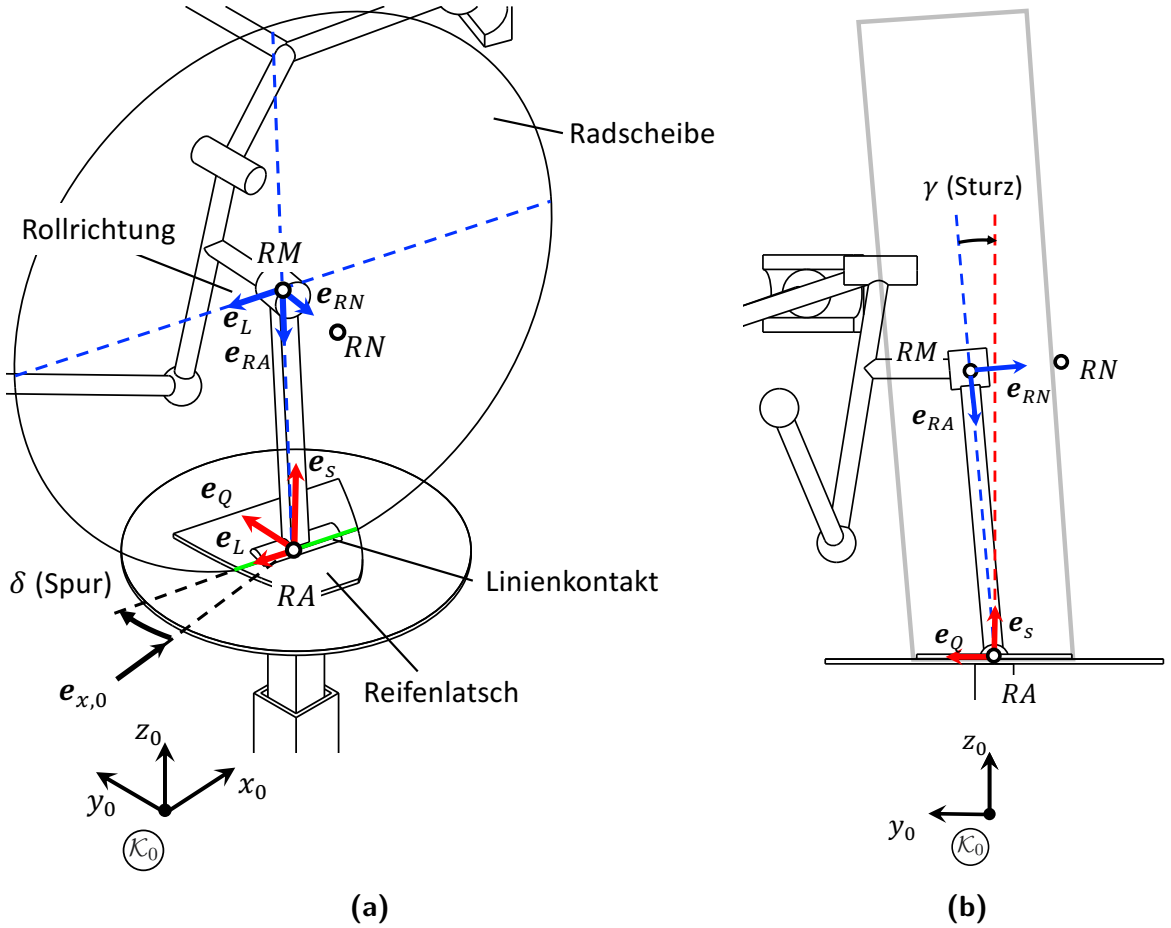


Abbildung 3.3.: Mechanisches Ersatzmodell des Rad-Fahbahnkontaktes, **(a)** Isometrische Ansicht des Radersatzmodells, mit dem radfesten Koordinatensystem (blau) und dem latschfesten Koordinatensytem (rot) **(b)** yz-Ansicht des Radersatzmodells zur Bestimmung des Fahrbahnbezogenen Sturzwinkels

$$RA = RM + R_{dyn}\underline{e}_{RA} \tag{3.4}$$

Der Spurwinkel und der aufbaubezogene Sturzwinkel lassen sich durch die bekannte Lage des Radmittelpunktes und des Radnormalenpunktes wie folgt bestimmen:

$$\delta = \arcsin \frac{x_{RA} - x_{RN}}{\sqrt{(x_{RA} - x_{RN})^2 + (y_{RA} - y_{RN})^2}} \tag{3.5}$$

$$\gamma = \arcsin \frac{z_{RA} - z_{RN}}{\sqrt{(x_{RA} - x_{RN})^2 + (y_{RA} - y_{RN})^2 + (z_{RA} - z_{RN})^2}} \tag{3.6}$$

Mithilfe dieser Gleichungen lassen sich im späteren Auswerteprozess die interessierenden Größen zur Lagebeschreibung des Rades einfach bestimmen.

3.1.3. Topologischer Aufbau des Ersatzmodells

In Summe besteht der kinematische Ersatzmechanismus der MLTA wie in Abbildung 3.1 dargestellt aus 12 Körpern und 18 Gelenken, wobei die Symmetriebedingung zwischen U_l und U_r als virtuelles Gelenk mitgezählt wird. Daraus ergibt sich die in Abbildung 3.4 dargestellte Topologie aus insgesamt 6 geschlossenen kinematischen Schleifen ($S_I - S_{VI}$).

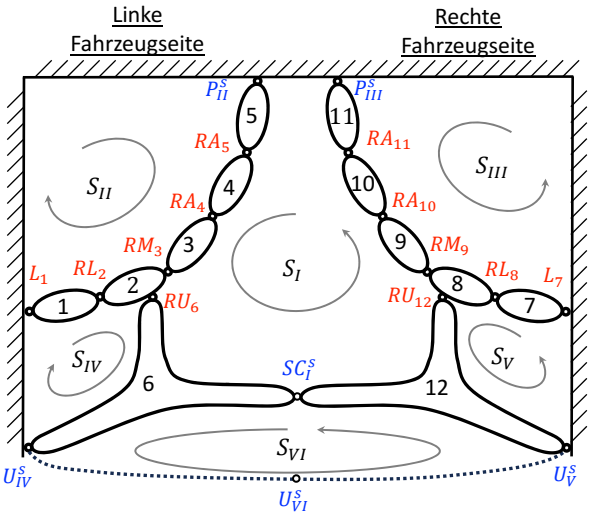


Abbildung 3.4.: Topologie des kinematischen Ersatzmodells der MLTA mit insgesamt 6 kinematischen Schleifen $S_I - S_{VI}$, 12 primären Gelenken (L_1-RU_{12}) und 6 sekundären Gelenken $SC^s_I - U^s_{VI}$.

Gelenk	Anz.	Typ	f_i	b_i
L_1, L_7	2	Kardangelenk (KD)	2	4
RL_2, RL_8	2	Kugelgelenk (KG)	3	3
RM_3, RM_9	2	Drehgelenk (D)	1	5
RA_4, RA_{10}	2	Drehgelenk (D)	1	5
RA_5, RA_{11}	2	Ebenengelenk (E)	3	3
RU_6, RU_{12}	2	Drehgelenk (D)	1	5
$\sum$ Primäre Gelenke	12		22	50
SC^s_I	1	Drehgelenk (D)	1	5
P^s_{II}, P^s_{III}	2	Schubführung (SF)	1	5
U^s_{IV}, U^s_V	2	Kugel-Schubgelenk (KS)	4	2
U^s_{VI}	1	Symmetriebed. (SB)	5	1
$\sum$ Sekundäre Gelenke	6		16	20
$\sum$	18	-	38	70

Tabelle 3.1.: Primäre und sekundäre Gelenke des kinematischen Ersatzmodells, f_i = Gelenkfreiheitsgrade am i-ten Gelenk, b_i = Gelenkbindungen des i-ten Gelenks Bezeichnungen der kinematischen Schleifen und Gelenke der MLTA.

Die Körper und Gelenke sind entsprechend der topologischen Struktur durchnummeriert. Dabei wird zwischen primären und sekundären Gelenken unterschieden. Die kinematische Kette zwischen den Körpern wird durch primäre Gelenke gebildet, während durch die sekundären Gelenke die kinematische Kette geschlossen und eine Schleife gebildet wird. Die sekundären Gelenke an den Positionen P, SC, U und das virtuelle Gelenk zwischen U, bilden insgesamt 6 geschlossene Schleifen. Die sekundären Gelenke werden mit dem Exponent s bezeichnet und entsprechend der kinematischen Schleife die sie bilden nummeriert (Abbildung 3.4). Die primären Gelenke beginnend mit Körper 1 an Position L, werden ebenfalls durchnummeriert.

Tabelle 3.1 fasst die Eigenschaften aller verwendeten Gelenke zusammen. Aus den 12 primären Gelenken resultieren insgesamt 22 primäre Gelenkfreiheitsgraden f^p und 50 primäre Gelenkbindungen b^p. Analog dazu ergeben sich für die sekundären Gelenke 16 sekundäre Gelenkfreiheitsgrade f^s und 20 sekundäre Gelenkbindungen b^s. In Summe folgen daraus für das gesamte Mehrkörpersystem 38 Gelenkfreiheitsgrade und 70 Gelenkbindungen, bezeichnet mit b.

Die Anzahl der resultierenden Freiheitsgrade des Gesamtsystems kann nach dem Grübler-Kutzbach Kriterium bestimmt werden:

$$f = 6 \cdot n_K - \sum_{i=1}^{n_G} (6 - f_i) \tag{3.7}$$

mit:

f ist die Anzahl der Freiheitsgrade des Gesamtsystems,

n_K ist die Gesamtanzahl der Körper,

n_G ist die Anzahl der Gelenke im System,

f_i ist die Anzahl der Freiheitsgrade des i-ten Gelenks.

Für geschlossene Schleifen kann die Gleichung durch Einbeziehung der Schleifenanzahl n_S vereinfacht werden:

$$f = \sum_{i=1}^{n_G} (f_i - 6n_S) \quad \text{mit} \quad n_S = n_G - n_K \tag{3.8}$$

Entsprechend den Werten aus Tabelle 3.1 ergeben sich bei 6 Schleifen 12 Körper und insgesamt 38 Gelenkfreiheitsgraden $f = 2$ Freiheitsgrade für das Gesamtsystem. Diese beiden Freiheitsgrade beziehen sich auf die vertikale Bewegung der beiden Aufstandsplattformen (Körper 5 und 11) durch die Schubführungen G^s_{II} und G^s_{III}.

Auf diese Weise können alle Formen der Radbewegung umgesetzt werden, sei es wechselseitiger Radhub, paralleler Radhub, einseitiger Radhub, unsymmetrischer Radhub oder auch die Vorgabe, dass kein Radhub stattfinden soll. Sollte die vertikale Bewegung beider Aufstandsplattformen auf null beschränkt oder durch eine Aktuierung vorgegeben werden, ist der Gesamtfreiheitsgrad $f = 0$ und das Gesamtsystem statisch bestimmt.

3.2. Kinematische Modellierung

Ausgehend vom kinematischen Ersatzmodell aus Abschnitt 3.1 wird in diesem Abschnitt die Kinematik des Modells hergeleitet. Dabei wird die in Abschnitt 2.1.1 beschriebene Vorgehensweise zur Formulierung über kinematische Schleifen verwendet [35, 36]. Dazu wird ein lineares Gleichungssystem, das alle kinematischen Einflüsse berücksichtigt, aufgestellt.

Im Anschluss an die kinematische Modellierung erfolgt die Erweiterung auf die Elastokinematik. Die verwendete Notation orientiert sich an [36] und wurde für die spätere elastokinematischen Herleitungen in Abschnitt 3.3 entsprechend erweitert.

3.2.1. Modellierung der Gelenkbindungen

Bindungen lassen sich anhand ihrer charakteristischen Eigenschaften in verschiedene Kategorien einteilen. Bindungen, die die relative Lage zwischen zwei Körpern festlegen, werden als holonome Bindungen bezeichnet. Ein typisches Beispiel für holonome Bindungen sind Gelenke. Der Begriff leitet sich aus dem Griechischen ab: hólos bedeutet „ganzheitlich“und nómos „Gesetz“. Eine zeitliche Ableitung dieser Bindungen ermöglicht ihre Betrachtung auf Geschwindigkeitsebene. Das bedeutet, dass der Freiheitsgrad sowohl auf der Lage- als auch auf der Geschwindigkeitsebene identisch ist [36].

Anholonome Bindungen legen nicht die Lage, sondern lediglich die Geschwindigkeit zweier Körper relativ zueinander fest. Das bedeutet, dass der Freiheitsgrad auf Lageebene größer ist als der auf Geschwindigkeitsebene. Ein typisches Beispiel dafür ist der schlupffreie Abrollvorgang eines Rades.

Holonome Bindungen, die nicht explizit von der Zeit abhängen, werden als skleronom (griech. sclerós - starr) bezeichnet. Bindungen, die dagegen zeitlich veränderbar sind, werden als rheonom (griech. rhéo – fließen) bezeichnet.

Ein weiteres Unterscheidungsmerkmal holonomer Bindungen ist die Art der mathematischen Formulierung. Dabei wird zwischen der impliziten und expliziten Form unterschieden. Bei der impliziten Form der Gelenkbindung wird die Gleichung in Bezug auf die unbekannten Geschwindigkeiten der beiden Körper dargestellt, jedoch nicht explizit nach diesen Geschwindigkeiten aufgelöst.

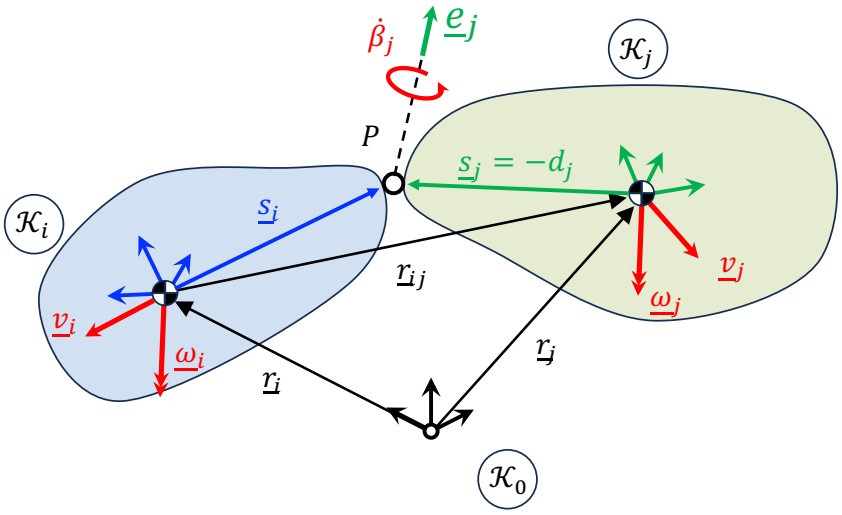


Abbildung 3.5.: Verallgemeinerte holonome Gelenkverbindung zwischen den Körper i (blau) und j (grün) relativ zum Referenzsystem $\mathcal{K}_0$

Abbildung 3.5 zeigt schematisch zwei Körper i und j, die über ein holonomes Gelenk miteinander verbunden sind. Jeder der beiden Körper hat sein eigenes körperfestes Koordinatensystem, bezeichnet als $\mathcal{K}_i$ und $\mathcal{K}_j$. Der Ursprung jedes dieser Systeme wird durch die Vektoren $\underline{r}_i$ und $\underline{r}_j$ in Bezug auf das Referenzsystem $\mathcal{K}_0$ festgelegt. Wenn dynamische Einflüsse berücksich-

tigt werden sollen, ist es empfehlenswert, den Körperschwerpunkt als Bezugspunkt zu wählen. Falls keine dynamischen Einflüsse berücksichtigt werden, kann der Bezugspunkt frei gewählt werden. Die Vektoren $\underline{s}_i$ und $\underline{s}_j$ beschreiben die Positionen von diesem Ursprung zum Gelenkpunkt P. Der Vektor $\underline{d}_j$ beschreibt in umgekehrter Weise die Position vom Gelenkpunkt P zum Bezugspunkt am Körper j. Jeder Körper hat eine translatorische Geschwindigkeit $\underline{v}$ und eine rotatorische Geschwindigkeitskomponente $\underline{\omega}$, die im jeweiligen Koordinatenursprung als Geschwindigkeitswinder $\hat{\underline{v}}$ zusammengefasst werden. Die Geschwindigkeiten des Gelenks, die aus den einzelnen Freiheitsgraden des Gelenks resultieren, werden als Vektor $\dot{\underline{\beta}}_j$ dargestellt. Dieser Vektor fasst die Gelenkgeschwindigkeiten entsprechend der Anzahl der Gelenkfreiheitsgrade f_i zusammen und hat folglich die Größe (f_i).

Allgemein kann die implizite Bindungsgleichung $\dot{\mathbf{g}}_{ij}$ auf der Geschwindigkeitsebene für zwei Körper i und j folgendermaßen beschrieben werden:

$$\begin{array}{rcccccccc} \dot{\mathbf{g}}_{ij} = & \underbrace{\begin{bmatrix}\mathbf{G}_{Ti} & \mathbf{G}_{Ri}\end{bmatrix}}_{\mathbf{G}_i} & \underbrace{\begin{bmatrix}\underline{v}_i \\ \underline{\omega}_i\end{bmatrix}}_{\hat{\underline{v}}_i} & + & \underbrace{\begin{bmatrix}\mathbf{G}_{Tj} & \mathbf{G}_{Rj}\end{bmatrix}}_{\mathbf{G}_j} & \underbrace{\begin{bmatrix}\underline{v}_j \\ \underline{\omega}_j\end{bmatrix}}_{\hat{\underline{v}}_j} & + & \hat{\underline{\gamma}}_{ij} = \underline{0} \\ & \mathbf{G}_i & \hat{\underline{v}}_i & + & \mathbf{G}_j & \hat{\underline{v}}_j & + & \hat{\underline{\gamma}}_{ij} & = \underline{0} \end{array} \tag{3.9}$$

Die implizite Bindungsgleichung besagt, dass am Gelenkpunkt P die Geschwindigkeiten der Körper i und j in Richtung der Gelenkbindungen identisch sein müssen, sodass ihre Differenz null ergibt.

Die translatorischen und rotatorischen Gelenkbindungen werden durch die Bindungsmatrizen $\mathbf{G}_i$ und $\mathbf{G}_j$ zusammengefasst und sind vom Gelenktyp abhängig. Wenn ein rheonomer Geschwindigkeitsanteil am Gelenk auftritt, wird dieser durch den Vektor $\hat{\underline{\gamma}}_{ij}$ berücksichtigt.

Die explizite Form der Gelenkbindung wird als Gleichung dargestellt, in der die Geschwindigkeit des Folgekörpers j explizit in Bezug auf die Geschwindigkeit des Vorgängerkörpers i ausgedrückt wird und lässt sich wie folgt formulieren:

$$\begin{array}{rcccccccc} \underbrace{\begin{bmatrix}\underline{v}_j \\ \underline{\omega}_j\end{bmatrix}}_{\hat{\underline{v}}_j} & = & \underbrace{\begin{bmatrix}\mathbf{E} & \tilde{\mathbf{r}}_{ij} \\ \mathbf{0} & \mathbf{E}\end{bmatrix}}_{\mathbf{B}_{ji}} & \underbrace{\begin{bmatrix}\underline{v}_i \\ \underline{\omega}_i\end{bmatrix}}_{\hat{\underline{v}}_i} & + & \underbrace{\begin{bmatrix}\mathbf{H}_{Tj} \\ \mathbf{H}_{Rj}\end{bmatrix}}_{\mathbf{H}_j} & \dot{\underline{\beta}}_j & + & \underbrace{\begin{bmatrix}\underline{v}_j^{rel} \\ \underline{\omega}_j^{rel}\end{bmatrix}}_{\hat{\underline{v}}_j^{rel}} \\ \hat{\underline{v}}_j & = & \mathbf{B}_{ji} & \hat{\underline{v}}_i & + & \mathbf{H}_j & \underline{\beta}_j & + & \hat{\underline{v}}_j^{rel} \end{array} \tag{3.10}$$

Der Geschwindigkeitswinder am Bezugspunkt $\hat{\underline{v}}_j$ von Körper j kann explizit durch drei Geschwindigkeitsanteile ausgedrückt werden. Der erste Term beschreibt den Anteil, der durch eine Starrkörperbewegung zwischen den beiden Körpern auftritt. Wenn sich Körper i mit $\hat{\underline{v}}_i$ bewegt und das Gelenk als starr angenommen wird, wird der translatorische Geschwindigkeitsanteil $\underline{v}_i$ direkt auf den Bezugspunkt am Körper j übertragen. Analog dazu der rotatorische Geschwindigkeitsanteil. Zusätzlich wird über den Abstand $\underline{r}_{ij}$ durch den rotatorischen Geschwindigkeitsanteil $\underline{\omega}_i$ ein translatorischer Geschwindigkeitsanteil hervorgerufen (s. Abbil-

dung 3.5). Diese Effekte können zusammenfassend in der sogenannten Versatzmatrix $\mathbf{B}_{ji}$ berücksichtigt werden. Die Versatzmatrix $\mathbf{B}_{ji}$ ist somit unabhängig vom Gelenktyp und nur vom Abstand der beiden Bezugspunkte bestimmt, der durch die schiefsymmetrische Matrix $\tilde{\mathbf{r}}_{ij}$ berücksichtigt wird.

Der Geschwindigkeitsanteil des Gelenks wird im zweiten Term über die Jakobimatrix des Gelenks $\mathbf{H}_j$ und den Vektor der Gelenkgeschwindigkeit $\underline{\dot{\beta}}_j$ berücksichtigt. Tritt zusätzlich noch ein rheonomer Geschwindigkeitsanteil am Gelenk auf, wird dieser im dritten Term durch den Geschwindigkeitswinder $\underline{\hat{v}}_j^{rel}$ berücksichtigt.

Zusammenfassend erlauben die beiden Bindungsmatrizen $\mathbf{G}_i$ und $\mathbf{G}_j$ eine vollständige Beschreibung der impliziten Gelenkbindung für jeden Gelenktyp. Analog dazu kann die explizite Form durch die Jakobi Matrix des Gelenks $\mathbf{H}_j$ formuliert werden.

Die Tabellen A.1 und A.2 bieten eine Übersicht der in dieser Arbeit verwendeten Gelenktypen und der zugehörigen Bindungs- und Jakobimatrizen. Die Reihenfolge von i zu j-Körper kann beliebig vertauscht werden, wobei sich abhängig vom Gelenktyp die Bindungs- und Jakobimatrizen entsprechend vertauschen können. Für eine detaillierte Herleitung sei auf die Arbeiten von Nikravesh und Wörnle verwiesen, in denen auch weitere Gelenktypen behandelt werden [35, 36].

3.2.2. Kinematik mehrschleifiger Mehrkörpersysteme

Um die Kinematik des hergeleiteten Ersatzmodells zu bestimmen, wird das sechsschleifige MLTA-Ersatzmodell aus Abbildung 3.4 an den sekundären Gelenken $G_I^s - G_{VI}^s$ mittels sechs Schnitten in zwei offene Mehrkörpersysteme mit Baumstruktur überführt (s. Abbildung 3.6a). Die Bezeichnung „Baumstruktur“ leitet sich aus der Topologie des offenen Mehrkörpersystems in Abbildung 3.6b ab. Auf der linken Fahrzeugseite agiert Körper 2 (Radträger) als Verzweigungskörper, der in Körper 3 (Radersatz) und Körper 6 (TBE) mündet, analog zu einer Astverzweigung in einem Baum.

In Summe resultieren dadurch nach Abbildung 3.6b 12 primäre Gelenke. Jedes Gelenk i besitzt einen Gelenkgeschwindigkeitsvektor $\underline{\beta}_i$ entsprechend seiner Gelenkfreiheitsgrade f_i nach Tabelle 3.1. Gemäß Abbildung 3.6b ergeben sich daraus die 12 unbekannten Gelenkgeschwindigkeitsvektoren $\underline{\dot{\beta}}_1 - \underline{\dot{\beta}}_{12}$, die im globalen Gelenkgeschwindigkeitsvektor $\underline{\dot{\beta}}$ zusammengefasst werden.

Die Größe von $\underline{\dot{\beta}}$ entspricht dem Gesamtfreiheitsgrad beider offenen Ketten und lässt sich durch die Summe aller primären Gelenkfreiheitsgrade nach Tabelle 3.1 bestimmen:

$$f^p = \sum_{i=1}^{12} f_i = 22 \tag{3.11}$$

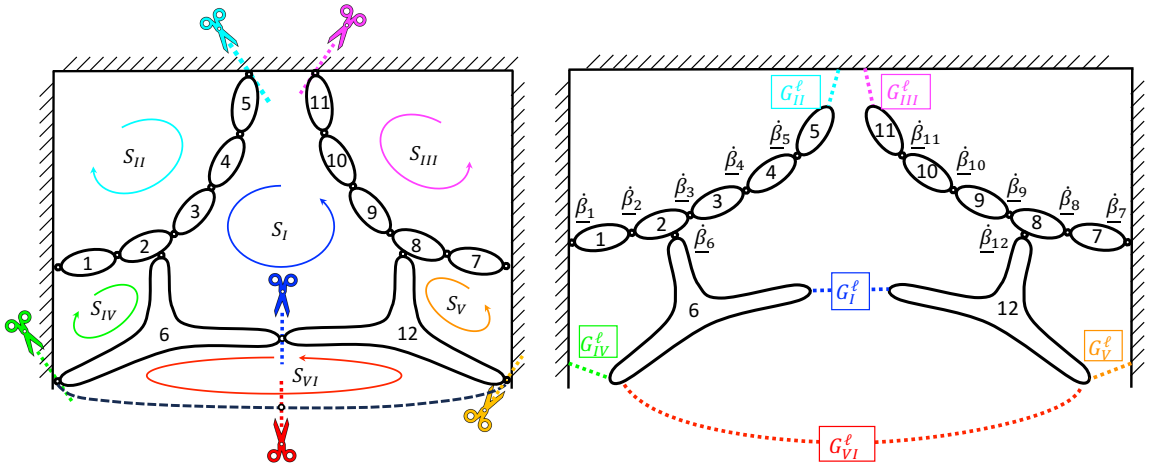


Abbildung 3.6.: Topolgie des kinematischen Ersatzmodells der MLTA, **(a)**) 6 Schnitte an den sekundären Gelenken $G_I^s - G_{VI}^s$ zur Auftrennung der kinematischen Schleifen $S_I - S_{VI}$ **(b)**) durch die Schnitte entstandende offene Baumstruktur bestehend aus 2 Mehrkörpersystemen und 22 unbekannten Gelenkgeschwindigkeiten $\underline{\dot{\beta}}_1 - \underline{\dot{\beta}}_{12}$, die über die impliziten Schließbedingungen $\mathbf{G}_I^\ell - \mathbf{G}_{VI}^\ell$ geschlossen werden.

Die Kinematik der beiden offenen Ketten lässt sich durch die expliziten Bindungsgleichungen der einzelnen Gelenke nach Gleichung (3.10) und die noch unbekannten Gelenkgeschwindigkeiten $\underline{\dot{\beta}}_1 - \underline{\dot{\beta}}_{12}$ beschreiben.

Nach der Beschreibung beider offenen Ketten werden diese durch die sekundären Gelenke, an denen sie gemäß Abbildung 3.6a zuvor getrennt wurden, mithilfe der impliziten Schließbedingungen $\mathbf{G}_I^\ell - \mathbf{G}_{VI}^\ell$ wieder geschlossen (Abbildung 3.6b). Dies führt zu dem gesuchten Gleichungssystem, das hinsichtlich der unbekannten Gelenkgeschwindigkeiten gelöst werden kann.

3.2.2.1. Formulierung der offenen kinematischen Kette

Beginnend bei Körper 1 kann so durch „Aneinanderreihung“ der expliziten Bindungsgleichungen der Geschwindigkeitszustand für jeden Körper der offenen Kette bestimmt werden. Alle Angaben erfolgen im globalen Bezugssystem $\mathcal{K}_0$.

Exemplarisch soll an dieser Stelle die Kinematik für die offene Kette von Körper 1 zu Körper 2, entsprechend Abschnitt 3.2.2.1 hergeleitet werden. So gilt für den Geschwindigkeitswinder $\underline{\hat{v}}_1$ an Körper 1 (Längsstrebe), der nach Abbildung 3.4 über das Kardangelenk L_1 mit dem Referenzsystem (Körper 0) verbunden ist, die Bindungsgleichung nach (3.10). Durch Einsetzten der Jakobimatrix $\mathbf{H}_1^{(KD)}$ gemäß Tabelle A.1 ergibt sich folgende explizite Bindungsgleichung:

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \underline{v}_1 \\ \underline{\omega}_1 \end{bmatrix}}_{\underline{\hat{v}}_1} = \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{E} & \tilde{\mathbf{r}}_{10} \\ \mathbf{0} & \mathbf{E} \end{bmatrix}}_{\mathbf{B}_{10}} \underbrace{\begin{bmatrix} \underline{v}_0 \\ \underline{\omega}_0 \end{bmatrix}}_{\underline{\hat{v}}_0} + \underbrace{\begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{e}}_0 \underline{d}_1 & \tilde{\mathbf{e}}_1 \underline{d}_1 \\ \underline{e}_0 & \underline{e}_1 \end{bmatrix}}_{\mathbf{H}_1^{(KD)}} \underbrace{\begin{bmatrix} \dot{\beta}_{1,1} \\ \dot{\beta}_{1,2} \end{bmatrix}}_{\underline{\dot{\beta}}_1} + \underbrace{\begin{bmatrix} \underline{v}_1^{rel} \\ \underline{\omega}_1^{rel} \end{bmatrix}}_{\underline{\hat{v}}_1^{rel}} \tag{3.12}$$

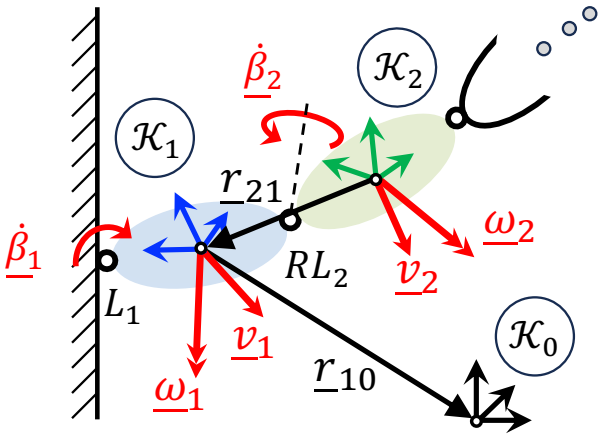


Abbildung 3.7.: Detailansicht der Topologie des kinematischen Ersatzmodells - von Körper 1 u. 2; Körper 1 ist mit dem Kardangelenk L_1 an Körper 0 im Referenzsystem $\mathcal{K}_0$ verbunden. Körper 1 und 2 sind über das Kugelgelenk RL_2 miteinander verbunden.

Der Gelenkgeschwindigkeitsvektor $\dot{\beta}_1$ setzt sich dabei aus den zwei Gelenkgeschwindigkeiten $\dot{\beta}_{1,1}$ und $\dot{\beta}_{1,2}$ in Richtung der Freiheitsgrade des Kardangelenks zusammen. Da Körper 0 im Referenzsystem keine Geschwindigkeit aufweist ($\underline{\hat{v}}_0 = \underline{0}$) und keine rheonome Anteile vorhanden sind ($\underline{\hat{v}}_1^{rel} = \underline{0}$), lässt sich die Gleichung weiter vereinfachen:

$$\underbrace{\begin{bmatrix}\underline{v}_1\\ \underline{\omega}_1\end{bmatrix}}_{\underline{\hat{v}}_1} = \underbrace{\begin{bmatrix}\tilde{\mathbf{e}}_0\underline{d}_1 & \tilde{\mathbf{e}}_1\underline{d}_1\\ \underline{e}_0 & \underline{e}_1\end{bmatrix}}_{\mathbf{H}_1^{(KD)}} \underbrace{\begin{bmatrix}\dot{\beta}_{1,1}\\ \dot{\beta}_{1,2}\end{bmatrix}}_{\underline{\dot{\beta}}_1} \tag{3.13}$$

Körper 2 (Radträger) ist nach Abbildung 3.4 über ein Kugelgelenk RL_2 mit Körper 1 verbunden. Der Geschwindigkeitswinder am Körper 2 lässt sich demnach durch Einsetzten von $\mathbf{H}_2^{(KG)}$ in Gleichung (3.10) beschreiben:

$$\underbrace{\begin{bmatrix}\underline{v}_2\\ \underline{\omega}_2\end{bmatrix}}_{\underline{\hat{v}}_2} = \underbrace{\begin{bmatrix}\mathbf{E} & \tilde{\mathbf{r}}_{21}\\ \mathbf{0} & \mathbf{E}\end{bmatrix}}_{\mathbf{B_{21}}} \underbrace{\begin{bmatrix}\underline{v}_1\\ \underline{\omega}_1\end{bmatrix}}_{\underline{\hat{v}}_1} + \underbrace{\begin{bmatrix}-\tilde{\mathbf{d}}_2\\ \mathbf{E}\end{bmatrix}}_{\mathbf{H}_2^{(KG)}} \underbrace{\begin{bmatrix}\dot{\beta}_{2,1}\\ \dot{\beta}_{2,2}\\ \dot{\beta}_{2,3}\end{bmatrix}}_{\underline{\dot{\beta}}_2} \tag{3.14}$$

Wird der Geschwindigkeitswinder $\underline{\hat{v}}_1$ in Gleichung (3.14) durch Gleichung (3.13) beschrieben, ergibt sich:

$$\underbrace{\begin{bmatrix}\underline{v}_2\\ \underline{\omega}_2\end{bmatrix}}_{\underline{\hat{v}}_2} = \underbrace{\begin{bmatrix}\mathbf{E} & \tilde{\mathbf{r}}_{21}\\ \mathbf{0} & \mathbf{E}\end{bmatrix}}_{\mathbf{B_{21}}} \underbrace{\begin{bmatrix}\tilde{\mathbf{e}}_0\underline{d}_1 & \tilde{\mathbf{e}}_1\underline{d}_1\\ \underline{e}_0 & \underline{e}_1\end{bmatrix}}_{\mathbf{H}_1^{(KD)}} \underbrace{\begin{bmatrix}\dot{\beta}_{1,1}\\ \dot{\beta}_{1,2}\end{bmatrix}}_{\underline{\dot{\beta}}_1} + \underbrace{\begin{bmatrix}-\tilde{\mathbf{d}}_2\\ \mathbf{E}\end{bmatrix}}_{\mathbf{H}_2^{(KG)}} \underbrace{\begin{bmatrix}\dot{\beta}_{2,1}\\ \dot{\beta}_{2,2}\\ \dot{\beta}_{2,3}\end{bmatrix}}_{\underline{\dot{\beta}}_2} \tag{3.15}$$

Gleichung (3.13) und Gleichung (3.15) lassen sich somit zusammenfassend schreiben als:

$$\underbrace{\begin{bmatrix}\underline{\hat{v}}_1\\ \underline{\hat{v}}_2\end{bmatrix}}_{\underline{\hat{v}}} = \underbrace{\begin{bmatrix}\mathbf{E} & \mathbf{0}\\ \mathbf{B}_{21} & \mathbf{E}\end{bmatrix}}_{\mathbf{B}} \underbrace{\begin{bmatrix}\mathbf{H}_1^{(KD)} & \mathbf{0}\\ \mathbf{0} & \mathbf{H}_2^{(KG)}\end{bmatrix}}_{\mathbf{H}} \underbrace{\begin{bmatrix}\underline{\dot{\beta}}_1\\ \underline{\dot{\beta}}_2\end{bmatrix}}_{\underline{\dot{\beta}}} \tag{3.16}$$

Die globale Versatzmatrix $\mathbf{B}$ repräsentiert die Geschwindigkeitskomponenten, die ausschließlich die Starrkörperbewegung zwischen den Körpern 0,1 und 2 unabhängig vom Gelenktyp beschreiben.[1] Die Relativgeschwindigkeit zwischen Körper 0, 1 und 2 wird über die globale Jakobimatrix der Gelenke $\mathbf{H}$ und den Gelenkgeschwindigkeitsvektor $\underline{\dot{\beta}}$ beschrieben.

Nach diesem Vorgehen lässt sich im Folgenden die Kinematik der gesamten Kette aufbauen. Zur Bestimmung der globalen Versatzmatrix $\mathbf{B}$ aller Körper muss die Topologie, also die Verbindung der einzelnen Körper untereinander, berücksichtigt werden.

Dazu wird in einem weiteren Schritt die Wegematrix $\mathbf{W}$ für die MLTA-Topologie aus Abbildung 3.6b hergeleitet. Sie gibt an, in welcher Struktur die Körper untereinander zusammen verbunden sind. Die Zeilennummer (i) und die Spaltennummer (j) entsprechen dabei dem betrachteten Körperpaar. So wird zum Beispiel durch W_{32} die topologische Beziehung von Körper 2 nach 3 angegeben. Beginnend von den beiden Baumwurzeln (Körper 0 & Körper 7) wird die Wegematrix $\mathbf{W}$ entlang der beiden kinematische Ketten entsprechend dem Schema nach [36] aufgebaut:

$$\mathbf{W}_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{für} \quad i = j \text{ (alle Einträge auf der Hauptdiagonalen)} \\ 1 & \text{wenn} \quad j \text{ auf dem Weg von } 0 \text{ zu } i \text{ liegt} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \tag{3.17}$$

Daraus folgt für die MLTA-Baumstruktur aus Abbildung 3.6b folgende 12x12 Wegematrix:

$$\mathbf{W}_{\text{MLTA}} = \begin{bmatrix}\mathbf{W}_{\text{links}} & \mathbf{0}\\ \mathbf{0} & \mathbf{W}_{\text{rechts}}\end{bmatrix} \quad \text{mit} \quad \mathbf{W}_{\text{links}} = \mathbf{W}_{\text{rechts}} = \begin{bmatrix}1&0&0&0&0&0\\1&1&0&0&0&0\\1&1&1&0&0&0\\1&1&1&1&0&0\\1&1&1&1&1&0\\1&1&0&0&0&1\end{bmatrix} \tag{3.18}$$

Die globale Versatzmatrix $\mathbf{B}_{MLTA}$ für die Topologie des MLTA-Ersatzmodells lässt sich an-

[1] Zur Verdeutlichung kann angenommen werden, dass alle Gelenke zwischen Körper 0,1 und 2 starr sind. Hierbei würden alle Geschwindigkeiten von Körper 1 ($\underline{\hat{v}}_1$) direkt auf Körper 2 übertragen. Zudem bewirkt $\underline{\omega}_1$ aufgrund von $\underline{r}_{21}$ eine translatorische Geschwindigkeit am Bezugspunkt von Körper 2, berücksichtigt mit $\tilde{\mathbf{r}}_{21}$.

schließend aus der Wegematrix herleiten, indem alle Hauptdiagonalelemente von $\mathbf{W}_{MLTA}$ mit einer 6x6 Einheitsmatrix $\mathbf{E}$ und alle anderen mit 1 belegten Elemente $\mathbf{W}_{ij}$ durch die entsprechenden 6x6 Versatzmatrizen $\mathbf{B}_{ij}$ ersetzt werden (Abschnitt A.2.1). Die globale Jakobimatrix der Gelenke $\mathbf{H}_{MLTA}$ (Abschnitt A.2.2) lässt sich ebenfalls aus der $\mathbf{W}_{MLTA}$ Matrix herleiten, indem alle Hauptdiagonalelemente $\mathbf{W}_{ii}$ durch die Jakobimatrix des entsprechenden Gelenks ersetzt werden. Alle anderen Einträge werden 6x6 durch Nullmatrizen ersetzt. In Anlehnung an Gleichung (3.16) folgt daraus:

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \underline{\hat{v}}_1 \\ \vdots \\ \underline{\hat{v}}_{12} \end{bmatrix}}_{\underline{\hat{v}}} = \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{E} & \cdots & & \mathbf{0} \\ \mathbf{B}_{21} & \mathbf{E} & \cdots & \mathbf{0} \\ \vdots & & \ddots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{E} \end{bmatrix}}_{\mathbf{B}_{MLTA}} \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{H}_1^{(KD)} & \cdots & \mathbf{0} \\ \vdots & \ddots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{H}_{12}^{(D)} \end{bmatrix}}_{\mathbf{H}_{MLTA}} \underbrace{\begin{bmatrix} \dot{\underline{\beta}}_1 \\ \vdots \\ \dot{\underline{\beta}}_{12} \end{bmatrix}}_{\dot{\underline{\beta}}} \tag{3.19}$$

Die Versatzmatrix $\mathbf{B}_{MLTA}$ und die globale Jakobimatrix der Gelenke $\mathbf{H}_{MLTA}$ lassen sich weiter zu der globalen Jakobimatrix $\mathbf{J}_{MLTA}$ zusammenfassen.

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \underline{\hat{v}}_1 \\ \vdots \\ \underline{\hat{v}}_{12} \end{bmatrix}}_{\underline{\hat{v}}} = \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{H}_1^{(KD)} & \cdots & & \mathbf{0} \\ \mathbf{B}_{21}\mathbf{H}_1^{(KD)} & \mathbf{H}_2^{(KG)} & \cdots & \mathbf{0} \\ \vdots & & \ddots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{H}_{12}^{(D)} \end{bmatrix}}_{\mathbf{J}_{MLTA}} \underbrace{\begin{bmatrix} \dot{\underline{\beta}}_1 \\ \vdots \\ \dot{\underline{\beta}}_{12} \end{bmatrix}}_{\dot{\underline{\beta}}} \tag{3.20}$$

Die zwei offenen kinematischen Ketten sind somit vollständig mit der globalen Jakobimatrix beschrieben, woraus sich nach Gleichung (3.11) 22 unbekannte Gelenkgeschwindigkeiten $\dot{\underline{\beta}}$ ergeben.

3.2.2.2. Formulierung der impliziten Schließbedingungen

Zur Bestimmung der Gelenkgeschwindigkeiten müssen die zwei offenen kinematischen Ketten mit insgesamt 22 impliziten Schließbedingungen $\mathbf{G}_I^\ell - \mathbf{G}_{VI}^\ell$ gemäß Abbildung 3.6b geschlossen werden.

Exemplarisch wird hier das Aufstellen der Schließbedingung $\mathbf{G}_I^\ell$ für das Drehgelenk am SMP zwischen Körper 6 (TBE-links) und 12 (TBE-rechts) erläutert. Dazu werden die Bindungsmatrizen $\mathbf{G}_i^{(D)}$ und $\mathbf{G}_j^{(D)}$ aus Tabelle A.1 in Gleichung (3.9) eingesetzt. Zudem kann die Bindungsgleichung weiter vereinfacht werden da für das Drehgelenk kein rheonomer Anteil vorliegt, sodass daraus folgt:

$$\dot{\mathbf{g}}_I^s = \underbrace{\begin{bmatrix} -\mathbf{E} & \tilde{\mathbf{s}}_6 \\ \mathbf{0}^T & \underline{e}_{6,1}^T \tilde{\mathbf{e}}_{12} \\ \mathbf{0}^T & \underline{e}_{6,2}^T \tilde{\mathbf{e}}_{12} \end{bmatrix}}_{\mathbf{G}_{6,I}^{(D)}} \underbrace{\begin{bmatrix} \underline{v}_6 \\ \underline{\omega}_6 \end{bmatrix}}_{\hat{\underline{v}}_6} + \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{E} & -\tilde{\mathbf{s}}_{12} \\ \mathbf{0}^T & -\underline{e}_{6,1}^T \tilde{\mathbf{e}}_{12} \\ \mathbf{0}^T & -\underline{e}_{6,2}^T \tilde{\mathbf{e}}_{12} \end{bmatrix}}_{\mathbf{G}_{12,I}^{(D)}} \underbrace{\begin{bmatrix} \underline{v}_{12} \\ \underline{\omega}_{12} \end{bmatrix}}_{\hat{\underline{v}}_{12}} = \underline{0} \tag{3.21}$$

Wird die Geschwindigkeit an Körper 6 durch den 6-ten Eintrag der Jakobimatrix $\mathbf{J}_6$ (Zeile 31-36) und an Körper 12 durch den 12-ten Eintrag der Jakobimatrix $\mathbf{J}_{12}$ (Zeile 67-72) ausgedrückt, folgt daraus die gesuchte Schließbedingung:

$$\mathbf{G}_I^\ell = \mathbf{G}_{6,I}^{(D)}\, \mathbf{J}_6\, \underline{\dot{\beta}} + \mathbf{G}_{12,I}^{(D)}\, \mathbf{J}_{12}\, \underline{\dot{\beta}} = \underline{0} \tag{3.22}$$

Das Drehgelenk schränkt 5 Freiheitsgrade ein, woraus 5 Bindungsgleichungen für die hergeleitete Schließbedingung folgen. Zur Bestimmung der 22 unbekannten Gelenkgeschwindigkeiten werden somit noch weitere 17 Bindungsgleichungen benötigt. Diese werden durch die weiteren Schließbedingungen $\mathbf{G}_{II}^\ell - \mathbf{G}_{VI}^\ell$ ausgedrückt und lassen sich analog zum oben beschriebenen Vorgehen bestimmen.

Die Schubführungen P_{II}^s und P_{III}^s der Aufstandsplattformen werden durch die bekannten Geschwindigkeiten $v_z^A(t)$ am Körperbezugspunkt in z-Richtung aktuiert. Daraus folgt, dass die Bindungsmatrizen der j-Körper jeweils um eine rheonome Bindung erweitert werden. Konkret wird ein 1x6 Vektor, der die negative Antriebsrichtung repräsentiert – in diesem Fall die z-Richtung –, in die Bindungsmatrix integriert. Exemplarisch gilt für $\mathbf{G}_{II}^\ell$ somit:

$$\mathbf{G}_{II}^\ell = \underbrace{\begin{bmatrix} \underline{e}_{i,1}^T & -\underline{e}_{i,1}^T \tilde{\mathbf{s}}_j \\ \underline{e}_{i,2}^T & -\underline{e}_{i,2}^T \tilde{\mathbf{s}}_j \\ \mathbf{0} & -\mathbf{E} \\ 0\ 0\ -1 & 0\ 0\ 0 \end{bmatrix}}_{\mathbf{G}_{5,II}^{(SF)}} \mathbf{J}_5\ \underline{\dot{\beta}} + \underbrace{\mathbf{G}_{5,II}^{(SF)} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ v_{z,II}^A(t) \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}}_{\underline{\hat{\gamma}}_{5,II}} = \underline{0} \tag{3.23}$$

$$\mathbf{G}_{5,II}^{(SF)} \mathbf{J}_5\ \underline{\dot{\beta}} + \underline{\hat{\gamma}}_{5,II} = \underline{0}$$

Die impliziten Bindungen aller sekundären Gelenke können zur globalen Bindungsmatrix der sekundären Gelenke $\mathbf{G}^s$ zusammengefasst werden. Sie wird gebildet, indem die einzelnen Bindungsmatrizen der Schließbedingung entsprechend der Körper, die sie nach Abbildung 3.6b verbinden, in einer Blockmatrix angeordnet werden. Die Zeile der Blockmatrix entspricht dabei der Schleifennummer I bis VI und die Spalte dem Körper. So gilt exemplarisch für die erste Zeile von $\mathbf{G}^s$, die aus der Schließbedingung $\mathbf{G}_I^\ell$ gebildet wird und die Körper 6 und 12 verbindet: $\mathbf{G}_{1,6}^s = \mathbf{G}_{6,I}^{(D)}$ und $\mathbf{G}_{1,12}^s = \mathbf{G}_{12,I}^{(D)}$. In Summe entspricht die Zeilenanzahl der Anzahl der Bindungen aller sekundären Gelenke (22), und die Spaltenanzahl beträgt $6 \cdot n_K = 72$ mit $n_K = 12$, der Anzahl aller Körper. Die resultierende 22x72 Bindungsmatrix der MLTA-

Topologie $\mathbf{G}^s_{MLTA}$ ist im Abschnitt A.2.4 dargestellt.

Zusammenfassend lassen sich die Schließbedingungen somit mit der Bindungsmatrix der sekundären Gelenke schreiben als:

$$\mathbf{G}^s\ \mathbf{J}\ \underline{\dot{\beta}} + \mathbf{G}^s \underline{\hat{v}}^A = \underline{0} \tag{3.24}$$

Durch die Matrixmultiplikation von $\mathbf{G}^s\mathbf{J}$ lässt sich Gleichung (3.24) weiter vereinfachen. Die globale Matrix der Schließbedingungen $\mathbf{G}^\ell$ lässt sich demnach durch die Schließbedingungen der einzelnen Gelenke formulieren. Die Antriebsgeschwindigkeiten an den Körperbezugspunkten wird in $\underline{\hat{v}}^A$ zusammengefasst und ebenfalls $\mathbf{G}^s$ multipliziert. Vereinfacht kann somit geschrieben werden:

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{G}^s_{6,I}\mathbf{J}_6 + \mathbf{G}^s_{12,I}\mathbf{J}_{12} \\ \mathbf{G}^s_{5,II}\mathbf{J}_5 \\ \mathbf{G}^s_{11,III}\mathbf{J}_{11} \\ \mathbf{G}^s_{6,IV}\mathbf{J}_6 \\ \mathbf{G}^s_{12,V}\mathbf{J}_{12} \\ \mathbf{G}^s_{6,VI}\mathbf{J}_6 + \mathbf{G}^s_{12,VI}\mathbf{J}_{12} \end{bmatrix} \begin{matrix} \mathbf{G}^\ell_I \\ \mathbf{G}^\ell_{II} \\ \mathbf{G}^\ell_{III} \\ \mathbf{G}^\ell_{IV} \\ \mathbf{G}^\ell_V \\ \mathbf{G}^\ell_{VI} \end{matrix}}_{\mathbf{G}^\ell} \underline{\dot{\beta}} + \underbrace{\begin{bmatrix} \underline{0} \\ \mathbf{G}^s_{5,II}\underline{\hat{v}}^A_{II} \\ \mathbf{G}^s_{11,III}\underline{\hat{v}}^A_{III} \\ \underline{0} \\ \underline{0} \\ \underline{0} \end{bmatrix} \begin{matrix} \underline{\gamma}_I \\ \underline{\gamma}_{II} \\ \underline{\gamma}_{III} \\ \underline{\gamma}_{IV} \\ \underline{\gamma}_V \\ \underline{\gamma}_{VI} \end{matrix}}_{\gamma^\ell} = \underline{0}$$

$$\mathbf{G}^\ell \underline{\dot{\beta}} + \gamma^\ell = \underline{0} \tag{3.25}$$

Mit der (22x22) $\mathbf{G}^\ell$ Matrix liegen nun 22 linear unabhängige Gleichungen für 22 unbekannte Gelenkgeschwindigkeiten vor. Der Antrieb der Aufstandsplattformen wird durch die rheonomen Anteile $\gamma_{5,II}$ und $\gamma_{11,III}$ definiert. Zusammen mit den Nullvektoren werden sie im γ^ℓ Vektor zusammengefasst. Durch Invertieren lässt sich das Gleichungssystem, im letzten Schritt nach den unbekannten Gelenkgeschwindigkeiten auflösen:

$$\underline{\dot{\beta}} = -(\mathbf{G}^\ell)^{-1}\gamma^\ell \tag{3.26}$$

Mit den jetzt bekannten Gelenkgeschwindigkeiten lassen sich in einfacher Weise die Geschwindigkeit aller Körper bestimmen. Dazu wird der Gelenkgeschwindigkeitsvektor in Gleichung (3.20) eingesetzt, womit unmittelbar die gesuchten Geschwindigkeiten aller Körper bestimmt werden können.

3.2.3. Bestimmung der Gelenkreaktionskräfte

In Abbildung 3.8 sind die Körper i und j gezeigt, die durch ein Gelenk am Punkt P miteinander verbunden sind. Auf beide Körper wirken eingeprägte Kräfte und Momente ein. Diese werden jeweils zu den Kraftwindern $\underline{\hat{f}}^e_i$ für Körper i und $\underline{\hat{f}}^e_j$ für Körper j zusammengefasst.

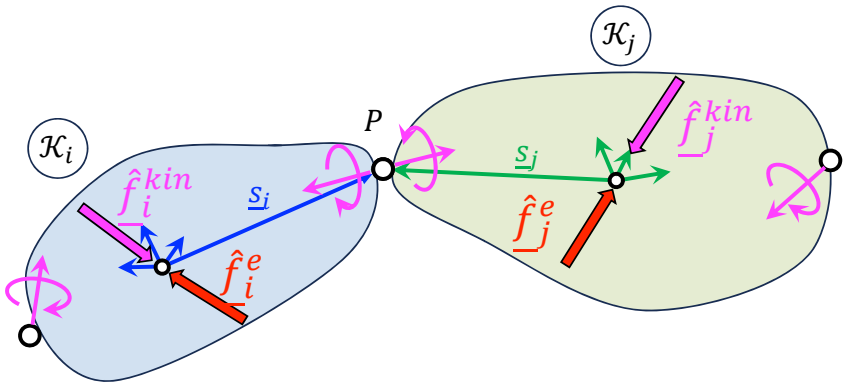


Abbildung 3.8.: Verallgemeinerte holonome Gelenkverbindung der Körper i (blau) und j (grün). Gelenkkräfte und -momente (magenta) werden durch die Gelenkreaktionskraftwinder $\underline{\hat{f}}^{kin}$ zusammengefasst. Diese befinden sich in einem Gleichgewichtszustand mit den eingeprägten Kraftwindern $\underline{\hat{f}}^{e}$

Im Gleichgewicht dazu stehen die Gelenkreaktionskräfte, die an den Körperbezugspunkten zu den Reaktionskraftwindern $\underline{\hat{f}}^{kin}$ zusammengefasst werden. Analog zu den eingeprägten Kräften werden sie am jeweiligen Körper zu dem Gelenkreaktionskraftwinder $\underline{\hat{f}}_i^{kin}$ und $\underline{\hat{f}}_j^{kin}$ zusammengefasst. Zur Unterscheidung zu üblichen Vektoren werden alle Kraftwinder, wie in Abbildung 3.8 gezeigt, als Konturpfeil dargestellt.

Die eingeprägten Kraftwinder und die Reaktionskraftwinder der Gelenke stehen bei statisch bestimmten Systemen an allen Körpern dabei stets im Gleichgewicht.

Das Prinzip von d'Alembert-Lagrange besagt, dass die Reaktionskräfte und Reaktionsmomente eines Systems keine virtuelle Arbeit verrichten [89]. Nach der Fassung von Jourdain folgt daraus, dass die virtuelle Leistung δP, definiert als Produkt aus Kraft und virtueller Geschwindigkeit $(\delta \underline{v})$, verschwinden muss [90]. Für die beiden Körper i und j nach Abbildung 3.8 folgt daraus:

$$\delta P = \underbrace{\begin{bmatrix} \underline{\hat{f}}_i^{kin} & \underline{\hat{f}}_j^{kin} \end{bmatrix}^T}_{\underline{\hat{f}}^{kin\,T}} \underbrace{\begin{bmatrix} \delta\underline{\hat{v}}_i \\ \delta\underline{\hat{v}}_j \end{bmatrix}}_{\delta\underline{\hat{v}}} = 0 \tag{3.27}$$

Die globale Bindungsmatrix $\mathbf{G}$, zusammengesetzt aus den einzelnen impliziten Gelenkbindungsmatrizen, repräsentiert die Zwangsbedingungen des Systems. Nach Definition stehen die virtuellen Geschwindigkeiten orthogonal zu den Zeilenvektoren von $\mathbf{G}$ und liegen somit im Nullraum von $\mathbf{G}$, woraus folgt:

$$\mathbf{G}\ \delta\underline{\hat{v}} = 0 \tag{3.28}$$

Ein Vergleich der Gleichungen 3.27 und 3.28 zeigt, dass $\underline{\hat{f}}^{kin\,T}$ im Nullraum von $\mathbf{G}$ liegen muss.

Somit kann $\hat{\underline{f}}^{kin\,T}$ als Linearkombination der Zeilenvektoren von $\mathbf{G}$ ausgedrückt werden. Daraus folgt wiederum, dass $\hat{\underline{f}}^{kin}$ als Linearkombination der Spaltenvektoren von $\mathbf{G}^T$ ausgedrückt werden kann. Die Linearfaktoren werden dabei als Lagrange-Faktoren λ bezeichnet:

$$\hat{\underline{f}}^{kin} = \mathbf{G}^T\ \lambda \tag{3.29}$$

Die Reaktionskraftwinder aller Körper setzten sich bei geschlossenen Mehrkörpersystemen aus den Reaktionskraftwindern der primären und sekundären Gelenke zusammen. Die Reaktionskraftwinder der primären Gelenke können nach Woernle wie folgt formuliert werden [36]:

$$\hat{\underline{f}}^{p,kin} = \mathbf{B}^{-T} \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{G}_1^{(KD)} & \cdots & \mathbf{0} \\ \vdots & \ddots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{G}_{12}^{(D)} \end{bmatrix}^T}_{\mathbf{G}_j^{p\,T}} \lambda^p \tag{3.30}$$

Die primäre globale Bindungsmatrix $\mathbf{G}_j^p$ ist eine Diagonalmatrix, die aus den impliziten Bindungsmatrizen der einzelnen primären Gelenke zusammengesetzt ist. Sie folgt der Topologie der kinematischen Kette, wie sie in Abbildung 3.6b dargestellt ist und kann somit auf einfache Weise aus den impliziten Bindungsmatrizen des Gelenk-Folgekörpers j gemäß Tabellen A.1 und A.2 gebildet werden.

Die Verbindung der Körper zueinander wird durch die invertierte und transponierte Versatzmatrix $\mathbf{B}$ repräsentiert. In Kombination mit den Lagrange-Faktoren der primären Gelenke, ausgedrückt durch λ^p, können die resultierenden primären Reaktionskraftwinder der Gelenke nach Gleichung (3.30) ausgedrückt werden.

Die Reaktionskraftwinder der sekundären Gelenke können durch das Transponieren der bereits bekannten Bindungsmatrix der sekundären Gelenke $\mathbf{G}^s$ ermittelt werden.

Die Gesamtheit der Reaktionskraftwinder, die auf alle Körper einwirken, resultiert aus der Summation beider Reaktionskraftwinder. In einer zusammenfassenden Darstellung ergibt sich folglich:

$$\hat{\underline{f}}^{kin} = \underbrace{\mathbf{B}^{-T}\mathbf{G}_j^{p\,T}\lambda^p}_{\hat{\underline{f}}^{p,kin}} + \underbrace{\mathbf{G}^{s\,T}\lambda^s}_{\hat{\underline{f}}^{s,kin}} = \underbrace{\begin{bmatrix}\mathbf{B}^{-T}\mathbf{G}_j^{p\,T} & \mathbf{G}^{s\,T}\end{bmatrix}}_{\mathbf{G}^T} \underbrace{\begin{bmatrix}\lambda^p & \lambda^s\end{bmatrix}^T}_{\lambda} \tag{3.31}$$

Da der Reaktionskraftwinder der Gelenke und der Kraftwinder der eingeprägten Kräfte im Gleichgewicht stehen (Abbildung 3.8), lässt sich schreiben:

$$-\underline{\hat{f}}^{e} = \mathbf{G}^{T}\lambda \quad \text{mit} \quad \underline{\hat{f}}^{kin} = -\underline{\hat{f}}^{e} \tag{3.32}$$

Daraus lässt sich durch die Inverse der transponierten Bindungsmatrix der Vektor der unbekannten Lagrange-Faktoren bestimmen:

$$\lambda = -\mathbf{G}^{-T}\underline{\hat{f}}^{e} \tag{3.33}$$

Aus den Lagrange-Faktoren lassen sich anschließend auf einfache Weise die an den Gelenken wirkenden Reaktionskräfte und Momente bestimmen, die für die primären Gelenke im Vektor $\underline{f}'^{p}$ und für die sekundären Gelenke im Vektor $\underline{f}'^{s}$ zusammengefasst werden:

$$\underline{f}'^{p,kin} = \begin{bmatrix} \underline{F}_1 \\ \underline{M}_1 \\ \vdots \\ \underline{F}_{12} \\ \underline{M}_{12} \end{bmatrix} \quad \text{und} \quad \underline{f}'^{s,kin} = \begin{bmatrix} \underline{F}_I \\ \underline{M}_I \\ \vdots \\ \underline{F}_{VI} \\ \underline{M}_{VI} \end{bmatrix} \tag{3.34}$$

Die Definition der Gelenkreaktionen ist so gewählt, dass sie für die primären und sekundären Gelenke stets die Wirkung auf den Gelenk-Folgekörper j beschreiben. Sie lassen durch die Bindungsmatrizen der primären und der sekundären Gelenke für alle j-Körper und die Lagrange-Faktoren bestimmen:

$$\underline{f}^{p,kin} = \mathbf{G}_j^{p\,T}\lambda^{p} \tag{3.35}$$

$$\underline{f}^{s,kin} = \mathbf{G}_j^{s\,T}\lambda^{s} \tag{3.36}$$

Die globale Bindungsmatrix der sekundären Gelenke $\mathbf{G}_j^{s}$ ist wie die Matrix der primären Gelenke nach Gleichung (3.30) als Diagonalmatrix gemäß den Tabellen A.1 und A.2 aufgebaut.

Die Reaktionskräfte und Momente sind durch die Bindungsmatrizen noch auf den Körperbezugspunkt bezogen und müssen mit der transponierten Gelenk-Transformationsmatrix $\mathbf{T}^{T}$ auf die Gelenkpositionen umgerechnet werden. Sie ergeben sich aus dem Vektor $\underline{s}_j$ nach Abbildung 3.8.

$$\mathbf{T}_j^{p\,T} = \begin{bmatrix} \mathbf{T}_1^{T} & \cdots & \mathbf{0} \\ \vdots & \ddots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{T}_{12}^{T} \end{bmatrix} \quad \text{und} \quad \mathbf{T}_j^{s\,T} = \begin{bmatrix} \mathbf{T}_I^{T} & \cdots & \mathbf{0} \\ \vdots & \ddots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{T}_{VI}^{T} \end{bmatrix} \quad \text{mit} \quad \mathbf{T}_j^{T} = \begin{bmatrix} \mathbf{E} & \mathbf{0} \\ -\tilde{\mathbf{s}}_\mathbf{j} & \mathbf{E} \end{bmatrix} \tag{3.37}$$

Daraus ergeben sich für die primären und sekundären Gelenke mit den globalen Transformationsmatrizen der Gelenke folgende Gelenkreaktionen:

$$\underline{f}'^{p,kin} = \mathbf{T}_j^{p\,T}\,\underline{f}^{p,kin} = \mathbf{T}_j^{p\,T}\mathbf{G}_j^{p\,T}\lambda^p \tag{3.38}$$

$$\underline{f}'^{s,kin} = \mathbf{T}_j^{s\,T}\,\underline{f}^{s,kin} = \mathbf{T}_j^{s\,T}\mathbf{G}_j^{s\,T}\lambda^s \tag{3.39}$$

Zusammenfassend lassen sich die beiden Gleichungen (3.33) und (3.26) in Matrizenschreibweise schreiben als:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{G}^\ell & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{G}^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{\dot{\beta}} \\ \lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\gamma^\ell \\ -\underline{\hat{f}}^e \end{bmatrix} \tag{3.40}$$

mit:

$\mathbf{G}^\ell = \mathbf{G}^s\mathbf{J}$	Globale Matrix der kinematischen Schließbedingungen
$\mathbf{G}^T = \begin{bmatrix} \mathbf{B}^{-T}\mathbf{G}_j^{p\,T} & \mathbf{G}^{s\,T} \end{bmatrix}$	Globale transponierte implizite Bindungsmatrix
$\underline{\dot{\beta}}$	Gelenkgeschwindigkeiten der primären Gelenke
λ	Lagrange-Faktoren der primären und sekundären Gelenke
γ^ℓ	Relonome Antriebsbedingung
$\underline{\hat{f}}^e$	Kraftwinder der eingeprägten Kräfte und Momente

Mit dem so gewonnen Gleichungssystem (3.40) können die unbekannten primären Gelenkgeschwindigkeiten und Lagrange-Faktoren auf einfache Weise bestimmt werden. Anschließend können mit den Gelenkgeschwindigkeiten nach Gleichung (3.19) die Geschwindigkeit aller Körper und mit den Lagrange-Faktoren und den Gleichungen (3.38) bis (3.39) die Reaktionen an allen Gelenkpunkten bestimmt werden.

3.3. Modellierung der Elastokinematik

Zur Berücksichtigung der elastokinematischen Effekte wird das kinematische Ersatzmodell aus Abbildung 3.1 in diesem Abschnitt um Elastomerlager, Aufbaufedern, Dämpferanschlagfedern (Bumpstops) und die Strukturnachgiebigkeit des TBE-Körpers ergänzt. Dabei baut die Modellierung der Elastokinematik auf dem hergeleiteten Gleichungssystem (3.40) zur Kinematikbestimmung auf und fügt die entsprechenden elastischen Komponenten hinzu.

3.3.1. Ersatzmodell mit elastischen Komponenten

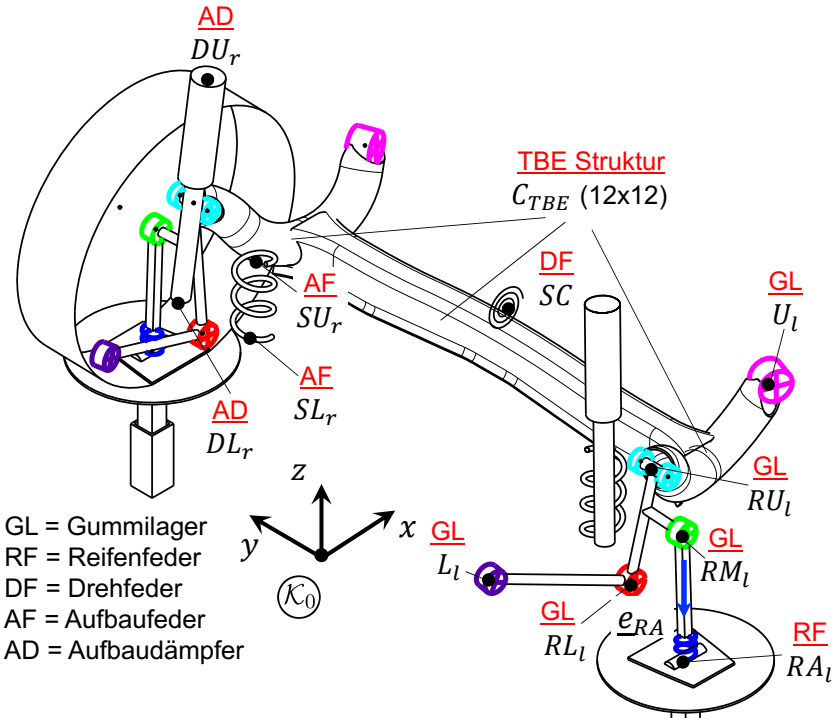


Abbildung 3.9.: Elastokinematisches Modell der MLTA: Elastomerlager an L (violett), RL (rot), RU (cyan), U (magenta) und RM (grün); vertikale Reifenfeder an RA (blau); TBE-Nachgiebigkeit durch C_{TBE}; Torsionssteifigkeit an SC; Aufbaufeder-Ausrichtung an SU, SL; Dämpfer-Ausrichtung an DU, DL.

In Abbildung 3.9 ist das elastokinematische Ersatzmodell dargestellt. Für eine möglichst realitätsnahe Abbildung der Elastokinematik müssen alle relevanten Nachgiebigkeitsquellen sowohl an den Gelenkverbindungen als auch von Strukturbauteilen im Modell berücksichtigt werden. Dementsprechend werden alle Gelenke der MLTA an den Punkten – L, RL, RU, U – durch nachgiebige Elastomerlager substituiert. Zusätzlich wird die Strukturnachgiebigkeit des TBE-Körpers über eine 12x12 Nachgiebigkeitsmatrix $\mathbf{C}_{TBE}$ repräsentiert, deren Herleitung im Abschnitt 3.3.3 erläutert wird. Die Torsionssteifigkeit des TBE-Körpers wird unabhängig von der 12x12 Matrix modelliert und über eine Drehfeder am Schubmittelpunkt SC abgebildet. Der Einfluss des Strukturnachgiebigkeit des Radträgers und der Längsstrebe auf die Elastokinematik ist vernachlässigbar.

Die Nachgiebigkeit des Radersatzsystems resultiert aus zwei spezifischen Quellen: Zum einen wird die Elastizität des Radlagers über ein Gummilager am Radmittelpunkt (RM) modelliert. Zum anderen wird die radiale Reifensteifigkeit durch eine translatorische Feder (blau) repräsentiert. Diese Feder verbindet den Radersatzkörper mit dem Drehgelenk auf Höhe des Radaufstandspunktes (RA) und ist entlang des Vektors $\underline{e}_{RA}$ ausgerichtet (s. Abbildung 3.3).

Zusätzlich werden als weitere Kraftelemente die Aufbaufeder (ausgerichtet an SU und SL) und der Dämpfer (ausgerichtet an DU und DL) berücksichtigt, die insbesondere beim Radhub zusätzliche Kräfte induzieren und somit ebenfalls Einfluss auf die Elastokinematik haben.

3.3.2. Gleichgewicht und Linearisierungsansatz zur Bestimmung der Elastokinematik

Um eine Verknüpfung zwischen den Kräften und der Geschwindigkeit herzustellen, werden im Weiteren die Änderungsraten der Kräfte und Momente betrachtet. Durch die Verwendung der Änderungsraten lässt sich die Deformationsgeschwindigkeit der einzelnen Nachgiebigkeitsquellen bestimmen, welche dann in direktem Zusammenhang zur Geschwindigkeit des Mehrkörpersystems gebracht werden kann.

Werden zwei aufeinanderfolgende Zeitpunkte, t_i und t_{i+h} mit einer Schrittweite von h betrachtet, lässt sich die Änderungsrate des eingeprägten Kraftwinders zum Zeitpunkt t_i mithilfe des zentralen Differenzenquotienten bestimmen:

$$\Delta\underline{\hat{f}}^{e}(t_i) = \frac{\underline{\hat{f}}^{e}(t_{i+h}) - \underline{\hat{f}}^{e}(t_{i-h})}{2h} \tag{3.41}$$

Bei der Modellierung der Elastokinematik wird, analog zum in Abschnitt 3.2.3 beschriebenen Ansatz, zu jedem Zeitpunkt ein Gleichgewicht zwischen den eingeprägten Kraftwindern bzw. den Änderungsraten $\Delta\underline{\hat{f}}^{e}$ und den Reaktionskraftwindern $\Delta\underline{\hat{f}}^{r}$ angenommen.

Im Folgenden wird, der Einfachheit halber, generell von Kräften und Kraftwindern geschrieben, wobei in diesem Fall die entsprechenden Änderungsraten (gekennzeichnet mit Δ) gemeint sind.

Die Reaktionskraftwinder am Körperbezugspunkt setzen sich wie in Abbildung 3.10 dargestellt aus den Reaktionskraftwindern $\Delta\underline{\hat{f}}^{kin}$ der Gelenke sowie aus den Reaktionskraftwindern $\Delta\underline{\hat{f}}^{elast}$ der Elastomerlager und weiteren Kraftelementen, wie beispielsweise Federn oder Bumpstops, zusammen. Das resultierende Gleichgewicht folgt daraus zu:

$$-\Delta\underline{\hat{f}}^{e} = \Delta\underline{\hat{f}}^{kin} + \Delta\underline{\hat{f}}^{elast} \tag{3.42}$$

Zwischen zwei Zeitschritten t_i und t_{i+h} wird die Verformung der Elastomerlager in Richtung der Gelenkbindungen als sehr gering betrachtet[2]. In Anlehnung an Gleichung (3.28) folgt daraus mit der Deformationsgeschwindigkeit $\underline{\hat{v}}^{elast}$:

$$\mathbf{G}(t_i)\ \underline{\hat{v}}^{elast} \approx 0 \tag{3.43}$$

Dies impliziert, dass die Elastizität – in Bindungsrichtung der Gelenke – nur einen minimalen Einfluss auf die Gelenkreaktionskraft im genannten Zeitintervall hat. Sie können demzufolge

[2]Diese Annahme ist plausibel, da Elastomerlager im Fahrwerk die Funktion von Gelenken übernehmen. Dabei ist die Steifigkeit in Gelenkbindungsrichtung in der Regel so hoch wie möglich, um die Gelenkfunktion bestmöglich zu erfüllen. In Richtung der Gelenkfreiheiten ist die Steifigkeit hingegen meist gering, um unerwünschte Nebenfederraten gering zu halten.

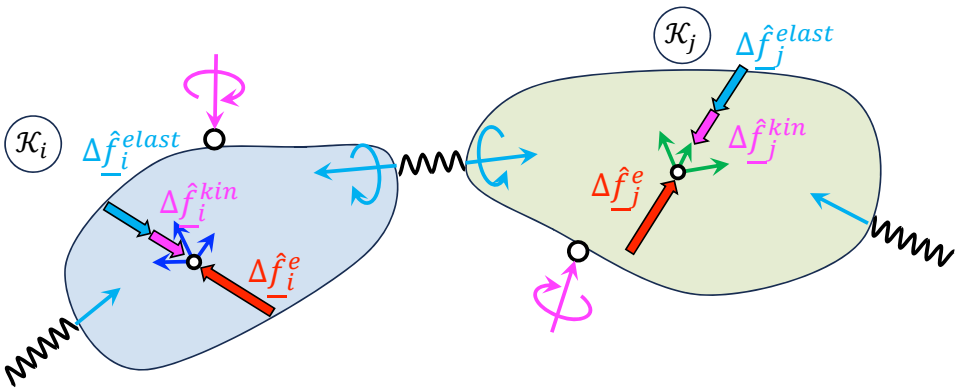


Abbildung 3.10.: Verallgemeinerte kinematische und elastische Verbindung der Körper i (blau) und j (grün). Gelenkkräfte und -momente (magenta) sowie die Kräfte und Momente der elastischen Elemente (grün) werden durch die Kraftwinder $\underline{\hat{f}}^{kin}$ und $\underline{\hat{f}}^{elast}$ zusammengefasst. Diese befinden sich in einem Gleichgewichtszustand mit den eingeprägten Kraftwindern $\underline{\hat{f}}^{e}$

direkt durch die bekannte globale implizite Bindungsmatrix $\mathbf{G}$ aus Gleichung (3.31) zum Zeitpunkt t_i und die noch zu bestimmenden unbekannten Lagrange-Faktoren ausgedrückt werden:

$$\Delta\underline{\hat{f}}^{kin} \approx \mathbf{G}(t_i)^T \, \Delta\lambda \tag{3.44}$$

Die auf den Körperbezugspunkt bezogenen Gelenkreaktionen lassen sich durch die hergeleiteten Gleichungen (3.35) bis (3.36) unter der Verwendung von $\Delta\lambda$ bestimmen. Falls der Mechanismus durch eine oder mehrere rheonome Bindungen, wie beispielsweise durch die in Gleichung (3.23) beschriebenen Aufstandsplattformen, in Bewegung versetzt wird, ist es erforderlich einen zusätzlichen Kraftanteil $\Delta\underline{f}^{rheo}$ in die Betrachtungen einzubeziehen:

$$\Delta\underline{f}^{p,kin} = \mathbf{G}_j^{p\,T}(t_i)\Delta\lambda^p + \Delta\underline{f}^{p,rheo} \tag{3.45}$$
$$\Delta\underline{f}^{s,kin} = \mathbf{G}_j^{s\,T}(t_i)\Delta\lambda^s + \Delta\underline{f}^{s,rheo} \tag{3.46}$$

Dieser Anteil resultiert aus den eingeprägten Kraftwindern $\underline{\hat{f}}^{e}$, die zum Zeitpunkt t_i auf die Gelenke wirken. In Kombination mit der durch die rheonome Bindung hervorgerufenen Bewegung des Mechanismus entsteht so diese weitere Kraftkomponente [3]. Insbesondere bei der Betrachtung von Beladungszuständen, in denen hohe Feder-Vorspannkräfte auf den Mechanismus einwirken, kann dieser Anteil daher nicht vernachlässigt werden. Für die kinematische Betrachtung aus Abschnitt 3.2, in der die absoluten Kraftgrößen betrachtet werden, hat dieser Anteil dagegen keinen Einfluss.

Nach Woernle leistet dieser Kraftanteil nun abweichend zu Gleichung (3.27) sehr wohl Arbeit bzw. Leistung und liegt somit nicht im Nullraum von $\mathbf{G}(t_i)$ [36]. Folglich lässt sich dieser

Kraftanteil nicht unmittelbar mit $\mathbf{G}(t_i)$ ermitteln.

Er kann durch den Vorwärtsdifferenzenquotienten bestimmt werden, indem die absoluten auf die Gelenke bezogenen Reaktionskräfte (am kinematischen Mechanismus) zum Zeitpunkt t_i und zum Zeitpunkt $t_{i+\Delta t}$ ausgewertet werden. Der Zeitschritt Δt sollte dabei in numerischen Grenzen möglichst klein gewählt werden ($\Delta t \ll h$). Mit der Transformationsmatrix $\mathbf{T}_j$ wird der ermittelte Gradient anschließend wieder auf den Körperbezugspunkt bezogen. Sodass zusammenfassend geschrieben werden kann:

$$\Delta \underline{f}^{p,rheo}(t_i) = \mathbf{T}_j^p(t_i) \cdot \frac{\underline{f}'^p(t_{i+\Delta t}) - \underline{f}'^p(t_i)}{\Delta t} \tag{3.47}$$

$$\Delta \underline{f}^{s,rheo}(t_i) = \mathbf{T}_j^s(t_i) \cdot \frac{\underline{f}'^s(t_{i+\Delta t}) - \underline{f}'^s(t_i)}{\Delta t} \tag{3.48}$$

Die am Gelenkpunkt wirkenden Reaktionen können dabei nach den Gleichungen (3.38) bis (3.39) bestimmt werden, wobei der eingeprägte Kraftwinder zwischen beiden Zeitschritten unverändert bleibt. Die Variation der Lagrange-Faktoren resultiert daher ausschließlich aus der Veränderung der Mechanismus Anordnung zwischen den beiden betrachteten Zeitschritten:

$$\lambda(t_i) = -\mathbf{G}^{-T}(t_i) \cdot \hat{\underline{f}}^e(t_i) \quad \text{und} \quad \lambda(t_{i+\Delta t}) = -\mathbf{G}^{-T}(t_{i+\Delta t}) \cdot \hat{\underline{f}}^e(t_i) \tag{3.49}$$

Mit den Gleichungen (3.45) und (3.46) können so auf einfache Weise die Änderungsraten der Gelenkreaktionskräfte- und -momente bei rheonomen Mechanismen bestimmt werden.

Die Ermittlung des rheonomen Kraftanteils erfordert zu jedem Zeitschritt einen vorangehenden Berechnungsschritt. Eine detaillierte Beschreibung des Ablaufes findet sich in Abschnitt 3.4.

3.3.3. Modellierung der Elastomer- und Federelemente

Unter Vernachlässigung von viskoelastischen Dämpfungseffekten, können die Steifigkeits- bzw. Nachgiebigkeits-Eigenschaften von Elastomeren im dreidimensionalen Raum durch drei translatorische und drei rotatorische orthogonale lineare Federn, wie in Abbildung 3.11a dargestellt, modelliert werden [42, 91]. Die Ausrichtung der Federn ist in dem Koordinatensystem $\mathcal{K}_j'$ festgelegt, das fest mit Körper j verbunden ist, jedoch im Vergleich zum Bezugssystem $\mathcal{K}_0$ eine Drehung aufweisen kann. Die Steifigkeit dieser Federelemente wird mit einer diagonalen 6×6

[3] Man stelle sich vor ein Drehgelenk, zum Zeitpunkt t_i, erfährt eine konstante senkrecht zur Drehachse wirkende äußere Kraft. Zum Zeitpunkt $t_{i+\Delta t}$ ändert sich durch Bewegung des Mechanismus die räumliche Ausrichtung des Gelenks. Die eingeprägte Kraft bleibt währenddessen unverändert in Größe und Ausrichtung. Infolge wird ein Anteil dieser Kraft (parallel zur Drehachse) nicht mehr durch das Gelenk übertragen. Daraus resultiert eine Änderung der auf das Gelenk wirkenden Kraft zwischen den Zeitpunkten t_i und $t_{i+\Delta t}$, obwohl die externe Krafteinwirkung gleich bleibt.

Steifigkeitsmatrix $\mathbf{K}'$ und die Nachgiebigkeit analog dazu mit einer 6x6 Nachgiebigkeitsmatrix $\mathbf{C}'$ ausgedrückt. Sie setzt sich aus den beiden 3x3 Matrizen $\mathbf{K}'_T$ (translatorische Steifigkeit) und $\mathbf{K}'_R$ (rotatorische Steifigkeit) im lokalen körperfesten Koordinatensystem $\mathcal{K}'_j$ des Elastomerlagers zusammen. Analoges gilt für die Nachgiebigkeitsmatrix, wobei die Elemente der Nachgiebigkeitsmatrix den Kehrwerten der Elemente der Steifigkeitsmatrix entsprechen.

$$\mathbf{K}' = \begin{bmatrix} \mathbf{K}'_T & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{K}'_R \end{bmatrix} \text{ mit } \quad \mathbf{K}'_T = \begin{bmatrix} k_1 & 0 & 0 \\ 0 & k_2 & 0 \\ 0 & 0 & k_3 \end{bmatrix}, \mathbf{K}'_R = \begin{bmatrix} k_4 & 0 & 0 \\ 0 & k_5 & 0 \\ 0 & 0 & k_6 \end{bmatrix} \tag{3.50}$$

Wobei gilt c_i von $\mathbf{C}'_T$ und $\mathbf{C}'_R$ ist definiert als $c_i = 1/k_i$

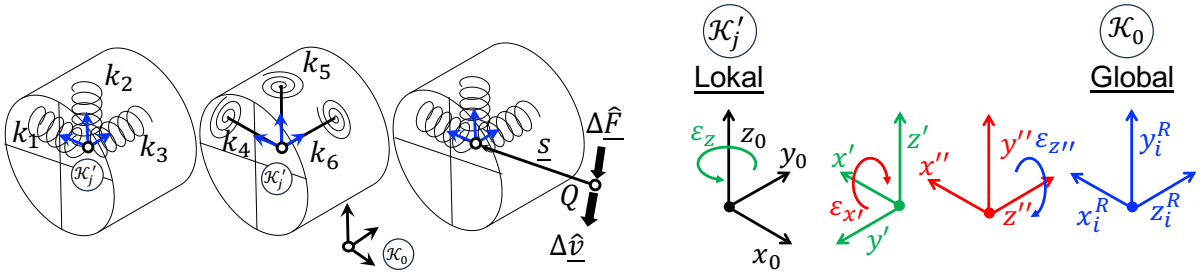


Abbildung 3.11.: Modellierung und räumliche Ausrichtung eines Elastomerlagers: **(a)** Modellierung des Elastomerlagers mit orthogonalen linearen Federn: translatorische Nachgiebigkeit (links), rotatorische Nachgiebigkeit (mitte), Transformation auf den Bezugspunkt Q mit dem Abstandsvektor $\underline{s}$. **(b)** Transformation der körperfesten Vektorbasis gemäß der Euler-Winkelkonvention $(z - x' - z'')$ vom lokalen Koordinatensystem $\mathcal{K}'_j$ zum globalen Koordinatensystem $\mathcal{K}_0$ mit den Rotationsparametern: $\varepsilon_z = 180°$, $\varepsilon_{x'} = 90°$, $\varepsilon_{z''} = 0°$.

Transformationseigenschaften

Die Basistransformation vom lokalen Koordinatensystem $\mathcal{K}'_j$ des Elastomerlagers zum globalen System $\mathcal{K}_0$ erfolgt mithilfe der Euler-Winkel und der daraus resultierenden Rotationsmatrix $\mathbf{R}$, entsprechend der Konvention $(z - x' - z'')$. Die $(z - x' - z'')$ Konvention kann durch die intrinsische Drehreihenfolge in Abbildung 3.11b anschaulich visualisiert werden. Sie besteht aus drei aufeinanderfolgenden Rotationen: Zuerst erfolgt eine Rotation um den Winkel ε_z um die z-Achse, darauf folgt eine Rotation um den Winkel $\varepsilon_{x'}$ um die neue x'-Achse und schließlich eine Rotation um den Winkel $\varepsilon_{z''}$ um die neue z''-Achse. Die Drehreihenfolge ist in Abbildung 3.11b dargestellt. Die körperfesten Basis-Vektoren im lokalen Koordinatensystem werden auf diese Weise mit der Drehmatrix $\mathbf{R}$ in das globale Koordinatensystem „gedreht“:

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} cos(\varepsilon_z) & -sin(\varepsilon_z) & 0 \\ sin(\varepsilon_z) & cos(\varepsilon_z) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & cos(\varepsilon_{x'}) & -sin(\varepsilon_{x'}) \\ 0 & sin(\varepsilon_{x'}) & cos(\varepsilon_{x'}) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} cos(\varepsilon_{z''}) & -sin(\varepsilon_{z''}) & 0 \\ sin(\varepsilon_{z''}) & cos(\varepsilon_{z''}) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{3.51}$$

Die Steifigkeiten (k_1 - k_6) werden üblicherweise durch Messungen oder Simulationen im körperfesten lokalen Koordinatensystem ($\mathcal{K}'_j$) des jeweiligen Elastomerlagers ermittelt. Für die Transformation der Steifigkeit in das globale System gilt:

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} \mathbf{R} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{R} \end{bmatrix} \cdot \mathbf{K}' \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{R} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{R} \end{bmatrix}^T \tag{3.52}$$

Die Transformation der lokalen Nachgiebigkeitsmatrix $\mathbf{C}'$ kann analog dazu durchgeführt werden.

Analog zu der Orientierung kann auch für die Position des Elastomerlagers, wie in Abbildung 3.11a gezeigt, eine Transformation auf einen anderen gewählten Bezugspunkt Q erfolgen. Dazu wird mit dem Abstandsvektor $\underline{s}$ die schiefsymmetrische Matrix $\tilde{\mathbf{s}}$ gebildet und mit der 3x3 Einheitsmatrizen $\mathbf{E}$ in der Transformationsmatrix $\mathbf{T}$ zusammengefasst:

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} \mathbf{E} & \tilde{\mathbf{s}} \\ \mathbf{0} & \mathbf{E} \end{bmatrix} \quad \text{und} \quad \mathbf{T}^{-T} = \begin{bmatrix} \mathbf{E} & \mathbf{0} \\ \tilde{\mathbf{s}} & \mathbf{E} \end{bmatrix} \tag{3.53}$$

Die Matrix $\mathbf{T}^T$ dient zur Transformation der Kräfte und Momente, zusammengefasst in $\Delta\underline{f}$, zum Gelenkpunkt. Analog transformiert $\mathbf{T}^{-T}$ die Geschwindigkeiten zu diesem Punkt. Nach der Transformation werden diese Größen mit den Matrizen $\mathbf{K}$ (Steifigkeit) bzw. $\mathbf{C}$ (Nachgiebigkeit) verrechnet. Abschließend erfolgt die Rücktransformation der Ergebnisse auf den Bezugspunkt Q mittels $\mathbf{T}$ bzw. $\mathbf{T}^{-1}$. Daraus ergibt sich:

$$\underline{\hat{v}} = \underbrace{\mathbf{T} \cdot \mathbf{C} \cdot \mathbf{T}^T}_{\tilde{\mathbf{C}}} \cdot \Delta\underline{f} \quad \text{und} \quad \Delta\underline{f} = \underbrace{\mathbf{T}^{-T} \cdot \mathbf{K} \cdot \mathbf{T}^{-1}}_{\tilde{\mathbf{K}}} \cdot \underline{\hat{v}} \tag{3.54}$$

Im Weiteren wird die Matrix $\tilde{\mathbf{C}}$ als gekoppelte Nachgiebigkeitsmatrix und $\tilde{\mathbf{K}}$ als gekoppelte Steifigkeitsmatrix bezeichnet.

Modellierung der Elastomerlagerbindungen

Nach Abbildung 3.12 verbindet das Elastomerlager, symbolisiert durch eine Feder, die zwei Körper i und j miteinander. Gemäß Gleichung (3.42) setzten sich die Reaktionskräfte und Momente an den i und j Körper-Bezugspunkten aus einem deformationsunabhängigen Anteil ($\Delta\underline{f}^{kin}$) und einem deformationsabhängigen Anteil ($\Delta\underline{f}^{elast}$) zusammen. Die Reaktionskräfte und -momente am Elastomerlager können demnach nach diesen Kraftanteilen, wie in den beiden Detailansichten in Abbildung 3.12 gezeigt, aufgeteilt werden.

Der deformationsunabhängige Kraftanteil kann nach Gleichungen (3.45) und (3.46) über die

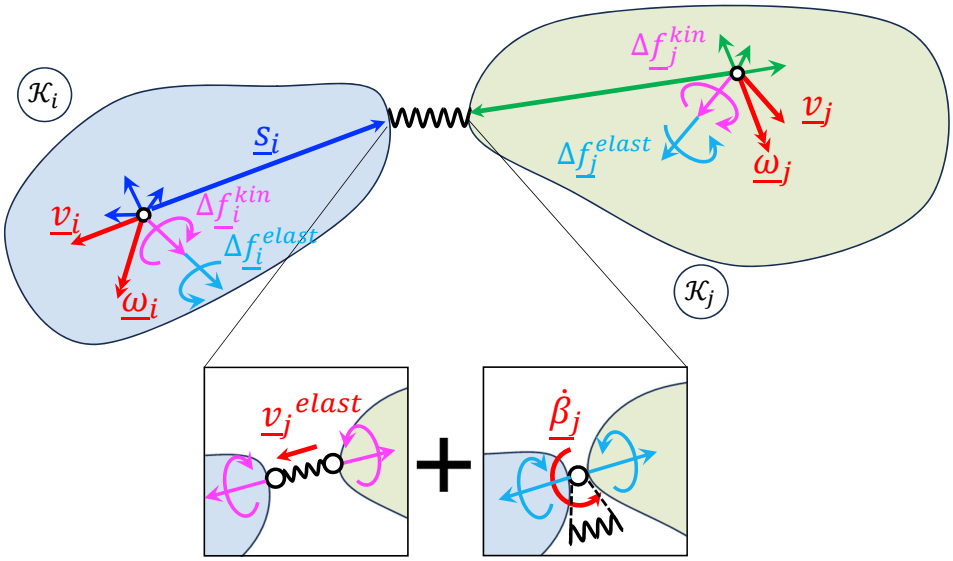


Abbildung 3.12.: Verallgemeinerte Elastomerlager-Verbindung zwischen Körper i und Körper j. (Detailansicht links): In Gelenk-Bindungsrichtung ist das Elastomerlager zwischen dem Gelenk in Reihe geschaltet, es werden lediglich Kräfte in Bindungsrichtung des Gelenks übertragen. Die Deformation führt zu einer Abweichung der idealen Gelenkbewegung. (Detailansicht rechts): In Gelenk-Bewegungsrichtung ist das Elastomerlager parallel geschaltet und generiert zusätzliche Kräfte bei der Gelenkbewegung β_j, wobei seine Nachgiebigkeit keinen direkten Einfluss auf die Bewegung ausübt.

transponierte implizite Bindungsmatrix $\mathbf{G}_j^T$, den Lagrange-Faktor $\Delta\lambda_j$ und den rheonomen Anteil ausgedrückt werden, und wirkt somit stets in Bindungsrichtung der Gelenke. Wird das Elastomerlager dazu in Reihe geschaltet, können unmittelbar aus den Gelenkreaktionskräften, in Anlehnung an Gleichung (3.54), die Deformationen $\hat{\underline{v}}_j^{elast}$ in Bindungsrichtung bestimmt werden:

$$\underbrace{\begin{bmatrix}\underline{v}_j^{elast}\\ \underline{\omega}_j^{elast}\end{bmatrix}}_{\hat{\underline{v}}_j^{elast}} = \underbrace{\mathbf{T}_j \cdot -\mathbf{C}_j \cdot \mathbf{T}_j^T}_{\tilde{\mathbf{C}}_j} \left(\underbrace{\mathbf{G}_j^T \Delta\lambda_j}_{\left(\Delta\underline{f}_j^{kin}\right.} + \Delta\underline{f}_j^{rheo} \right) \tag{3.55}$$

Das negative Vorzeichen der Steifigkeitsmatrix zeigt an, dass die Lagerreaktionskraft am Körper j stets entgegen der Deformationsrichtung wirkt. Zusammenfassend mit der Transformationsmatrix kann sie als gekoppelte Nachgiebigkeitsmatrix $\tilde{\mathbf{C}}_j$ geschrieben werden.

Basierend auf der expliziten Bindungsgleichung (3.10) kann der elastische Geschwindigkeitsanteil ergänzt werden. Unter Einbeziehung des Versatzanteils, des kinematischen und des elastischen Geschwindigkeitsanteils ergibt sich folgende allgemeine explizite Bindungsgleichung für eine Elastomerlagerverbindung:

$$\hat{\underline{v}}_j = \mathbf{B}_{ji}\hat{\underline{v}}_i + \underbrace{\mathbf{H}_j\dot{\underline{\beta}}_j + \hat{\underline{v}}_j^{rel}}_{\hat{\underline{v}}_j^{kin}} + \underbrace{\tilde{\mathbf{C}}_j\left(\mathbf{G}_j^T\Delta\lambda_j + \Delta\underline{f}_j^{rheo}\right)}_{\hat{\underline{v}}_j^{elast}} \tag{3.56}$$

Analog dazu kann die implizite Bindungsgleichung (3.9) durch den elastischen Anteil wie folgt ergänzt werden:

$$\dot{\mathbf{g}}_{ij} = \mathbf{G}_i\hat{\underline{v}}_i + \mathbf{G}_j\hat{\underline{v}}_j + \hat{\underline{\gamma}}_{ij} - \mathbf{G}_j\tilde{\mathbf{C}}_j\left(\mathbf{G}_j^T\Delta\lambda_j + \Delta\underline{f}_j^{rheo}\right) = \underline{0} \tag{3.57}$$

Zusätzlich zu den Gelenkbindungen tritt nun eine Kraftkopplung zwischen dem i-ten und j-ten Körper durch den Anteil $\Delta\underline{f}^{elast}$ auf, der durch die Gelenkbewegungen hervorgerufen wird. Dieser kann wie in der Detailansicht rechts in Abbildung 3.12 gezeigt, als Parallelschaltung des Elastomerlagers mit dem kinematischen Gelenk verstanden werden.

Das heißt, dieser Anteil ist unabhängig von der Deformationsgeschwindigkeit $\hat{\underline{v}}_j^{elast}$ und wird nur durch die kinematische Relativgeschwindigkeit zwischen beiden Körpern bestimmt. Die Gelenkreaktionen werden wie in Gleichung (3.54) gezeigt auf den Körperbezugspunkt bezogen und wirken sowohl auf Körper i als auch mit umgekehrten Vorzeichen auf Körper j. Ihre Berechnung erfolgt mittels der Steifigkeitsmatrix $\mathbf{K}$ des Elastomerlagers zwischen i und j und den Transformationsmatrizen $\mathbf{T}_i$ und $\mathbf{T}_j$. Hierbei ist zu beachten, dass für die Bildung von $\mathbf{K}$ nur die Steifigkeitsanteile in Gelenkbewegungsrichtung berücksichtigt werden. Die gekoppelte Steifigkeitsmatrix ergibt sich daraus wie folgt:

$$\begin{bmatrix}\Delta f_i^{elast}\\ \Delta f_j^{elast}\end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix}\mathbf{T}_i & \mathbf{0}\\ \mathbf{0} & \mathbf{T}_j\end{bmatrix}^{-T}\begin{bmatrix}-\mathbf{K} & \mathbf{K}\\ \mathbf{K} & -\mathbf{K}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\mathbf{T}_i & \mathbf{0}\\ \mathbf{0} & \mathbf{T}_j\end{bmatrix}^{-1}}_{\tilde{\mathbf{K}}}\begin{bmatrix}\underline{\hat{v}}_i^{kin}\\ \underline{\hat{v}}_j^{kin}\end{bmatrix} \tag{3.58}$$

Die resultierende (12×12) Steifigkeitsmatrix $\tilde{\mathbf{K}}$ kann in 4 (6×6) Blöcke unterteilt werden:

$$\tilde{\mathbf{K}}_P = \begin{bmatrix}\tilde{\mathbf{K}}_{P,ii} & \tilde{\mathbf{K}}_{P,ij}\\ \tilde{\mathbf{K}}_{P,ji} & \tilde{\mathbf{K}}_{P,jj}\end{bmatrix} \tag{3.59}$$

Hierbei entspricht der Spaltenindex dem Körper, auf den eine Kraft ausgeübt wird, während der Zeilenindex die Geschwindigkeit des Körpers repräsentiert, durch den diese Kraft induziert wird. Folglich ergibt sich die auf den Körper i wirkende Kraft aus zwei Anteilen: $\tilde{\mathbf{K}}_{ii}$, welche die Kraft auf den Körper i infolge seiner eigenen Bewegung darstellt, und $\tilde{\mathbf{K}}_{ij}$, die die auf Körper i durch die Bewegung des Körpers j ausgeübte Kraft beschreibt. Ein analoger Zusammenhang besteht für den Körper j.

Strukturnachgiebigkeit des TBEs

Die Strukturnachgiebigkeit des gesamten hinteren Achsbauteils (TBE) wird durch die 12×12-Matrix C_{TBE} dargestellt. Diese Matrix kann mithilfe der Finite-Elemente-Methode (FEM) ermittelt werden, indem im FE-Modell nacheinander Einheitskräfte und -momente an den

linken und rechten RU-Punkten der TBE-Struktur eingeleitet werden, während alle anderen Gelenkverbindungen starr gehalten werden. Die Randbedingungen können entsprechend den Randbedingungen der Ersatzmodelle aus Abbildung 3.1 gewählt werden. Das mit einem FE-Netz abgebildete TBE-Bauteil besteht in diesem Fall aus zwei Bauteilen (Körper 1 und 2), die durch das Drehgelenk am SC verbunden sind. Durch die Kopplungseffekte zwischen den linken und rechten RU-Punkten entsteht letztendlich eine 12×12-Matrix [40].

$$\mathbf{C}_{TBE} = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_{11,TBE} & \mathbf{C}_{12,TBE} \\ \mathbf{C}_{21,TBE} & \mathbf{C}_{22,TBE} \end{bmatrix} \tag{3.60}$$

Die 6x6 Nachgiebigkeitsmatrix $\mathbf{C}_{11,TBE}$ wird durch die Werte der Translation und Rotation am linken RU-Punkt (RU_1) gebildet, die durch eingeleitete Einheitskräfte und -momente am selbigen verursacht werden. So stellt der sechs Zeilen lange Vektor in der ersten Spalte von $\mathbf{C}11, TBE$ die Translation und Rotation des Punktes RU_1 unter einer Einwirkung einer Kraft in 1-Richtung (x) an diesem Punkt dar. Auf diese Weise kann sukzessive durch das Einleiten von Kräften in die 1 bis 3 Richtung und Momenten um die 1 bis 3 Richtung die Matrix $\mathbf{C}11, TBE$ gebildet werden.

Die Einleitung von Kräften und Momenten an diesem Punkt führt durch die Drehgelenk-Verbindung am Punkt SC ebenfalls zu einer Translation und Rotation an dem Punkt RU_2. Diese wird analog zu dem oben beschriebenen Vorgehen in der Matrix $\mathbf{C}21, TBE$ zusammengefasst. Dasselbe gilt für die Matrizen $\mathbf{C}12, TBE$ und $\mathbf{C}22, TBE$, jedoch mit Kräften und Momenten, die am Punkt RU_2 eingeleitet werden. Die daraus resultierende Nachgiebigkeitsmatrix $\mathbf{C}_{TBE}$ des finalen TBEs-Designs ist im Abschnitt A.2.7 dargestellt.

3.3.4. Elastokinematik mehrschleifiger Systeme

Abbildung 3.13a zeigt die Topologie des elastischen Ersatzmodells der MLTA. In diesem Modell wurden die Verbindungsgelenke durch die entsprechenden Elastomerlager gemäß Abbildung 3.9 ersetzt. Die Ebenengelenke zwischen den Körpern 4-5 und 10-11 sowie die beiden Schubführungen werden unverändert als starre Gelenke betrachtet. Zusätzlich greifen die Aufbaufeder und die Bumpstop-Feder an Körper 2 und 8 an.

Das gesamte Modell umfasst sechs Schleifen (I - VI). Analog zu der kinematischen Modellierung kann die Topologie durch Schnitte an den sekundären Gelenken bzw. Elastomerlagern in zwei offene Baumstrukturen überführt werden (Abbildung 3.13b). Ergänzend werden Schnitte an den Aufbaufedern und Bumpstop-Federn durchgeführt. Diese Schnitte werden im weiteren Verlauf der Berechnung durch die Kraftkopplungsbedingungen nach Gleichung (3.58) wieder geschlossen.

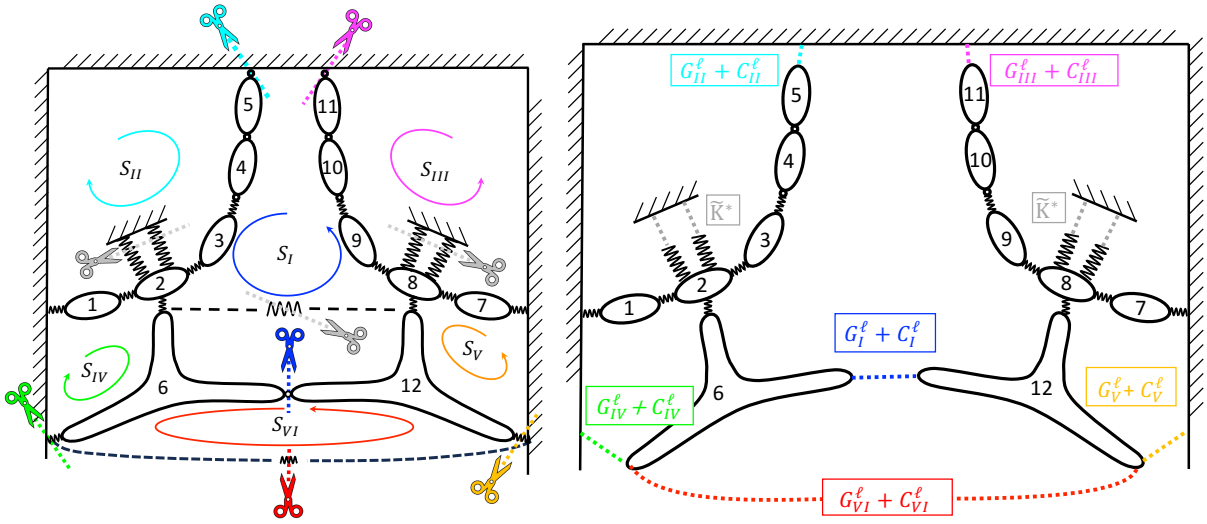


Abbildung 3.13.: Topologie des elastokinematischen Ersatzmodells der MLTA, **(a)** 6 Schnitte an den sekundären Gelenken bzw. Elastomerlagern $G_I^s - G_{VI}^s$ zur Auftrennung der Schleifen $S_I - S_{VI}$, 4 Schnitte an den zusätzlichen Federelementen zu Auftrennung der Kraftkopplung, **(b)** offene Baumstruktur bestehend aus 2 Mehrkörpersystemen und 22 unbekannten Gelenkgeschwindigkeiten $\underline{\dot{\beta}}_1 - \underline{\dot{\beta}}_{12}$, die über die impliziten kinematischen Schließbedingungen $\mathbf{G}_I^{\ell} - \mathbf{G}_{VI}^{\ell}$ die elastokinematischen Schließbedingungen $\mathbf{C}_I^{\ell} - \mathbf{C}_{VI}^{\ell}$ und die globale Steifigkeitsmatrix $\tilde{\mathbf{K}}^*$ geschlossen werden.

Formulierung der offenen elastischen Kette

Die zwei offenen Ketten können durch die hergeleitete explizite Bindungsgleichung (3.74) für Elastomerlager formuliert werden. Das Vorgehen wird hierbei wieder exemplarisch für die Kette von Körper 1 zu Körper 2 formuliert und im Anschluss auf die Gesamttopologie erweitert.

Analog zur kinematischen Formulierung für Körper 1 lassen sich der rheonome Geschwindigkeitsanteil des Gelenks sowie der Geschwindigkeitsanteil des Vorgängerkörpers zu null vereinfachen. In Kombination mit der gekoppelten Nachgiebigkeitsmatrix $\tilde{\mathbf{C}}_1$ und der transponierten impliziten Bindungsgleichung $\mathbf{G}_1^{(KD)\,T}$ ergibt sich nach Gleichung (3.74) der folgende Ausdruck:

$$\begin{aligned}
\underbrace{\begin{bmatrix} \underline{v}_1 \\ \underline{\omega}_1 \end{bmatrix}}_{\hat{\underline{v}}_1} &= \underbrace{\begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{e}}_0 \underline{d}_1 & \tilde{\mathbf{e}}_1 \underline{d}_1 \\ \underline{e}_0 & \underline{e}_1 \end{bmatrix}}_{\mathbf{H}_1^{(KD)}} \underbrace{\begin{bmatrix} \dot{\beta}_{1,1} \\ \dot{\beta}_{1,2} \end{bmatrix}}_{\underline{\dot{\beta}}_1} + \underbrace{\mathbf{T}_1 \cdot -\mathbf{C}_1 \cdot \mathbf{T}_1^T}_{\tilde{\mathbf{C}}_1} \left(\underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{E} & -\tilde{\mathbf{s}}_1 \\ \underline{0}^T & -\underline{e}_0^T \tilde{\mathbf{e}}_1 \end{bmatrix}^T}_{\left(\mathbf{G}_1^{(KD)\,T}\right.} \underbrace{\begin{bmatrix} \Delta\lambda_{1,1} \\ \Delta\lambda_{1,2} \\ \Delta\lambda_{1,3} \\ \Delta\lambda_{1,4} \end{bmatrix}}_{\Delta\lambda_1} + \Delta \underline{f}_1^{rheo} \right) \\
\hat{\underline{v}}_1 &= \mathbf{H}_1^{(KD)} \quad \underline{\dot{\beta}}_1 + \tilde{\mathbf{C}}_1 \quad \left(\mathbf{G}_1^{(KD)\,T} \quad \Delta\lambda_1 + \Delta \underline{f}_1^{rheo}\right)
\end{aligned} \tag{3.61}$$

Zusätzlich zu den zwei unbekannten Gelenkgeschwindigkeiten $\underline{\dot{\beta}}_1$ des Kardangelenks ergeben sich nun weitere vier Unbekannte in Form der Lagrange-Faktoren $\Delta\lambda_1$.

Die Geschwindigkeit von Körper 2 kann in gleicherweise formuliert werden:

$$\underbrace{\begin{bmatrix}\underline{v}_2\\ \underline{\omega}_2\end{bmatrix}}_{\hat{\underline{v}}_2} = \underbrace{\begin{bmatrix}\mathbf{E} & \tilde{\mathbf{r}}_{21}\\ \mathbf{0} & \mathbf{E}\end{bmatrix}}_{\mathbf{B_{21}}} \underbrace{\begin{bmatrix}\underline{v}_1\\ \underline{\omega}_1\end{bmatrix}}_{\hat{\underline{v}}_1} + \underbrace{\begin{bmatrix}-\tilde{\mathbf{d}}_2\\ \mathbf{E}\end{bmatrix}}_{\mathbf{H}_2^{(KG)}} \underbrace{\begin{bmatrix}\dot{\beta}_{2,1}\\ \dot{\beta}_{2,2}\\ \dot{\beta}_{2,3}\end{bmatrix}}_{\underline{\dot{\beta}}_2} + \underbrace{\mathbf{T}_2 \cdot -\mathbf{C}_2 \cdot \mathbf{T}_2^T}_{\tilde{\mathbf{C}}_2} \left(\underbrace{\begin{bmatrix}\mathbf{E} & \tilde{\mathbf{s}}_2\end{bmatrix}^T}_{\left(\mathbf{G}_2^{(KG)\,T}\right.} \underbrace{\begin{bmatrix}\Delta\lambda_{2,1}\\ \Delta\lambda_{2,2}\\ \Delta\lambda_{2,3}\end{bmatrix}}_{\Delta\lambda_2} + \Delta f_2^{rheo} \right) \tag{3.62}$$

Wird $\underline{\hat{v}}_1$ aus Gleichung (3.62) durch Gleichung (3.61) ausgedrückt, lassen sich beide Geschwindigkeiten in Matrixschreibweise wie folgt zusammenfassen:

$$\underbrace{\begin{bmatrix}\underline{\hat{v}}_1\\ \underline{\hat{v}}_2\end{bmatrix}}_{\underline{\hat{v}}} = \underbrace{\begin{bmatrix}\mathbf{E} & \mathbf{0}\\ \mathbf{B}_{21} & \mathbf{E}\end{bmatrix}}_{\mathbf{B}} \underbrace{\begin{bmatrix}\mathbf{H}_1^{(KD)} & \mathbf{0}\\ \mathbf{0} & \mathbf{H}_2^{(KG)}\end{bmatrix}}_{\mathbf{H}} \underbrace{\begin{bmatrix}\dot{\underline{\beta}}_1\\ \dot{\underline{\beta}}_2\end{bmatrix}}_{\underline{\dot{\beta}}} + \underbrace{\begin{bmatrix}\mathbf{E} & \mathbf{0}\\ \mathbf{B}_{21} & \mathbf{E}\end{bmatrix}}_{\mathbf{B}} \underbrace{\begin{bmatrix}\tilde{\mathbf{C}}_1 & \mathbf{0}\\ \mathbf{0} & \tilde{\mathbf{C}}_2\end{bmatrix}}_{\tilde{\mathbf{C}}} \left(\underbrace{\begin{bmatrix}\mathbf{G}_1^{(KD)\,T} & \mathbf{0}\\ \mathbf{0} & \mathbf{G}_2^{(KG)\,T}\end{bmatrix}}_{\left(\mathbf{G}_j^{pT}\right.} \underbrace{\begin{bmatrix}\Delta\lambda_1\\ \Delta\lambda_2\end{bmatrix}}_{\Delta\lambda^p} + \underbrace{\begin{bmatrix}\Delta f_1^{reho}\\ \Delta f_2^{reho}\end{bmatrix}}_{\Delta f^{p,reho}} \right) \tag{3.63}$$

Die globale Versatzmatrix $\mathbf{B}$ und die Jakobimatrix der primären Gelenke $\mathbf{H}$ kann wie bei der kinematischen Modellbildung zur globalen Jakobimatrix $\mathbf{J}$ zusammengefasst werden. Analog dazu können für den elastischen Anteil die globale Versatzmatrix $\mathbf{B}$, die Nachgiebigkeitsmatrix $\tilde{\mathbf{C}}$ und die Matrix $\mathbf{G}_j^{pT}$ zur globalen Nachgiebigkeitsmatrix $\tilde{\mathbf{C}}^p$ der primären Gelenke zusammengefasst werden.

Die rheonomen Kraft und Momentenanteile werden mit $\mathbf{B}$ und $\tilde{\mathbf{C}}$ zum globalen rheonomen Geschwindigkeitswinder $\underline{\hat{v}}^{p,rheo}$ zusammengefasst. Dieser Anteil ist nicht mit den rheonomen kinematischen Anteilen zu verwechseln, die beispielsweise durch die Antriebe der Aufstandsplattformen induziert werden. Für die Gesamt-Topologie der zwei offenen Ketten des MLTA-Ersatzmechanismus lässt sich somit zusammenfassend schreiben:

$$\underbrace{\begin{bmatrix}\underline{\hat{v}}_1\\ \vdots\\ \underline{\hat{v}}_{12}\end{bmatrix}}_{\underline{\hat{v}}} = \underbrace{\begin{bmatrix}\mathbf{H}_1^{(KD)} & \cdots & & \mathbf{0}\\ \mathbf{B}_{21}\mathbf{H}_1^{(KD)} & \mathbf{H}_2^{(KG)} & \cdots & \mathbf{0}\\ \vdots & & \ddots & \mathbf{0}\\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{H}_{12}^{(D)}\end{bmatrix}}_{\mathbf{J}_{MLTA}} \underbrace{\begin{bmatrix}\dot{\underline{\beta}}_1\\ \vdots\\ \dot{\underline{\beta}}_{12}\end{bmatrix}}_{\underline{\dot{\beta}}} + \underbrace{\begin{bmatrix}\tilde{\mathbf{C}}_1\mathbf{G}_1^{(KD)\,T} & \cdots & & \mathbf{0}\\ \mathbf{B}_{21}\tilde{\mathbf{C}}_1\mathbf{G}_1^{(KD)\,T} & \tilde{\mathbf{C}}_2\mathbf{G}_2^{(KG)\,T} & \cdots & \mathbf{0}\\ \vdots & & \ddots & \mathbf{0}\\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \tilde{\mathbf{C}}_{12}\mathbf{G}_{12}^{(D)\,T}\end{bmatrix}}_{\mathbf{B}\tilde{\mathbf{C}}\mathbf{G}_j^{pT} = \tilde{\mathbf{C}}_{MLTA}^p} \underbrace{\begin{bmatrix}\Delta\lambda_1\\ \vdots\\ \Delta\lambda_{12}\end{bmatrix}}_{\Delta\lambda^p}$$

$$+ \underbrace{\begin{bmatrix}\tilde{\mathbf{C}}_1\Delta\underline{f}_1^{rheo} & \cdots & & \mathbf{0}\\ \mathbf{B}_{21}\tilde{\mathbf{C}}_1\Delta\underline{f}_1^{rheo} & \tilde{\mathbf{C}}_2\Delta\underline{f}_2^{rheo} & \cdots & \mathbf{0}\\ \vdots & & \ddots & \mathbf{0}\\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \tilde{\mathbf{C}}_{12}\Delta\underline{f}_{12}^{rheo}\end{bmatrix}}_{\mathbf{B}\tilde{\mathbf{C}}\Delta\underline{f}^{p,rheo} = \underline{\hat{v}}^{p,rheo}} \tag{3.64}$$

Mit Gleichung (3.64) ist die Geschwindigkeit aller Körper (1-12) der zwei offenen Ketten, die

aus einer Kombination aus Elastomerlagern und Gelenken bestehen, vollständig beschrieben.

Dies führt zu insgesamt 22 unbekannten Gelenkgeschwindigkeiten $\underline{\dot{\beta}}$ und 50 unbekannten Lagrange-Faktoren $\Delta\lambda^p$ der primären Gelenke bzw. Elastomerlager. Die Gesamtgeschwindigkeit jedes Körpers setzt sich somit zusammenfassend aus einem kinematischen und einem elastischen Anteil zusammen:

$$\underline{\hat{v}} = \underbrace{\mathbf{J}_{MLTA}\,\underline{\dot{\beta}}}_{\underline{\hat{v}}^{kin}} + \underbrace{\tilde{\mathbf{C}}^{p}_{MLTA}\,\Delta\lambda^{p} + \underline{\hat{v}}^{p,rheo}}_{\underline{\hat{v}}^{elast}} \tag{3.65}$$

Formulierung der impliziten Schließbedingungen mit elastischer Lagerung

Diese Anzahl der unbekannten Gelenkgeschwindigkeiten entspricht nach Gleichung (3.11) der Anzahl der primären Gelenkfreiheitsgrade f^p, während die Anzahl der Lagrange-Faktoren der Anzahl der primären Gelenkbindungen b^p nach Tabelle 3.1 entspricht. Zusammengefasst werden somit auch für die elastokinematische Formulierung 22 Schließbedingungen benötigt, um die beiden offenen Ketten wieder zu schließen und die unbekannten Gelenkgeschwindigkeiten $\underline{\dot{\beta}}$ zu bestimmen. Die unbekannten Lagrange-Faktoren werden im Anschluss durch die hergeleitete Kraftgleichgewichtsbedingung aus Gleichung (3.42) bestimmt.

Analog zu der kinematischen Formulierung können die 22 unbekannten Gelenkgeschwindigkeiten durch die kinematischen Schließbedigungen $\mathbf{G}^{\ell}_{I}$ bis $\mathbf{G}^{\ell}_{VI}$ bestimmt werden. Um den elastischen Geschwindigkeitsanteil mit einzubeziehen, werden sie um die elastischen Schließbedingungen $\mathbf{C}^{\ell}_{I} - \mathbf{C}^{\ell}_{VI}$ erweitert.

Exemplarisch wird hier das Aufstellen der Bindungsgleichungen $\dot{\mathbf{g}}^{s}_{IV}$ für das Elastomerlager U_{IV} an der Position U_l aufgezeigt. Dazu wird die Bindungsmatrix des Kugelschubgelenks aus Tabelle A.2 und die gekoppelte Steifigkeitsmatrix $\tilde{\mathbf{C}}_{IV}$ in die implizite Bindungsgleichung (3.57) eingesetzt, woraus sich folgender Ausdruck ergibt:

$$\dot{\mathbf{g}}^{s}_{IV} = \underbrace{\begin{bmatrix} \underline{e}_1^T & -\underline{e}_1^T\tilde{\mathbf{s}}_6 \\ \underline{e}_2^T & -\underline{e}_2^T\tilde{\mathbf{s}}_6 \end{bmatrix}}_{\mathbf{G}^{(KS)}_{6,IV}} \underbrace{\begin{bmatrix} \underline{v}_6 \\ \underline{\omega}_6 \end{bmatrix}}_{\underline{\hat{v}}_6} - \underbrace{\begin{bmatrix} \underline{e}_1^T & -\underline{e}_1^T\tilde{\mathbf{s}}_6 \\ \underline{e}_2^T & -\underline{e}_2^T\tilde{\mathbf{s}}_6 \end{bmatrix}}_{\mathbf{G}^{(KS)}_{6,IV}} \underbrace{\left[\mathbf{T}_{IV}\cdot -\mathbf{C}_{IV}\cdot\mathbf{T}_{IV}^T\right]}_{\tilde{\mathbf{C}}_{IV}} \left(\underbrace{\begin{bmatrix} \underline{e}_1^T & -\underline{e}_1^T\tilde{\mathbf{s}}_6 \\ \underline{e}_2^T & -\underline{e}_2^T\tilde{\mathbf{s}}_6 \end{bmatrix}^T}_{\left(\mathbf{G}^{(KS)\,T}_{6,IV}\right.} \underbrace{\begin{bmatrix} \Delta\lambda^s_{IV,1} \\ \Delta\lambda^s_{IV,2} \end{bmatrix}}_{\Delta\lambda^s_{IV}} + \underbrace{\underline{f}^{rheo}_{IV}}_{\left.\underline{f}^{rheo}_{IV}\right)} \right) \tag{3.66}$$

Der Geschwindigkeitswinder $\underline{\hat{v}}_6$ lässt sich durch die Gleichung (3.64) darstellen. Der kinematische Anteil wird durch die sechste Blockzeile der Jakobimatrix $\mathbf{J}_6$ definiert. Analog dazu wird der elastische Anteil durch die sechste Blockzeile der Steifigkeitsmatrix $\tilde{\mathbf{C}}^{p}_{6}$ bestimmt. Zusätzlich muss der rheonome Deformationsgeschwindigkeitsanteil des 6. Körpers $\underline{v}^{p,rheo}_{6}$ berücksichtigt werden.

Für den zweiten Term der Gleichung können analog nach obigen Vorgehen die globale Nachgiebigkeitsmatrix $\tilde{\mathbf{C}}^s$ und die Geschwindigkeitswinder $\hat{\underline{v}}^{s,rheo}$ für die rheonomen Anteile definiert werden, wobei hier die globale Versatzmatrix keine Berücksichtigung finden muss. Daraus ergibt sich:

$$\tilde{\mathbf{C}}^s_{MLTA} = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{C}}_I \mathbf{G}^{(D)\,T}_{6,I} & \cdots & \mathbf{0} \\ \vdots & \ddots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & & \tilde{\mathbf{C}}_{VI} \mathbf{G}^{(SB)\,T}_{12,VI} \end{bmatrix} \quad \text{und} \quad \hat{\underline{v}}^{s,rheo} = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{C}}_I \Delta \underline{f}^{rheo}_I & \cdots & \mathbf{0} \\ \vdots & \ddots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & & \tilde{\mathbf{C}}_{VI} \Delta \underline{f}^{rheo}_{VI} \end{bmatrix} \tag{3.67}$$

Die sekundären Anteile der Bindungsgleichung können dann über die 4. Blockzeile der globalen Nachgiebigkeitsmatrix der sekundären Lager $\tilde{\mathbf{C}}^s_{IV}$ und über $\hat{\underline{v}}^{s,rheo}_{IV}$ ausgedrückt werden. Zusammenfassend ergibt sich dann folgende Bindungsgleichung:

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{g}}^s_{IV} = & \underbrace{\mathbf{G}^{(KS)}_{6,IV} \mathbf{J}_6}\ \dot{\beta} + \underbrace{\left[\mathbf{G}^{(KS)}_{6,IV} \tilde{\mathbf{C}}^p_6 \quad -\mathbf{G}^{(KS)}_{6,IV} \tilde{\mathbf{C}}^s_{IV}\right]}\ \underbrace{\begin{bmatrix} \Delta\lambda^p \\ \Delta\lambda^s \end{bmatrix}} + \underbrace{\mathbf{G}^{(KS)}_{6,IV} \hat{\underline{v}}^{p,rheo}_6 - \mathbf{G}^{(KS)}_{6,IV} \hat{\underline{v}}^{s,rheo}_{IV}} \\ & \mathbf{G}^{\ell}_{IV}\ \dot{\beta} + \mathbf{C}^{\ell}_{IV}\ \Delta\lambda + \gamma^{rheo}_{IV} \end{aligned} \tag{3.68}$$

Nach diesem Vorgehen lassen sich die Bindungsgleichungen für die sekundären Gelenke bzw. Elastomerlager $(I-VI)$ aufstellen. Die kinematischen Schließbedingungen $\mathbf{G}^{\ell}_I$ bis $\mathbf{G}^{\ell}_{VI}$ ergeben sich analog zum kinematischen Vorgehen aus Gleichung (3.25), aus der Multiplikation von $\mathbf{G}^s$ und der globalen Jakobimatrix $\mathbf{J}$.

Die elastokinematischen Schließbedingungen $\mathbf{C}^{\ell}_I$ bis $\mathbf{C}^{\ell}_{VI}$ lassen sich auf ähnliche Weise bilden. Die primären Anteile entstehen durch die Multiplikation der Matrix $\mathbf{G}^s$ mit der globalen Nachgiebigkeitsmatrix $\tilde{\mathbf{C}}^p$ der primären Lager. Die sekundären Anteile resultieren aus der Matrixmultiplikation von $\mathbf{G}^s_j$ mit der globalen Nachgiebigkeitsmatrix $\tilde{\mathbf{C}}^s$ der sekundären Lagerstellen.

Die globale Matrix der Schließbedingungen $\mathbf{C}^{\ell}$ kann als Blockmatrix aus diesen beiden Anteilen aufgebaut werden. In der Matrix sind die primären Anteile der Gelenkbindungen in den Spalten (1 bis b^p) angeordnet. Analog dazu sind die Spalten (b^p+1 bis b^s) den sekundären Anteilen zugeordnet. Demnach lässt sich die Matrix $\mathbf{C}^{\ell}_{MLTA}$ für den MLTA-Ersatzmechanismus wie folgt formulieren:

$$\underbrace{\begin{matrix} \text{Primärer Anteil } (b^p,\, f^p) & \text{Sekundärer Anteil } (b^s,\, f^p) \\ \begin{bmatrix} \mathbf{G}^s_{6,I}\tilde{\mathbf{C}}^p_6 + \mathbf{G}^s_{12,I}\tilde{\mathbf{C}}^p_{12} & -\mathbf{G}^s_{12,I}\tilde{\mathbf{C}}^s_I \\ \mathbf{G}^s_{5,II}\tilde{\mathbf{C}}^p_5 & -\mathbf{G}^s_{5,II}\tilde{\mathbf{C}}^s_{II} \\ \mathbf{G}^s_{11,III}\tilde{\mathbf{C}}^p_{11} & -\mathbf{G}^s_{11,III}\tilde{\mathbf{C}}^s_{III} \\ \mathbf{G}^s_{6,IV}\tilde{\mathbf{C}}^p_6 & -\mathbf{G}^s_{6,IV}\tilde{\mathbf{C}}^s_{IV} \\ \mathbf{G}^s_{12,V}\tilde{\mathbf{C}}^p_{12} & -\mathbf{G}^s_{12,V}\tilde{\mathbf{C}}^s_V \\ \mathbf{G}^s_{6,VI}\tilde{\mathbf{C}}^p_6 + \mathbf{G}^s_{12,VI}\tilde{\mathbf{C}}^p_{12} & -\mathbf{G}^s_{12,VI}\tilde{\mathbf{C}}^s_{VI} \end{bmatrix} \end{matrix}}_{\mathbf{C}^\ell_{MLTA} = \begin{bmatrix} \mathbf{G}^s\tilde{\mathbf{C}}^p & -\mathbf{G}^s_j\tilde{\mathbf{C}}^s \end{bmatrix}} \begin{matrix} \mathbf{C}^\ell_I \\ \mathbf{C}^\ell_{II} \\ \mathbf{C}^\ell_{III} \\ \mathbf{C}^\ell_{IV} \\ \mathbf{C}^\ell_V \\ \mathbf{C}^\ell_{VI} \end{matrix} \tag{3.69}$$

Die kinematischen Schließbedingungen lassen sich durch die Matrix $\mathbf{G}^\ell$ in Verbindung mit den unbekannten Gelenkgeschwindigkeiten $\dot{\beta}$ ausdrücken. Diese Matrix besitzt die Dimensionen $(b^s \times f^p)$, was für den MLTA-Ersatzmechanismus konkret einer Größe von (22x22) entspricht.

Analog dazu werden die elastokinematischen Schließbedingungen durch die Matrix $\mathbf{C}^\ell$ in Kombination mit den unbekannten Lagrange-Faktoren $\Delta\lambda$ ausgedrückt. Diese Matrix hat die Dimensionen$(b \times f^p)$, wobei b als Summe von b^p und b^s definiert ist. Für den MLTA-Ersatzmechanismus ergibt sich konkret die Größe von (22x72). Zusammenfassend folgt daraus:

$$\begin{array}{lllllllllll} \underbrace{\mathbf{G}^s\mathbf{J}} & \underbrace{\begin{bmatrix} \underline{\dot{\beta}}_1 \\ \vdots \\ \underline{\dot{\beta}}_{12} \end{bmatrix}} & + & \gamma^\ell & + & \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{G}^s\tilde{\mathbf{C}}^p & -\mathbf{G}^s_j\tilde{\mathbf{C}}^s \end{bmatrix}} & \underbrace{\begin{bmatrix} \Delta\lambda^p \\ \Delta\lambda^s \end{bmatrix}} & + & \underbrace{\mathbf{G}^s\underline{\hat{v}}^{p,reho} - \mathbf{G}^s_j\underline{\hat{v}}^{s,reho}} & = & \underline{0} \\ \mathbf{G}^\ell_{MLTA} & \underline{\dot{\beta}} & + & \gamma^\ell & + & \mathbf{C}^\ell_{MLTA} & \Delta\lambda & + & \gamma^{reho} & = & \underline{0} \end{array} \tag{3.70}$$

Zusätzlich tritt unverändert zu Gleichung (3.25) der rheonome Anteil γ^ℓ auf, der den Antrieb der beiden Schubführungen der Aufstandsplattformen bestimmt. Die Anteile der Deformationsgeschwindigkeit durch rheonome Einflüsse, werden zusammenfassend mit γ^{rheo} bezeichnet. Sie resultieren aus der Differenz von $(\mathbf{G}^s\underline{\hat{v}}^{p,rheo})$ und $(\mathbf{G}^s_j\underline{\hat{v}}^{s,rheo})$.

Auf diese Weise entsteht aus den Schließbedingungen für den MLTA-Ersatzmechanismus ein Gleichungssystem aus 22 Gleichungen mit 22 unbekannten Gelenkgeschwindigkeiten und 72 unbekannten Lagrange Faktoren.

Formulierung der Kraftgleichgewichtsbedingungen und Bestimmung der Reaktionskräfte

Zur Lösung der unbekannten Lagrange-Faktoren muss das Gleichungssystem noch um die Kraftgleichgewichtsbedingung nach Gleichung (3.42) ergänzt werden. Der kinematische Kraftanteil ergibt sich unverändert zur kinematischen Formulierung aus Gleichung (3.31).

Die Kraftanteile durch elastische Verformung ($\hat{\underline{f}}^{elast}$) resultieren nach dem Modellierungsansatz, der in Abbildung 3.12 dargestellt ist, aus den kinematischen Gelenkbewegungen. Zusätzlich werden als weitere Federelemente die Aufbau- und Bumpstop-Federn nach Abbildung 3.13 berücksichtigt.

Die Kräfte werden mithilfe der globalen Steifigkeitsmatrizen $\tilde{\mathbf{K}}^p$, $\tilde{\mathbf{K}}^s$ und $\tilde{\mathbf{K}}^*$ für die Zusatzfedern bestimmt. Als Grundlage für die Formulierung der globalen Matrizen dienen die gekoppelten Steifigkeitsmatrizen für jedes Lager nach Gleichung (3.59). Die globalen Steifigkeitsmatrizen werden dazu in Blöcke der Größe (6x6) unterteilt und mit den gekoppelten Steifigkeitsmatrizen entsprechend der Indizes nach Gleichung (3.59) befüllt. Die Anzahl in horizontaler und vertikaler Ausrichtung entspricht der Anzahl der Körper (n_K) im Mehrkörpersystem. Nach diesem Vorgehen folgt exemplarisch für die globale Steifigkeitsmatrix der primären Lager:

$$\tilde{\mathbf{K}}^p = \begin{array}{c} \overset{n_K=\text{Körperanzahl}}{\mathbf{n_i} \cdots \mathbf{n_K}} \\ \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{K}}_{ii} & \tilde{\mathbf{K}}_{ij} & \cdots & \tilde{\mathbf{K}}_{iK} \\ \tilde{\mathbf{K}}_{ji} & \tilde{\mathbf{K}}_{jj} & & \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ \tilde{\mathbf{K}}_{Ki} & \cdots & & \tilde{\mathbf{K}}_{KK} \end{bmatrix} \begin{matrix} \mathbf{i} \\ \vdots \\ \mathbf{n_K} \end{matrix} \end{array} \tag{3.71}$$

Wenn ein Körper über mehrere Lager mit anderen Körpern verbunden ist, werden die zugehörigen Steifigkeitsmatrizen der Lager an den jeweiligen Blöcken in der globalen Matrix einfach addiert. Für den Fall, dass ein Körper über ein Lager direkt an das raumfeste Bezugssystem (Körper 0) angebunden ist, werden alle Indizes mit null ignoriert.

Der Kraftanteil $\Delta\hat{\underline{f}}^{elast}$ lässt sich anschließend durch die Multiplikation der Steifigkeitsmatrizen mit den entsprechenden Geschwindigkeitstermen aus Gleichung (3.65) einfach bestimmen:

$$\begin{array}{rcccccccc} \Delta\hat{\underline{f}}^{elast} = & \underbrace{(\tilde{\mathbf{K}}^p + \tilde{\mathbf{K}}^s + \tilde{\mathbf{K}}^*) \cdot \mathbf{J}} & \underbrace{\begin{bmatrix} \dot{\underline{\beta}}_1 \\ \vdots \\ \dot{\underline{\beta}}_{12} \end{bmatrix}} & + & \underbrace{(\tilde{\mathbf{K}}^s + \tilde{\mathbf{K}}^*)\tilde{\mathbf{C}}^p} & \Delta\lambda^p & + & \underbrace{(\tilde{\mathbf{K}}^s + \tilde{\mathbf{K}}^*)\hat{\underline{v}}^{p,rheo}} \\ & \mathbf{K}^J & \dot{\underline{\beta}} & + & \mathbf{K}^C & \Delta\lambda^p & + & \Delta\hat{\underline{f}}^{rheo} \end{array} \tag{3.72}$$

Die kinematische Bewegung an den primären Lagern ergibt sich alleinig durch die Gelenkgeschwindigkeiten, weshalb $\tilde{\mathbf{K}}^p$ nur im ersten Term Berücksichtigung findet.

Die kinematischen Geschwindigkeitsanteile an den sekundären Gelenken dagegen werden auch durch die Deformationen der primären Lager mitbeeinflusst. Konkret bedeutet dies, dass die Verformungen der primären Lager an den sekundären Lagern kinematische Gelenkbewegungen verursachen, wodurch elastische Kraftanteile generiert werden. Die Zusatzfederelemente

müssen ebenfalls in allen Termen berücksichtigt werden.

Wird der elastische Kraftanteil mit dem kinematischen Anteil zusammengefasst, folgt daraus für die Kraftgleichgewichtsbedingung:

$$-\Delta\hat{\underline{f}}^{e} = \Delta\hat{\underline{f}}^{kin} + \Delta\hat{\underline{f}}^{elast} = \underbrace{\begin{bmatrix}\mathbf{K}^{C} + \mathbf{B}^{-T}\mathbf{G}_{j}^{pT} & \mathbf{G}^{sT}\end{bmatrix}}_{\mathbf{G}'^{T}} \underbrace{\begin{bmatrix}\Delta\lambda^{p} \\ \Delta\lambda^{s}\end{bmatrix}}_{\Delta\lambda} + \mathbf{K}^{J} \underbrace{\begin{bmatrix}\dot{\underline{\beta}}_{1} \\ \vdots \\ \dot{\underline{\beta}}_{12}\end{bmatrix}}_{\dot{\underline{\beta}}} + \Delta\hat{\underline{f}}^{rheo} \tag{3.73}$$

Die Matrix $\mathbf{K}^{C}$ kann mit der globalen Bindungsmatrix $\mathbf{G}^{T}$ zusammengefasst werden. Auf diese Weise ergibt sich ein kompaktes Gleichungssystem, dass die entstehenden Reaktionskraftwinder an den Körperbezugspunkten nach Abbildung 3.10 im Mehrkörpersystem durch die unbekannten Gelenkgeschwindigkeiten $\dot{\underline{\beta}}$ und die Lagrange-Faktoren $\Delta\lambda$ ausdrückt.

Zur Bestimmung der Reaktionskräfte und Momente die an den einzelnen Lagerpunkten entstehen, müssen ebenfalls die kinematischen und elastischen Anteile berücksichtigt werden.

Die kinematischen Anteile können nach den Gleichungen (3.38) und (3.39) bestimmt werden, müssen aber noch mit $\mathbf{T}_{j}^{T}$ auf die Lagerpunkte bezogen werden.

Die elastischen Anteile ergeben sich aus den gekoppelten Steifigkeitsmatrizen der einzelnen Lager. Nach Definition werden nur die Reaktionen auf den Folgekörper j betrachtet. Die Steifigkeitsmatrizen zur Bestimmung der Lagerreaktionen können so aus den unteren Zeilen der gekoppelten Steifigkeitsmatrizen der primären Lager (1-n_K) und der sekundären Lager (I-n_S) nach Gleichung (3.59) gebildet werden:

$$\tilde{\mathbf{K}}_{j}^{p} = \begin{bmatrix}\tilde{\mathbf{K}}_{1,ji} & \tilde{\mathbf{K}}_{1,jj} & \cdots & \mathbf{0} \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0} & \cdots & \tilde{\mathbf{K}}_{K,ji} & \tilde{\mathbf{K}}_{K,jj}\end{bmatrix} \quad \tilde{\mathbf{K}}_{j}^{s} = \begin{bmatrix}\tilde{\mathbf{K}}_{I,ji} & \tilde{\mathbf{K}}_{I,jj} & \cdots & & 0 \\ \vdots & & \ddots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0} & \cdots & & \tilde{\mathbf{K}}_{n_S,ji} & \tilde{\mathbf{K}}_{n_S,jj}\end{bmatrix} \tag{3.74}$$

Die elastischen Anteile müssen ebenfalls noch mit $\mathbf{T}_{j}$ auf den Lagerpunkt bezogen werden. Daraus folgt zusammenfassend für die kinematischen und elastischen Anteile:

$$\Delta\underline{f}'^{\,p} = \Delta\underline{f}'^{\,p,kin} + \Delta\underline{f}'^{\,p,elast} = \mathbf{T}_{j}^{pT}(\mathbf{G}_{j}^{pT}\Delta\lambda^{p} + \Delta\underline{f}^{p,rheo} + \tilde{\mathbf{K}}_{j}^{p}\mathbf{J}\dot{\underline{\beta}}) \tag{3.75}$$

$$\Delta\underline{f}'^{\,s} = \Delta\underline{f}'^{\,s,kin} + \Delta\underline{f}'^{\,s,elast} = \mathbf{T}_{j}^{sT}(\mathbf{G}_{j}^{sT}\Delta\lambda^{s} + \Delta\underline{f}^{s,rheo} + \tilde{\mathbf{K}}_{j}^{s}\hat{\underline{v}}^{s}) \tag{3.76}$$

Zusammenfassendes Gleichungssystem in Matrixschreibweise

Wird das Gleichungssystem (3.70) um die hergeleitete Kraftgleichgewichtsbedingung (3.73) ergänzt und entsprechend den unbekannten Größen umgestellt, ergibt sich im letzten Schritt in kompakter Matrixschreibweise das folgende Gleichungssystem:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{G}^{\ell} & \mathbf{C}^{\ell} \\ \mathbf{K}^{J} & \mathbf{G}'^{T} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\underline{\beta}} \\ \Delta\lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -(\gamma^{\ell} + \gamma^{rheo}) \\ -(\Delta\hat{\underline{f}}^{e} + \Delta\hat{\underline{f}}^{rheo}) \end{bmatrix} \tag{3.77}$$

mit:

$\mathbf{G}^{\ell} = \mathbf{G}^{s}\mathbf{J}$	Globale Matrix der kinematischen Schließbedingungen
$\mathbf{C}^{\ell} = \begin{bmatrix} \mathbf{G}^{s}\tilde{\mathbf{C}}^{p} & \mathbf{G}_{j}^{s}\tilde{\mathbf{C}}^{s} \end{bmatrix}$	Globale Matrix der elastokinematischen Schließbedigungen
$\tilde{\mathbf{K}}^{J} = (\tilde{\mathbf{K}}^{p} + \tilde{\mathbf{K}}^{s} + \tilde{\mathbf{K}}^{*})\mathbf{J}$	Globale Steifigkeitsmatrix
$\mathbf{G}'^{T} = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{K}}^{C} + \mathbf{B}^{-T}\mathbf{G}_{j}^{pT} & \mathbf{G}^{sT} \end{bmatrix}$	Globale Bindungsmatrix ergänzt mit Steifigkeitsmatrix
$\gamma^{\ell} = \mathbf{G}^{s}\hat{\underline{v}}^{A}$	Rheonomer Antriebsvektor
$\gamma^{rheo} = \mathbf{G}^{s}\hat{\underline{v}}^{p,rheo} - \mathbf{G}_{j}^{s}\hat{\underline{v}}^{s,rheo}$	Deformationsgeschwindigkeit als Folge rheonomer Bewegung
$\Delta\hat{\underline{f}}^{rheo} = (\tilde{\mathbf{K}}^{s} + \tilde{\mathbf{K}}^{*})\hat{\underline{v}}^{p,rheo}$	Elastomer Kräfte als Folge rheonomer Bewegungen
$\Delta\hat{\underline{f}}^{e}$	Kraftwinder der eingeprägten Kräfte und Momente
$\dot{\underline{\beta}}$	Gelenkgeschwindigkeiten der primären Gelenke
$\Delta\lambda$	Lagrange-Faktoren der primären und sekundären Gelenke

Durch invertieren der hergeleiteten Matrix auf der linken Seite des Gleichungssystems lassen sich die unbekannten Gelenkgeschwindigkeiten und Lagrange-Faktoren bestimmen.

Die Geschwindigkeit aller Körper kann anschließend auf einfache Weise mit Gleichung (3.65) bestimmt werden. Die Gelenkreaktionskräfte und Momente bzw. deren Änderungsraten können durch einsetzten von $\Delta\lambda$ und $\dot{\underline{\beta}}$ in Gleichungen (3.75) und (3.76) bestimmt werden.

3.4. Algorithmus und Validierung

Basierend auf den hergeleiteten Gleichungen wurde ein kompakter Solver-Algorithmus entwickelt, der sich für geschlossene kinematisch bestimmte Mehrkörpersysteme eignet. Für eine gute Abbildung der Elastokinematik ist es entscheidend, dass der untersuchte Mechanismus in Bindungsrichtung der Gelenke eine ausreichende Steifigkeit besitzt und so die Annahme nach Gleichung (3.43) erfüllt.

Die Simulationsparameter sowie die Topologie des Mehrkörpersystems werden über ein JSON-

Input-File an den Solver übergeben. Eine detaillierte Beschreibung zum Aufbau des Input-Files ist in Abschnitt A.3 beschrieben.

3.4.1. Solver-Algorithmus und Beschreibung der Funktionsblöcke

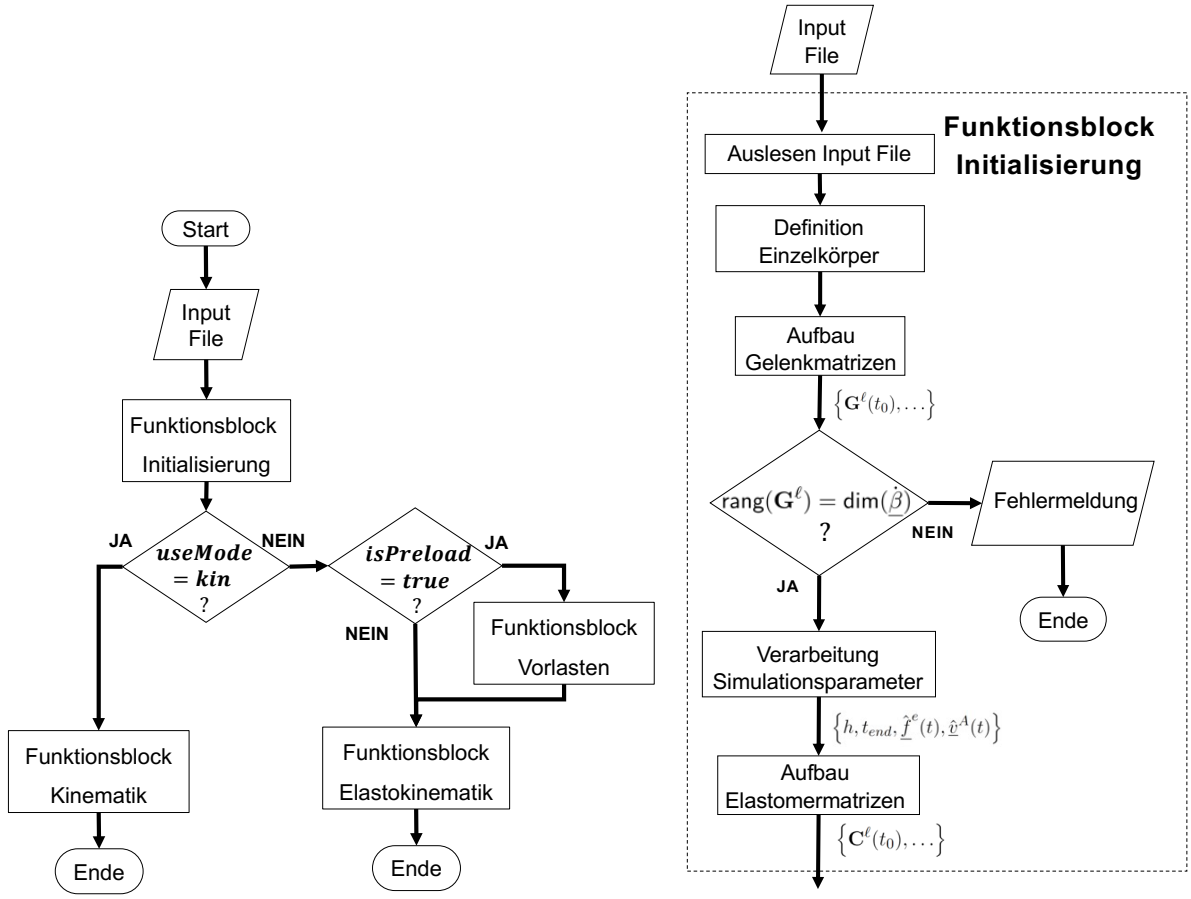


Abbildung 3.14.: (a) Solver-Algorithmus Flowchart für die kinematische und elastokinematische Berechnung eines Mehrkörpersystems; **(b)** Funktionsblock Initialisierung, Input: benutzerdefiniertes Input-File, Output: Gelenkmatrizen, Elastomermatrizen und Simulationsparameter zum Startzeitpunkt.

Die Hauptschritte des Algorithmus sind in mehrere Funktionsblöcke unterteilt, die im Folgenden erläutert werden. Das vom Benutzer generierte Input-File dient dabei als Eingabe.

Funktionsblock Initialisierung

- **Schritt 1: Auslesen des Input-Files** – Einlesen der JSON-Daten per `jsondecode` und Konvertierung in eine Matlab-Strukturarray.
- **Schritt 2: Definition der Einzelkörper** – Erzeugen der Einzelkörper gemäß Benutzervorgaben und Vergabe eindeutiger `bodyIDs`.
- **Schritt 3: Aufbau der Gelenkmatrizen** – Bilden der Bindungs- und Jakobimatrizen

entsprechend Gelenktyp, Position und Ausrichtung. Bestimmen aller systemabhängigen Matrizen zum Startzeitpunkt t_0.

- **Schritt 4: Prüfung kinematische Bestimmtheit** – Abgleich von rang($\mathbf{G}^\ell$) mit dim($\dot{\underline{\beta}}$). Bei kinematischer Unterbestimmtheit erfolgt Abbruch.
- **Schritt 5: Verarbeitung der Simulationsparameter** – Setzen von Schrittweite h und Endzeit t_{end}. Einlesen der zeitabhängigen Kraft- und Geschwindigkeitswinder.
- **Schritt 6: Aufbau der Elastomermatrizen** – Erzeugen von Steifigkeits- und Nachgiebigkeitsmatrizen für definierte Elastomerlager und Federelemente. Falls keine vorhanden, wird dieser Schritt übersprungen.

Je nach Eingabe wird `userMode` auf `elast` (Elastokinematik) oder `kin` (reine Kinematik) gesetzt. Anschließend verzweigt der Algorithmus zum entsprechenden Hauptschleifenabschnitt.

Funktionsblock Kinematik

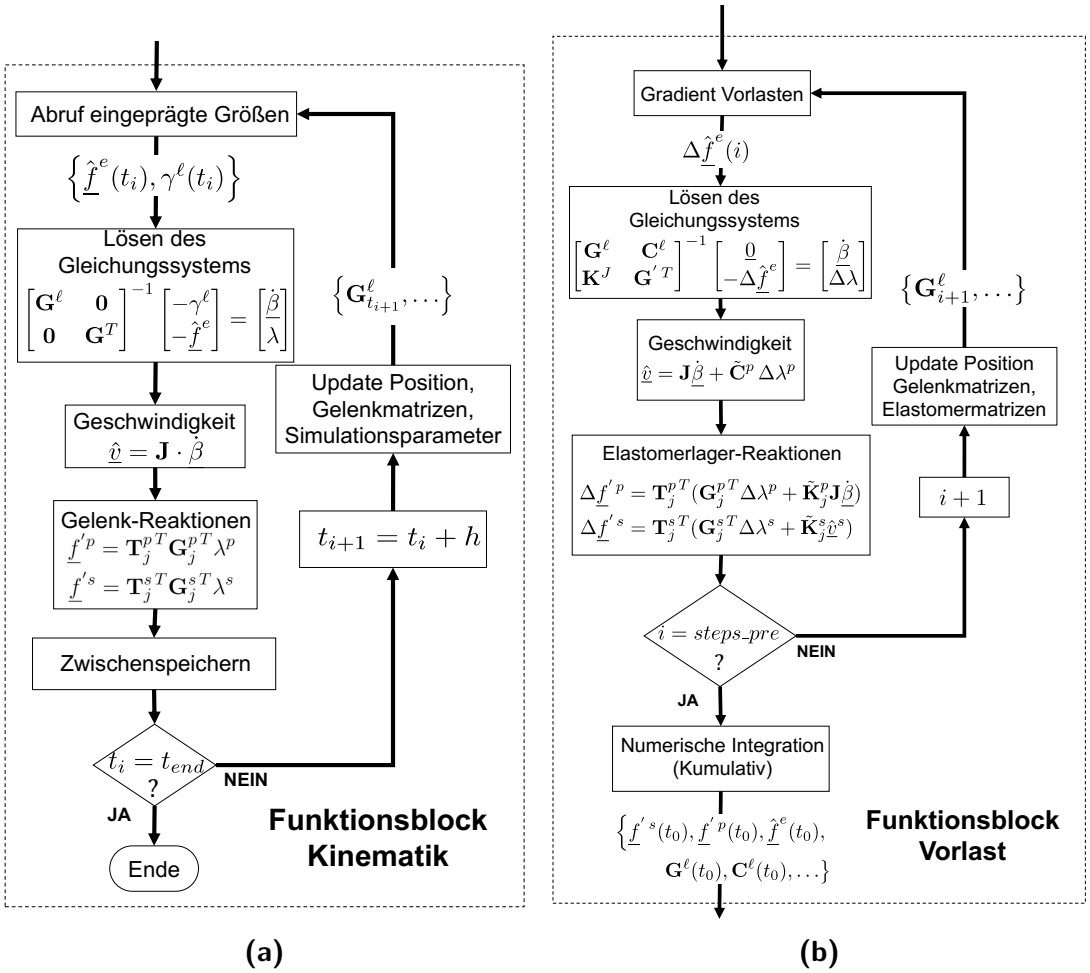


Abbildung 3.15.: (a) Funktionsblock Kinematik, Input: Simulationsparameter, Gelenkmatrizen, Zeitverlauf eingeprägte Größen; Output: Ergebnis-Array history(t) **(b)** Funktionsblock Vorlast, Input: Vom Benutzer festgelegt Vorlasten, Simulationsparameter, Gelenkmatrizen; Output: Mechanismus-Position und Lager-Reaktionen nach Aufprägen der Vorlasten zum Zeitpunkt t_0

Diese Schleife durchläuft die Zeitschritte von t_0 bis t_{end} in Intervallen von h. Für jeden Zeit-

schritt t_i werden folgende Schritte ausgeführt:

- **Schritt 1: Abrufen der eingeprägten Größen** – Lesen der Kraft- und Geschwindigkeitswinder $\{\hat{\underline{f}}^e(t_i), \hat{\underline{\gamma}}^\ell(t_i)\}$.
- **Schritt 2: Lösen des Gleichungssystems** – Berechnen von $\dot{\underline{\beta}}(t_i)$ (Gelenkgeschwindigkeiten) und $\lambda(t_i)$ (Lagrange-Faktoren).
- **Schritt 3: Bestimmung der Geschwindigkeitswinder** – Berechnung der Körpergeschwindigkeiten $\hat{\underline{v}}(t_i)$ aus $\dot{\underline{\beta}}(t_i)$ und $\mathbf{J}$.
- **Schritt 4: Berechnung der Gelenkreaktionen** – Ermitteln der primären und sekundären Gelenkreaktionskräfte und -momente $\{\underline{f}^{'p}(t_i), \underline{f}^{'s}(t_i)\}$.
- **Schritt 5: Zwischenspeicherung** – Ablegen von $\{\hat{\underline{v}}(t_i), \underline{f}^{'p}(t_i), \underline{f}^{'s}(t_i)\}$ im history-Array.
- **Schritt 6: Neuer Zeitschritt und Update** – Aktualisieren der Körperpositionen und Gelenkmatrizen für t_{i+1}.

Funktionsblock Vorlasten

Wenn Elastomerlager oder Federn definiert sind (`userMode` $=$ `elast`) und Vorlasten eingetragen wurden ($\hat{\underline{f}}^e(t_0) \neq \underline{0}$), wird eine separate Vorlast-Schleife vor der eigentlichen Simulation durchgeführt:

- **Schritt 1: Gradient der Vorlasten** – Transformieren der eingeprägten Vorlasten in das globale Koordinatensystem und Summation pro Körperbezugspunkt.
- **Schritt 2: Lösen des Gleichungssystems** – Ermitteln von $\dot{\underline{\beta}}(t_i)$ und $\Delta\lambda(t_i)$ ohne rheonome Anteile.
- **Schritt 3: Berechnung der Geschwindigkeitswinder** – Bestimmung von $\hat{\underline{v}}(t_i)$ ohne rheonome Terme.
- **Schritt 4: Elastomerlager-Reaktionen** – Berechnen der Kräfte und Momente unter Vernachlässigung rheonomer Anteile.
- **Schritt 5: Zwischenspeichern** – Ablegen der Reaktionsgradienten $\{\Delta\underline{f}^{'p}(t_i), \Delta\underline{f}^{'s}(t_i)\}$.
- **Schritt 6: Neuer Zeitschritt und Update** – Aktualisieren der Körperpositionen für den nächsten Iterationsschritt t_{i+1}.
- **Schritt 7: Numerische Integration** – Bei Erreichen von $t_{end,pre} = t_0$ werden die Reaktionsgradienten aufsummiert, um die Anfangs-Reaktionskräfte zum Startzeitpunkt der Hauptschleife zu bestimmen.

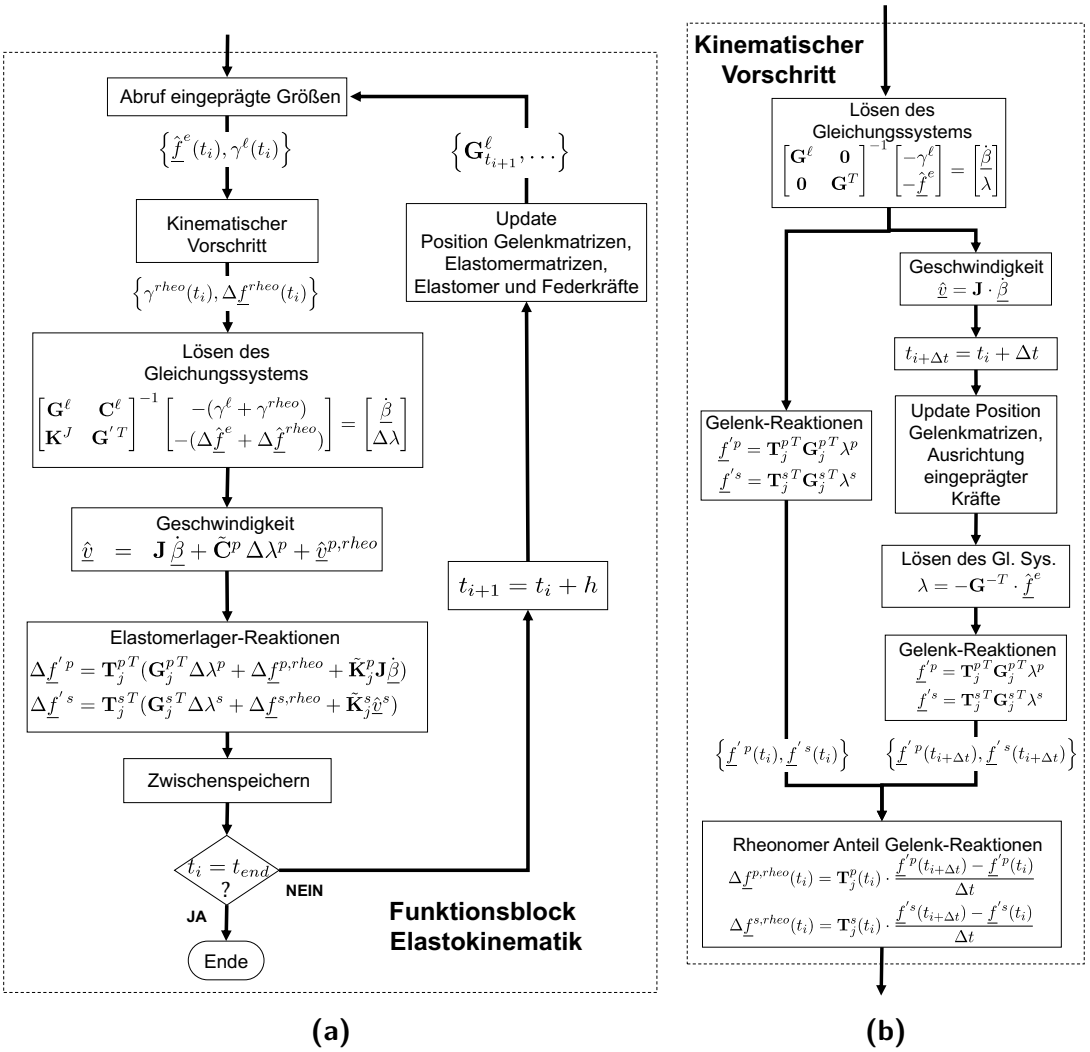


Abbildung 3.16.: (a) Funktionsblock Elastokinematik, Input: Mechanismus-Position und Lager-Reaktionen nach Aufprägen der Vorlasten zum Zeitpunkt t_0, Simulationsparameter, Gelenkmatrizen, Elastomermatrizen; Output: Ergebnis-Array $history(t)$ **(b)** Funktionsblock Vorschritt Input: Geschwindigkeiten und eingeprägte Kräfte, Output: Rheonomer Anteil der Gelenkreaktionskräfte und -momente.

Berechnungsschleife Elastokinematik

Für den Fall `userMode` = `elast` wird nach der Vorlast-Schleife die eigentliche elastokinematische Schleife gestartet. Auch hier werden die Zeitschritte von t_0 bis t_{end} in Intervallen von h durchlaufen. Als Besonderheit wird in jedem Schritt ein kinematischer *Vorschritt* eingeführt, um die rheonomen Kraftanteile korrekt zu erfassen (siehe Abbildung 3.16b):

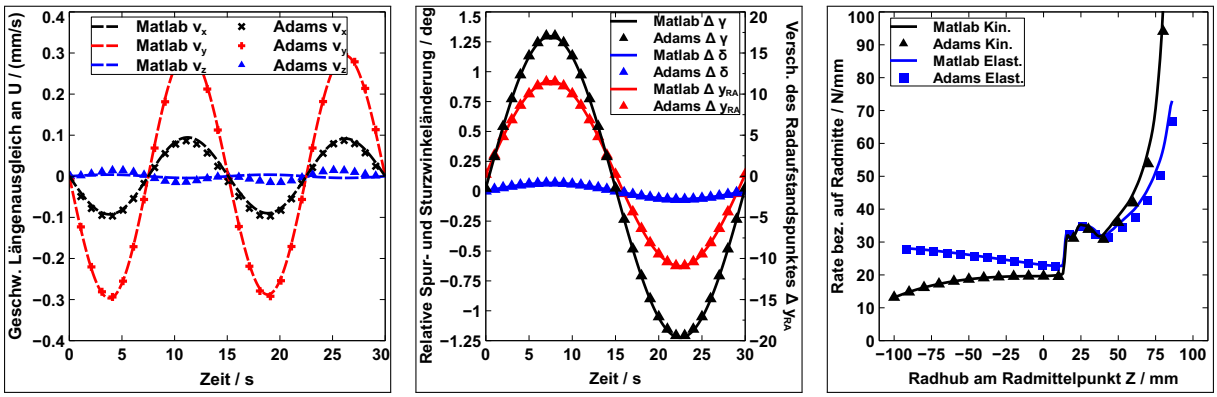
- **Schritt 1: Abruf der eingeprägten Größen** – Setzen von $\underline{\hat{f}}^e(t_i)$ und $\gamma^\ell(t_i)$.
- **Schritt 2: Kinematischer Vorschritt** – Kurze Zwischenschritte $\Delta t \ll h$ zur Bestimmung der Gelenkgeschwindigkeiten, Lagrange-Faktoren und Gelenkreaktionen bei t_i und $t_i + \Delta t$. Aus deren Differenz folgen die rheonomen Anteile.
- **Schritt 3: Lösen des Gesamtsystems** – Berechnen der Gelenkgeschwindigkeiten und Lagrange-Faktoren unter Einbeziehung der jetzt bekannten rheonomen Größen.

- **Schritt 4: Geschwindigkeit** – Bestimmung der Körpergeschwindigkeiten $\underline{\hat{v}}(t_i)$.
- **Schritt 5: Elastomer-Reaktionen** – Ermitteln der Reaktionsgradienten $\{\underline{f}'^{p}(t_i), \underline{f}'^{s}(t_i)\}$ inkl. rheonomer Terme.
- **Schritt 6: Zwischenspeichern** – Ablegen aller Größen in `history` für die spätere Auswertung.
- **Schritt 7: Neuer Zeitschritt und Update** – Erhöhung auf $t_{i+1} = t_i + h$ und Aktualisieren aller relevanten Systemvariablen.

Nach Abschluss des Solver-Algorithmus liegen die zeitabhängigen Geschwindigkeits- und Reaktionsgrößen als $history(t)$ vor und erlauben eine vollständige Auswertung der Kinematik bzw. Elastokinematik des Systems.

3.4.2. Validierung

Für die Validierung wurde der vorgestellte Algorithmus in Matlab implementiert und mit den Ergebnissen der kommerziellen Software MSC Adams verglichen.



(a) **(b)** **(c)**

Abbildung 3.17.: Ergebnisse der Solver Validierung anhand des MLTA-Modells **(a)** Längenausgleich bei wechselseitiger Radbewegung - Vergleich zwischen dem kinematischen Ersatzmodell (Matlab) und dem U-nachgiebigen Modell (Adams); **(b)** Spur-, Sturz- und Quernachgiebigkeit unter Querkrafteinwirkung an beiden Radaufstandspunkten; **(c)** Federrate bezogen auf den Radmittelpunkt bei parallelem Radhub für das kinematische und elastokinematische Modell.

Die Hardpoints basieren auf der Auslegung von Niessing [88], die im aktuellen Forschungsstand (Abschnitt 2.3) beschrieben wurde. Für die Validierung wurden die Gummilagerkonfigurationen (Tabelle 4.4) der initialen Auslegung aus Kapitel 4 genutzt. Zur Untersuchung des Einflusses der räumlichen Lagerorientierung wurden die U Lager – abweichend von Tabelle 4.4 – durch die Euler-Winkelkombination $(\varepsilon_z = 160°, \varepsilon_{x'} = 70°, \varepsilon_{z''} = 20°)$ ausgerichtet.

Im ersten Schritt wurde die Modellierung des Längenausgleichs überprüft. Ziel war es, das Längenausgleichsverhalten des überbestimmten Mechanismus möglichst präzise kinematisch abzubilden. Dazu wurde in Adams ein MLTA-Modell mit zwei Elastomerlagern an den Po-

sitionen Ul und Ur erstellt, während alle anderen Lagerstellen ideal kinematisch modelliert blieben. Im Matlab-Modell wurde keine Nachgiebigkeit berücksichtigt. Stattdessen kam das kinematische Ersatzmodell nach Abbildung 3.1 zum Einsatz, wobei die Ausrichtung der Kugelschubführungen gemäß Gleichung (3.1) definiert wurde.

Anschließend wurde ein wechselseitiger Radhub simuliert, indem an den Aufstandsplattformen ⑤ (links) und ⑪ (rechts) eine sinusförmige Bewegung mit einem Phasenversatz von 90° aufgeprägt wurde, wodurch eine wechselseitige Radbewegung erzeugt wurde.

Die Ergebnisse in Abbildung 3.17a bestätigen, dass die Längenausgleichsbewegung nicht nur in y-Richtung, sondern in allen Raumrichtungen auftritt. Zudem zeigt sich eine gute Übereinstimmung zwischen dem Adams-Modell und dem kinematischen Ersatzmodell. Demzufolge nähert das neue kinematische Ersatzmodell stärker an das reale Deformationsverhalten an.

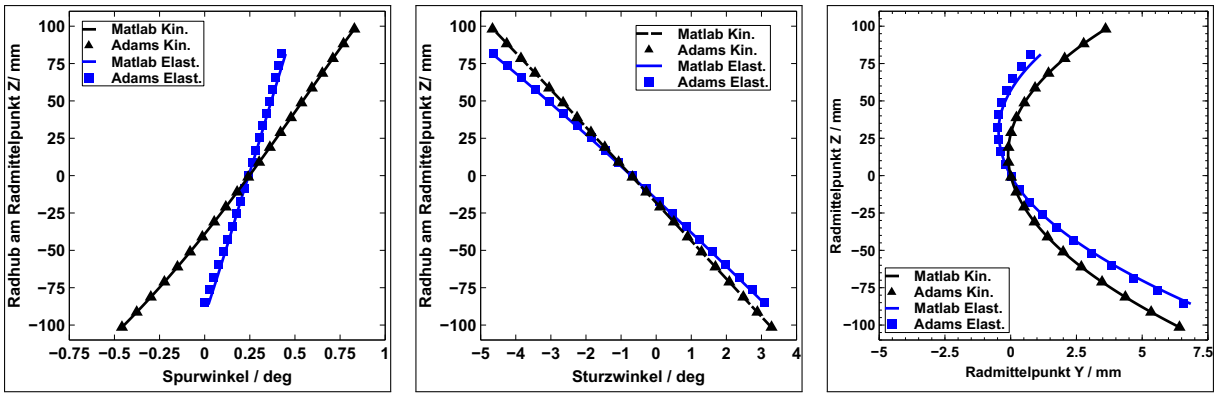
Abbildung 3.17b zeigt die relative Änderung des Sturzwinkels ($\Delta\gamma$), des Spurwinkels ($\Delta\delta$) und der lateralen Verschiebung des Radaufstandspunkts (Δy_{RA}) unter einer sinusförmig aufgebrachten Querkraft. Alle Gelenke wurden durch die entsprechenden Elastomerlager aus Tabelle 4.4 ersetzt. Die Ergebnisse zeigen eine gute Übereinstimmung zwischen Adams und Matlab.

Um die Auswirkungen der Aufbaufeder und des Bumpstops zu untersuchen, wurden diese ebenfalls ins Modell integriert und die radbezogene Federrate ausgewertet (s. Abbildung 3.17c). Die nicht lineare Bumpstop-Charakteristik der Serien-Verbundlenkerachse des Ford Fiesta wurde über eine Lookup-Tabelle in das Matlab-Tool eingebunden. Die Aufbaufederrate entspricht mit 20 N/mm ebenfalls der Serienauslegung. Zudem wurden die Nebenfederraten der Gummilager aus Tabelle 4.4 berücksichtigt.

Der schwarze Verlauf in Abbildung 3.17c zeigt die rein kinematische Berechnung ohne Einfluss von Nebenfederraten und Nachgiebigkeiten, während der blaue Verlauf die elastokinematische Berechnung unter Berücksichtigung dieser Effekte darstellt. Beide Verläufe zeigen eine hohe Übereinstimmung zwischen Adams und Matlab.

Zur Untersuchung und Validierung des Einflusses von Nachgiebigkeiten auf die Radhubkurven wurde ein wechselseitiger Radhub sowohl mit dem kinematischen als auch mit dem elastokinematischen Modell durchgeführt. Die Ergebnisse sind in Abbildung 3.18 dargestellt.

Der Vergleich der Kurven verdeutlicht einerseits den deutlichen Unterschied zwischen kinematischen und elastokinematischen Radhubverläufen, zeigt jedoch gleichzeitig eine sehr gute Übereinstimmung, besonders für den Sturzwinkelverlauf. Beim Spurwinkel und der Radtrajektorie treten ab etwa 40 mm Ein- bzw. Ausfederweg geringfügige Abweichungen zwischen den Matlab- und Adams-Berechnungen auf. Diese Unterschiede sind auf die hohe Steifigkeit des Bumpstops bei größeren Einfederungen zurückzuführen. Dadurch entstehen starke Kraftänderungen zwischen den Zeitschritten, was die Näherung nach Gleichung (3.44) zunehmend ungenau macht und zu wachsenden Abweichungen führt.



(a) **(b)** **(c)**

Abbildung 3.18.: Ergebnisse der Solver Validierung anhand des MLTA-Modells des Modells für einen wechselseitigen Radhub für die kinematische und elastokinematische Konfiguration: **(a)** Spurwinkelverlauf **(b)** Sturzwinkelverlauf **(c)** yz-Trajektorie des Radmittelpunktes.

Trotz dieser geringfügigen Abweichungen zeigt sich eine hohe Übereinstimmung zwischen den beiden Modellansätzen, sodass die elastokinematische Modellierung als valide betrachtet werden kann.

4. Auslegung und Entwurf des MLTA Prototyps

In diesem Kapitel wird die Auslegung und der Entwurf des MLTA-Prototyps beschrieben. Der Fokus liegt auf der Elastokinematik, während die kinematische Auslegung bereits in [88] beschrieben wurde und das in Tabelle 2.2 gezeigte Hardpoint-Set als Ausgangspunkt dient. Ziel ist die Entwicklung eines funktionsfähigen Achsprototyps, der für Fahrversuche geeignet ist und eine vergleichbare kinematische sowie elastokinematische Performance wie die Serienachse erreicht. Dabei wird besonderes Augenmerk auf die Festigkeit der einzelnen Achskomponenten gelegt, um den Prototyp auch für den realen Fahrversuch abzusichern.

Die Vorgehensweise orientiert sich am V-Modell (Abbildung 1.4) und beginnt mit einer Betrachtung auf Gesamtfahrzeugebene. Dabei wird ein erster MLTA-Entwurf in das Versuchsfahrzeug integriert und hinsichtlich des Bauraums mit der Serienachse verglichen. Anschließend wird ein virtueller Batterie-Dummy ausgelegt, um die Masseneigenschaften eines hypothetischen BEVs abzubilden.

Auf Grundlage dieser Ergebnisse findet ein iterativer Auslegungsprozess auf System und Komponentenebene statt. Mithilfe der neuen Masseneigenschaften werden die grundlegenden Fahrwerksparameter auf Systemebene wie Federraten und Rollraten festgelegt. Für die Auslegung der Elastomerlager werden die Nachgiebigkeiten unter verschiedenen KnC-Lastfällen analysiert und optimiert. Diese können später mit den realen Versuchsdaten abgeglichen werden. Für die Auslegung der Elastomerlager wird der in Kapitel 3 entwickelte Kinematik und Elastokinematik Solver verwendet. Die Auslegung der einzelnen MLTA-Strukturbauteile basiert auf verschiedenen Lastfällen, die ebenfalls aus den neuen Masseneigenschaften des hypothetischen BEVs abgeleitet werden. Die Designoptimierungen werden in CAD umgesetzt und die Festigkeit der Komponenten mittels FEM überprüft.

4.1. Batterieauslegung und Bauraumgewinn im Prototypenfahrzeug

Das Demonstrations- und Versuchsfahrzeug war ein Ford Fiesta der 8. Generation (B479, 2017–2023) mit Verbrennungsmotor. Für die nachfolgenden Untersuchungen wurden drei Fahrzeugvarianten definiert:

Variante A (VAR-A): Diese Variante entspricht dem Serienfahrzeug mit standardmäßiger Verbundlenkerhinterachse ohne Modifikationen.

Ein zentrales Ziel der MLTA besteht darin, den Bauraum für Batterien zu erweitern. Da das Prototypenfahrzeug einen Verbrennungsmotor hatte, wurden die Masseneigenschaften eines

hypothetischen Elektrofahrzeugs (BEVs) durch zusätzliche Massendummies als Batterieäquivalente simuliert.

Variante B (VAR-B): Um die Masseeinflüsse eines hypothetischen Batteriepakets abzubilden, kamen zwei Massendummies am Unterboden sowie ein weiterer Massendummy im Kofferraum zum Einsatz (siehe Abbildung 4.2). Darüber hinaus wurden die relevantesten Aggregate des Internal combustion engine vehicle (ICEV) (Verbrennungsmotor und Kraftstofftank) virtuell durch BEV-Aggregate (Elektromotor, Batterie und deren Managementsysteme) ersetzt.

Variante C (VAR-C): Bei dieser Variante wurde das Versuchsfahrzeug schließlich mit der MLTA ausgestattet. Die Masseneigenschaften zwischen VAR-B und VAR-C bleiben unverändert, was einen direkten Vergleich der objektiven (Abschnitt 6.2) und subjektiven Fahreigenschaften (Abschnitt 6.3) ermöglicht, ohne dass Masseeinflüsse eine Rolle spielen.

Bauraumgewinn der MLTA

Für den ersten Entwurf der Batterie wurde eine Batterie mit 8 Modulen und einem Netto-Energieinhalt von 27.2 kWh virtuell in das Computer-Aided-Design (CAD)-Modell der Ford Fiesta Karosserie integriert (Abbildung 4.1a). Bei Positionierung der Batterie wurden die umliegenden Fahrzeugstrukturen berücksichtigt. Daraus ergab sich, dass die Batterie zwischen dem Torsionsprofil der ursprünglich verbauten VLA (gelb) und dem vorderen Hilfsrahmen (orange) positioniert wurde (Abbildung 4.1a). Für eine realistische vertikale Positionierung der Batterie im Fahrzeugs wurde die Position durch die notwendige Bodenfreiheit beschränkt.

Um den Bauraumgewinn für die Batterie zu bewerten, wurde die Serienverbundlenkerachse (gelb) durch die neue MLTA (blau) ersetzt. Abbildung 4.1b zeigt, dass dies ermöglicht, die Batterie um drei Module zu erweitern, was zu einer Erhöhung des Energiespeichervermögens von 10.2 kWh führt.

Die Nutzung des Batterievolumens (volumetrische Energiedichte, Wh/L) wurde in den letzten Jahren durch fortschreitende Entwicklungen in der Batterieforschung stark verbessert [92, 93, 94]. Besonders das Cell-to-Pack-Design [95] und das Cell-to-Body-Design [96] finden zunehmend Anwendung. Daher wurde für die abschließende Auslegung und Bewertung das Gesamtvolumen des Batteriepakets berücksichtigt und nicht nur die Modulgröße. Der Vergleich des Batterie-Gesamtvolumens (hellblau) beider Größen in Abbildung 4.1 zeigt, dass das Batterievolumen durch die MLTA um 28 % von 232.5 L auf 297.6 L vergrößert werden kann.

Zum Zeitpunkt der Auslegung im Jahr 2019 galt der Opel Ampera E als State-of-the-Art mit einer volumetrischen Energiedichte von 194.6 Wh/L auf Pack-Level [97]. Unter der Annahme eines Energieverbrauchs von 15 kWh/100km und dem Volumenzuwachs von 65.1 L ergibt sich daraus ein Reichweitenvorteil für die MLTA von 84 km. Durch die gravimetrischen Energiedichte von 139.5 Wh/kg auf Pack-Level [97] resultiert daraus ein Batteriegewicht von 415 kg.

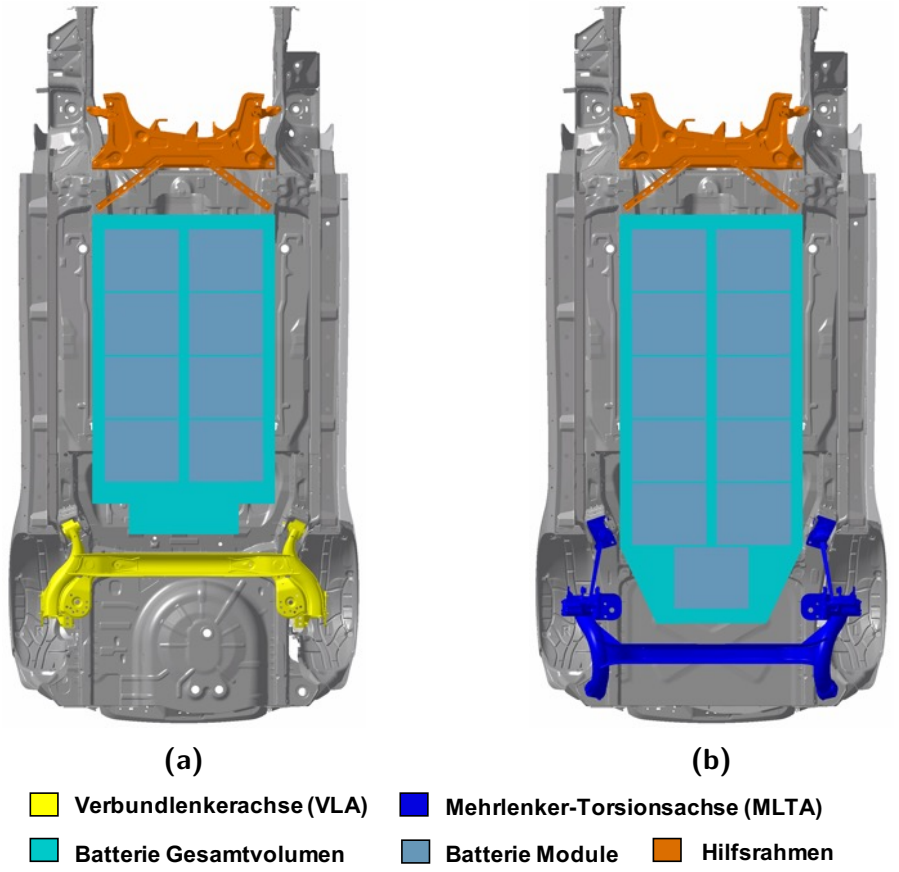


Abbildung 4.1.: Unterboden des Ford Fiesta Prototypenfahrzeugs im CAD: **(a)** Unterboden mit herkömmlicher VLA und Batterie mit 8 Modulen 27.2 kWh (hellblau), **(b)** Unterboden mit MLTA und 11 Batteriemodulen 37.4 kWh (hellblau), die Gesamtvolumenzunahme des entspricht +28 % (dunkelblau).

Auslegung der Massendummies für das Prototypenfahrzeug

Um den Einfluss der Batteriemasse von 415 kg im realen Prototypenfahrzeug abzubilden, wurden Massendummies ausgelegt und im späteren Verlauf am Fahrzeug angebracht. Da das Versuchsfahrzeug von einem Verbrennungsmotor angetrieben wurde, mussten bei der Auslegung der Massendummies die Massen von Verbrennungsmotor m_{ICE} und Kraftstofftank m_T abgezogen und die eines hypothetischen Elektromotors m_{EE} sowie des Batteriepakets m_{BP} berücksichtigt werden. Die Gesamtmasse m_{MD} der Massendummies ergibt sich daraus wie folgt:

$$m_{MD} = m_{BP} + m_{EE} - m_{ICE} - m_T \tag{4.1}$$

Nach Gleichung (4.1) folgt eine Gesamtmasse von 320 kg für den Massendummy. Zudem wurde die Position des neuen Schwerpunkts $\underline{G}$, bedingt durch das Batteriepaket, berechnet und berücksichtigt. Die Schwerpunktposition $\underline{G}_{MD}$ des Massendummys ergibt sich unter Berücksichtigung der einzelnen Komponenten wie folgt:

$$\underline{G}_{MD} = (m_{BP} \cdot \underline{G}_{BP} + m_{EE} \cdot \underline{G}_{EE} - m_{ICE} \cdot \underline{G}_{ICE} - m_{FT} \cdot \underline{G}_{FT}) \cdot \frac{1}{m_{MD}} \tag{4.2}$$

Da auch Fahrversuche geplant waren, wurde die Auswirkung der Batterie auf das Trägheitsmoment des Gesamtfahrzeugs bei der Auslegung berücksichtigt. Das Trägheitsmoment des Batteriepacks wurde unter der Annahme homogener Dichte bezogen auf dessen Schwerpunkt berechnet. Der Trägheitstensor $\mathbf{I}_{BP}$ ergibt sich aus der Trapezform der Batterie, wie in Abbildung 4.1b dargestellt.

Um das Trägheitsmoment auf den Gesamtschwerpunkt des Fahrzeugs zu beziehen, muss zusätzlich der Steiner-Anteil berücksichtigt werden, der sich aus dem Abstandsvektor $\underline{r}$ zwischen dem Schwerpunkt der Batterie und dem Gesamtschwerpunkt ergibt. Werden die Deviationsmomente vernachlässigt, ergibt sich das Trägheitsmoment $\mathbf{I}^*_{BP}$ der Batterie bezogen auf den Gesamtschwerpunkt des Fahrzeugs wie folgt:

$$\mathbf{I}^*_{BP} = \mathbf{I}_{BP} + m_{BP} \cdot \begin{pmatrix} r_y^2 + r_z^2 & 0 & 0 \\ 0 & r_x^2 + r_z^2 & 0 \\ 0 & 0 & r_x^2 + r_y^2 \end{pmatrix} \tag{4.3}$$

Die Massenträgheiten der anderen Komponenten werden ebenfalls nach Gleichung (4.3) bestimmt. Das erforderliche Trägheitsmoment des Massendummies resultiert schließlich unter Berücksichtigung dieser Komponenten, wie folgt:

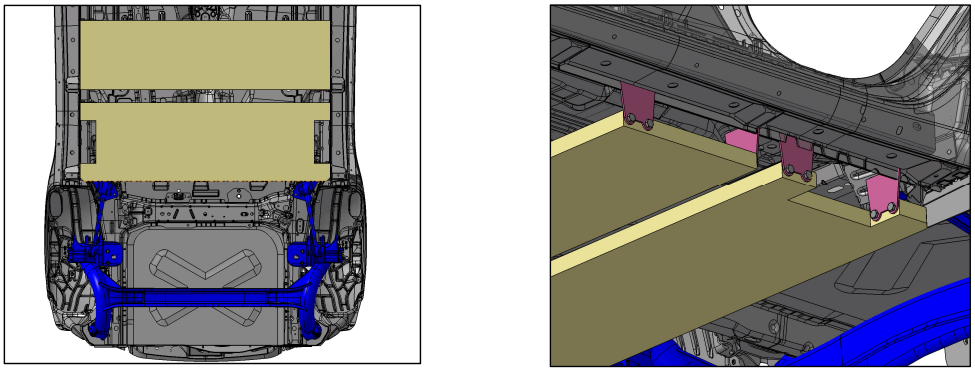
$$\mathbf{I}^*_{MD} = \mathbf{I}^*_{BP} + \mathbf{I}^*_{EE} - \mathbf{I}^*_{ICE} - \mathbf{I}^*_{T} \tag{4.4}$$

Der Ausgangspunkt der Auslegung war das Serienfahrzeug (VAR-A) im Leergewichtszustand (*Curb Weight*). Dieser Beladungszustand wurde gewählt, da die spätere KnC-Auswertung der Masseneigenschaften ebenfalls unter den gleichen Beladungsbedingungen durchgeführt wurde (siehe Abschnitt 6.1). Die Masseneigenschaften von VAR-A wurden mit einem von Ford bereitgestellten Mehrkörpersimulation (MKS)-Modell ermittelt und sind in Tabelle 4.1 zusammengefasst.

Ausgehend von der ausgelegten Batteriemasse von 415 kg und der Batterieposition nach Abbildung 4.1b ergeben sich die Masseneigenschaften des hypothetischen BEVs mit MLTA-Batterie wie in Tabelle 4.1 gezeigt.

Das Ziel war es nun diese Eigenschaften ebenfalls mit dem Massendummy auf Basis der Gleichungen (4.1) bis (4.4) zu abzubilden.

Dazu wurde der Massendummy in insgesamt drei Dummies aufgeteilt (s. Abbildung 4.2). Zwei Dummies befinden sich unter dem Fahrzeug und ein Dummy wurde oberhalb des Kofferraumbodens platziert (Abbildung 5.5b). Durch die Aufteilung in zwei Unterboden-Massendummies



(a) **(b)**

Abbildung 4.2.: Prototypenfahrzeug ausgestattet mit der MLTA im CAD: **(a)** Massendummy zur Darstellung der Masseneigenschaften des hypothetischen MLTA-BEVs; **(b)** Detailansicht der um 90° gedrehten Befestigungslaschen der Massendummies.

und durch die um 90° zueinander angeordneten Halterungen nach Abbildung 4.2b, konnte der Einfluss auf die Torsionssteifigkeit der Karosserie minimal gehalten werden.

Ein Zielkonflikt bestand zwischen der Schwerpunktposition in x-Richtung und dem Gierträgheitsmoment I_{zz}. Eine weiter nach hinten verlagerte Position der Massendummies würde zwar die gewünschte Gewichtsverteilung erreichen, jedoch das Gierträgheitsmoment nach Gleichung (4.3) zu stark erhöhen. Es musste daher ein Kompromiss zwischen der Schwerpunktposition und der Erhöhung des Gierträgheitsmoments eingegangen werden. Das Gleiche gilt für das Nickträgheitsmoment I_{yy}. Die geforderte Schwerpunkthöhe von 502 mm konnte durch die Positionierung des Massendummys auf Höhe des Kofferraumbodens erreicht werden, was jedoch dazu führte, dass das Rollträgheitsmoment I_{xx} geringfügig über den Zielwerten liegt. Die finalen Masseneigenschaften des ausgelegten Prototypenfahrzeugs (VAR-B/ VAR-C) im Leergewicht sind in Tabelle 4.1 dargestellt.

Tabelle 4.1.: Vergleich von Serienfahrzeug (VAR-A), Hypothetischem BEV-Fahrzeug mit MLTA Batterie und ausgelegten Prototypenfahrzeug mit Massendummies (VAR-B/VAR-C), Beladungszustand Leergewicht (Curb)

Parameter	Serien-fahrzeug (VAR-A)	Hypothetisches BEV mit MLTA Batterie	Ausgelegtes Prototypenfahrzeug mit Massendummies (VAR-B/VAR-C)
Gesamtmasse /kg	1171	1488	1488
Achslast Vorne /kg	714	768	796
Achslast Hinten /kg	457	719	692
Verteilung /%V/%H	61/39	51.6/48.4	53.5/46.5
Schwerpunkthöhe (Fahrbahn) /mm	588	502	502
Batterie/Massendummies /kg	-	415	320
Rollträgheitsmoment I_{xx} /kg m^2	4.48×10^8	5.06×10^9	5.11×10^8
Nickträgheitsmoment I_{yy} /kg m^2	1.61×10^9	1.70×10^9	1.95×10^9
Gierträgheitsmoment I_{zz} /kg m^2	1.70×10^9	1.83×10^9	1.88×10^9

Für die Auslegung wurden insgesamt vier verschiedene Beladungszustände nach [98] berücksichtigt:

- **Leergewicht (Curb Load):** Fahrzeug ohne Insassen oder zusätzliches Gepäck.

- **2 Insassen (2UP Load):** Fahrzeug mit Fahrer und Beifahrer, jeweils 68 kg.
- **Konstruktionsgewicht (Design Load):** Fahrzeug mit Fahrer, Beifahrer und einem Passagier in der Mitte der Rücksitzbank, jeweils 68 kg, plus 21 kg Gepäck.
- **Zulässiges Gesamtgewicht (GVWR Load):** Fahrzeug mit vier Insassen (Fahrer, Beifahrer, linker und rechter Fondpassagier), jeweils 68 kg, plus 254 kg Zusatzlast.

Daraus ergeben sich folgende Masseneigenschaften des Prototypenfahrzeugs für die einzelnen Beladungszustände:

Tabelle 4.2.: Ausgelegte Masseneigenschaften des Prototypenfahrzeugs in den verschiedenen Beladungszuständen

Eigenschaften	Beladungszustand			
	Curb Load	2UP Load	Design Load	Max GVWR
Gesamtmasse /kg	1488	1624	1713	2014
Achslast Vorne /kg	796	859	869	949
Achslast Hinten /kg	692	765	844	1064
Verteilung /%V/%H	53.5/46.5	52.9/47.1	50.7/49.3	47.1/52.9

4.2. Auslegung der Feder- und Bumpstop-Charakteristik

Ausgehend von der neuen Fahrzeugmasse aus Tabelle 4.2, konnten im nächsten Schritt die Feder- und Dämpferauslegung durchgeführt werden. Die detaillierte Auslegung wurde dabei aufgrund der Expertise von der Firma Ford durchgeführt. An dieser Stelle wird eine näherungsweise Auslegung der Aufbaufeder vorgestellt. Sie dient als Grundlage für die anschließende Entwicklung der Bumpstop-Charakteristik sowie des Torsionsprofils für die wechselseitige Federauslegung.

4.2.1. Federauslegung für den gleichseitigen Radhub

Annähernd lässt sich die Auslegung der Aufbaufeder aus der Forderung herleiten, dass die radbezogene Eigenfrequenz (engl. Ride-frequency) des mit dem Massendummies ausgestatteten Fahrzeugs (VAR-B und VAR-C) gleich zu der ursprünglichen Eigenfrequenz des Serienfahrzeugs (VAR-A) sein soll [13].

Im ersten Schritt wird dazu die auf den Radaufstandspunkt bezogene Aufbaufederrate $c_{RA,F}$ bestimmt, die sich aus der Rate der Aufbaufeder c_F und der Federübersetzung i_F ergibt. Sind die Federn bereits durch eine Last vorgespannt, müssen diese bereits eingeprägten Lasten durch einen zusätzlichen Anteil berücksichtigt werden. Nach Matschinsky können sie mit der aktuellen Federkraft F_F und der Änderungsrate der Federübersetzung bestimmt werden [17]. Daraus ergibt sich die radbezogene Aufbaufederrate wie folgt:

$$c_{RA,F} = c_F \cdot i_F^2 + F_F \left(\frac{di}{ds} \right) \tag{4.5}$$

Die Gesamtfederrate c_{RA} am Radaufstandspunkt ergibt sich aus der Parallelschaltung der auf den Radaufstandspunkt bezogenen Aufbaufederrate $c_{RA,F}$ und der am Radaufstandspunkt wirkenden Nebenfederrate c_B der Gummilager, die in Reihe mit der Reifenfederrate c_T geschaltet sind:

$$c_{RA} = \frac{(c_{RA,F} + c_B) \cdot c_T}{(c_{RA,F} + c_B) + c_T} \tag{4.6}$$

Die Ride-frequency ergibt sich aus der Gesamtfederrate und der Radlast m_{RA} abzüglich der ungefederten Massen m_U wie folgt:

$$f_{RA} = \sqrt{\frac{c_{RA}}{m_{RA}^*}} \cdot \frac{1}{2\pi} \quad \text{mit} \quad m_{RA}^* = m_{RA} - m_U \tag{4.7}$$

Die Daten für das Serienfahrzeug (VAR-A) wurden von Ford über ein Adams MKS-Modell bereitgestellt. An der Vorderachse beträgt die Rate der Aufbaufeder 23 N/mm und an der Hinterachse 19 N/mm. Mit den Nebenfederraten (c_B) von 2.46 N/mm vorne und 3.66 N/mm hinten, sowie der vertikalen Reifenfederrate (c_T) von 215 N/mm und der ungefederten Massen pro Rad von 34.8 kg in Designbeladung, ergibt sich nach den Gleichungen (4.5) bis (4.7) folgende Ride-frequency für VAR-A:

$$f_{RA,v} = \sqrt{\frac{23.17\,\mathrm{N/mm}}{349.13\,\mathrm{kg}}} \cdot \frac{1}{2\pi} = 1.30\,\mathrm{Hz} \quad \text{und} \quad f_{RA,h} = \sqrt{\frac{20.48\,\mathrm{N/mm}}{270.17\,\mathrm{kg}}} \cdot \frac{1}{2\pi} = 1.39\,\mathrm{Hz} \tag{4.8}$$

Wird Gleichung (4.6) nach $c_{RA,F}$ umgestellt und anschließend Gleichung (4.5) eingesetzt kann nach der gesuchten Aufbaufederrate c_F aufgelöst werden:

$$c_F = -\left(\frac{c_{RA} - c_T}{c_{RA} \cdot c_T} + c_{RA,B} + F_F \cdot \frac{ds}{di} \right) \cdot \frac{1}{i_F^2} \qquad \text{mit} \quad c_{RA} = (2\pi \cdot f_{RA})^2 \cdot m_{RA}^* \tag{4.9}$$

Für VAR-B führen die erhöhten Radlasten nach Tabelle 6.1 zu einer höheren gefederten Masse und entsprechend erhöhten Federkräften. Zudem ist die vertikale Reifensteifigkeit durch Erhöhung des Reifendrucks, aufgrund der höheren Radlasten, auf 250 N/mm angestiegen, während die restlichen Parameter unverändert bleiben, da dieselben Achsen verwendet wurden.

Nach Gleichung (4.9) ergibt sich für VAR-B eine erforderliche Federrate von 26 N/mm an der

Vorderachse und 30 N/mm an der Hinterachse. Die Auslegung von Ford kommt auf dieselben geforderten Federraten und wurden dementsprechend auch im Prototypenfahrzeug VAR-B verwendet.

Auslegung der Aufbaufeder für VAR-C

Zur Bestimmung der erforderlichen Aufbaufederrate für VAR-C wurde das in Kapitel 3 hergeleitet Modell genutzt. Gemäß Gleichung (4.9) müssen geforderte die Gesamtfederrate c_{RA}, die Nebenfederrate der Gummilager $c_{RA,B}$, die wirkende Federkraft F_F, die Federübersetzung i_F sowie deren Änderungsrate über den Radhub ermittelt werden.

Die geforderte auf den Radaufstandspunkt bezogene Gesamtfederrate c_{RA} für VAR-C ergibt sich gemäß Gleichung (4.9) aus der Radlast abzüglich der ungefederte Masse. Die Bestimmung der ungefederten Masse des MLTA-Prototyps erfolgte auf Basis der Massenangaben der finalen CAD-Konstruktion aus der Stückliste Abschnitt A.4 und der Radmasse von 22 kg. Dazu wurden die aus dem CAD-Modell bekannten Körperschwerpunkte in das kinematische MKS-Modell (Abbildung 3.1) übertragen und die jeweiligen Gewichtskräfte an diesen Punkten aufgebracht. Die resultierende Radaufstandskraft wurde anschließend mithilfe von Gleichung (3.29) bestimmt, woraus sich eine ungefederte Masse von etwa 39 kg pro Radseite ergibt.

Unter Berücksichtigung der Radlast aus (Tabelle 4.1) im Designbeladungszustand und der geforderten Eigenfrequenz von 1.39 Hz nach Gleichung (4.8) ergibt sich für VAR-C die folgende auf den Radaufstandspunkt bezogene Gesamtfederrate:

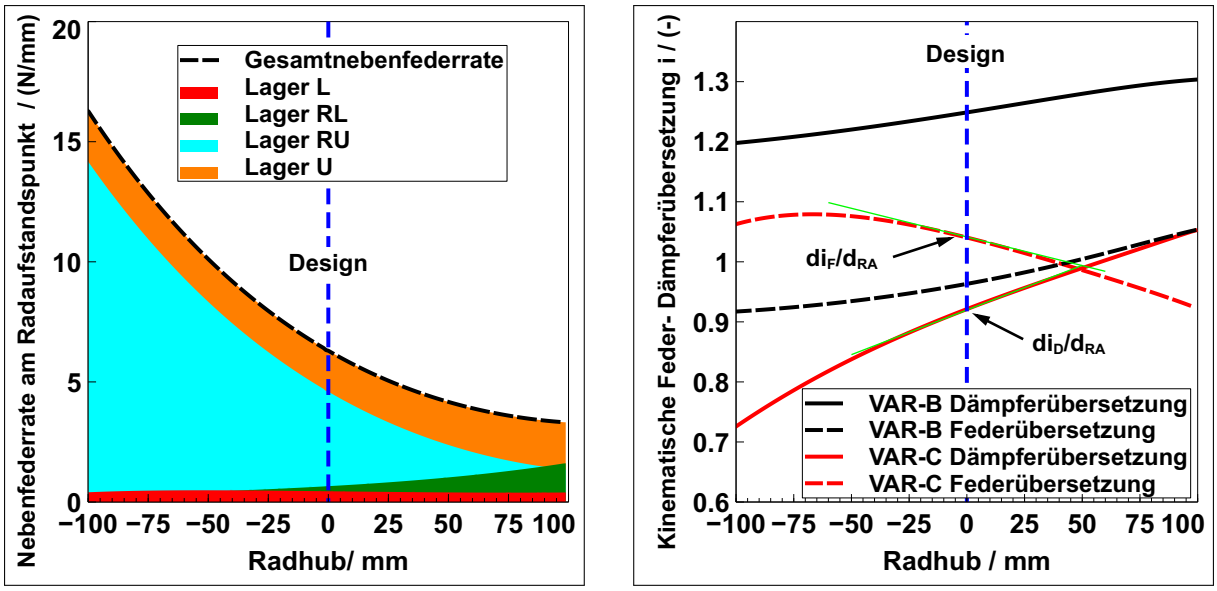
$$c_{RA} = (2\pi \cdot 1.39\,\mathrm{Hz})^2 \cdot (422\,\mathrm{kg} - 39\,\mathrm{kg}) = 29\,\mathrm{N/mm} \tag{4.10}$$

Zur Bestimmung der Nebenfederraten der MLTA wurden die final ausgelegten Gummilager mit den entsprechenden Torsionsraten aus Tabelle 4.7 in das MKS-Modell aus Abbildung 3.9 integriert und ausgewertet.

Abbildung 4.3a zeigt die Nebenfederraten der einzelnen Gummilager, die in Summe die Gesamtnebenfederrate am Radaufstandspunkt ergeben. Besonders signifikant ist das RU-Lager, das aufgrund seiner Übersetzung und der hohen axialen Torsionsrate von 5 Nm/° den größten Beitrag zur Nebenfederrate leistet und insbesondere bei der Ausfederung zu einem starken Ratenanstieg führt. Die Auswertung in Designlage ergibt eine Gesamtnebenfederrate am Radaufstandspunkt von 6.3 N/mm.

Aus Bauraumgründen mussten sowohl die Federposition als auch die Dämpferlage angepasst werden. Durch die veränderte Positionierung und die veränderte MLTA-Kinematik im Vergleich zum Serienfahrzeug ergeben sich neue Übersetzungsverhältnisse für Feder und Dämpfer.

Abbildung 4.3b zeigt die Feder- und Dämpferübersetzung der MLTA über den Radhub, die mithilfe des kinematischen Modells nach Abbildung 3.1 ermittelt wurden. Zum Vergleich sind



(a) **(b)**

Abbildung 4.3.: Gleichseitiger Radhub der MLTA: **(a)** kumulative Darstellung der einzelnen Nebenfederraten; **(b)** kinematische Feder- und Dämpferübersetzung von VAR-B und VAR-C im Vergleich sowie deren Änderungsraten um die Designlage.

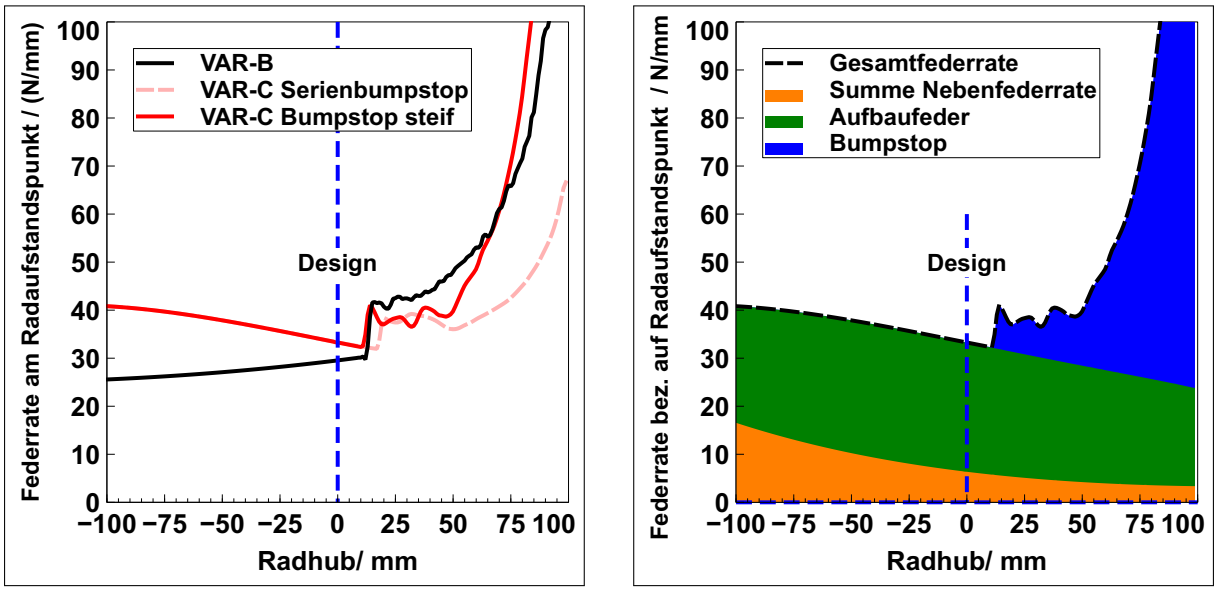
ebenfalls die kinematischen Übersetzungsverhältnisse der Serienverbundlenkerachse aus dem von Ford bereitgestellten Adams MKS-Modell dargestellt. Der Vergleich zeigt eine deutlich reduzierte Dämpferübersetzung der MLTA im Vergleich zur Serienachse. Im Gegensatz dazu liegt die Federübersetzung der MLTA in Designlage über den Werten der Serienachse. Zudem weist die MLTA eine starke Abhängigkeit der Übersetzungsverhältnisse vom Radhub auf, während die Übersetzungen der Serienachse mit zunehmender Einfederung nur geringfügig ansteigen. Dabei zeigt sich für die MLTA ein gegenläufiger Verlauf von Feder- und Dämpferübersetzung: Mit zunehmender Einfederung steigt die Dämpferübersetzung, während die Federübersetzung abnimmt.

Die Federübersetzung und ihre Änderungsrate lassen sich direkt aus Abbildung 4.3b ablesen. Die wirkende Federkraft F_F in Designlage kann anschließend mit der Federübersetzung und der Radlast m^*_{RA} berechnet werden, unter der Annahme, dass alle Gummilager in Designlage ohne Vorspannung verbaut sind. Daraus folgt nach Gleichung (4.9) für die Rate der Aufbaufeder von VAR-C:

$$c_F = -\left(\frac{29\,\mathrm{N/mm} - 250\,\mathrm{N/mm}}{29\,\mathrm{N/mm} \cdot 250\,\mathrm{N/mm}} + 6.3\,\mathrm{N/^\circ} + 3470\,\mathrm{N} \cdot -9.5 \times 10^4\right) \cdot \frac{1}{1.042^2} = 27.4\,\mathrm{N/mm} \tag{4.11}$$

Zum Vergleich: die von Ford durchgeführte Federauslegung ergab eine Federrate von 29.7 N/mm. Die näherungsweise Berechnung anhand der Eigenfrequenz zeigt somit eine plausible und akzeptable erste Näherung. Für den finalen Prototyp wurde letztlich eine Aufbaufeder mit einer Federrate von 30 N/mm verwendet.

Auslegung des Bumpstops für VAR-C



(a) **(b)**

Abbildung 4.4.: Federrate am Radaufstandspunkt für gleichseitigen Radhub **(a)** Vergleich zwischen VAR-B VAR-C mit Serienbumpstop (hellrot) und angepassten Bumpstop (rot); **(b)** kumulative Darstellung der Federrate von VAR-C.

Abbildung 4.4a zeigt die simulierte Federrate am Radaufstandspunkt im Vergleich zwischen VAR-B und VAR-C.

Der hellrote, gestrichelte Verlauf stellt die Federrate der VAR-C mit dem serienmäßigen Bumpstop der Ford Fiesta Verbundlenkerachse (B479) sowie der zuvor ausgelegten Aufbaufeder mit 30 N/mm dar, wie im oberen Textabschnitt und in Gleichung (4.11) beschrieben. Dabei zeigt sich ein flacherer Anstieg der Bumpstop-Rate sowie ein verzögerter Eingriffszeitpunkt, was auf die reduzierte Dämpferübersetzung der MLTA gemäß Abbildung 4.3b zurückzuführen ist.

Zur Kompensation dieses Effekts wurde ein neuer, deutlich steiferer Bumpstop aus dem Ford Explorer gewählt. Abbildung 4.5 zeigt den Vergleich zwischen dem Serienbumpstop und der neuen Variante. Der neue Bumpstop ist mit 90 mm deutlich kürzer als der Serienbumpstop mit 132 mm. Um den korrekten Eingriffszeitpunkt des kürzeren Bumpstops sicherzustellen, wurde ein zusätzlicher Spacer mit einer Höhe von 25 mm hinzugefügt (siehe Abbildung 4.5b).

Der rote Verlauf in Abbildung 4.4a zeigt, dass mit diesem neuen Bumpstop der Verlauf der Federrate von VAR-C eine deutlich bessere Übereinstimmung erreicht.

Abbildung 4.4b zeigt die einzelnen Beiträge zur Gesamtfederrate in einer kumulativen Darstellung. Besonders deutlich wird der Einfluss der Nebenfederrate der Gummilager, die bei Ausfederung stark ansteigt. Bei −100 mm beträgt ihr Anteil 16.5 N/mm bzw. 40.7 % an der Gesamtfederrate.

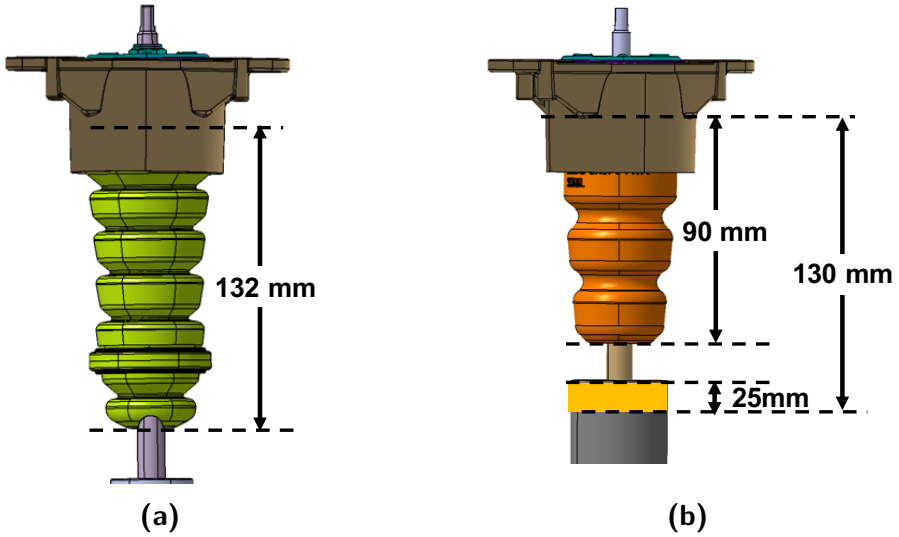


Abbildung 4.5.: Bumpstop der Serienverbundlenkerachse und der neu eingesetzte Bumpstop im Vergleich: **(a)** B479-Serienbumpstop; **(b)** Ford-Explorer Bumpstop für MLTA-Prototyp.

Federauslegung für den wechselseitigen Radhub

Aufbauend auf der gleichseitigen Federauslegung wurde die wechselseitige Federauslegung durchgeführt. Ziel war es, mit VAR-C eine Rollrate am Radaufstandspunkt zu erreichen, die in der Designlage möglichst der von VAR-B entspricht. Da die Aufbaufederrate, Nebenfederraten und der Bumpstop bereits festgelegt sind, bleibt als einzige freie Designgröße die Torsionssteifigkeit des TBE-Torsionsprofils.

Der Zusammenhang zwischen Radhub und Rollwinkel ergibt sich, wie in Abbildung 2.4 dargestellt, mithilfe von Gleichung (2.7). Das Rollmoment wird durch die Radlastdifferenz zwischen linkem und rechtem Rad sowie die Spurweite bestimmt.

Der Vergleich der Rollrate zwischen VAR-C und VAR-B ist in Abbildung 4.6a dargestellt. Die nahezu identischen Verläufe bestätigen eine gute Übereinstimmung. Die Torsionssteifigkeit des Torsionsprofils wurde iterativ bestimmt und beträgt nach Abschluss des Auslegungsprozesses 58 Nm/° (s.a. Tabelle 4.9).

In Abbildung 4.6b ist die kumulative Darstellung der Rollrate zu sehen, aus der ersichtlich wird, welche Komponenten welchen Einfluss auf die Gesamtrollrate haben. Besonders auffällig ist, dass der Anstieg der Nebenfederrate durch das RU-Lager nur einen geringen Einfluss auf die Gesamtrollrate hat.

4.3. Design und Auslegung der Elastomerlager

In der Praxis werden die elastokinematischen Eigenschaften des Fahrwerks meist auf Gesamtfahrzeugebene mithilfe eines KnC-Testrigs erfasst (siehe auch Abschnitt 6.1 und Abbildung 6.1). Hierbei werden die Kräfte und Radbewegungen, die während verschiedener Fahr-

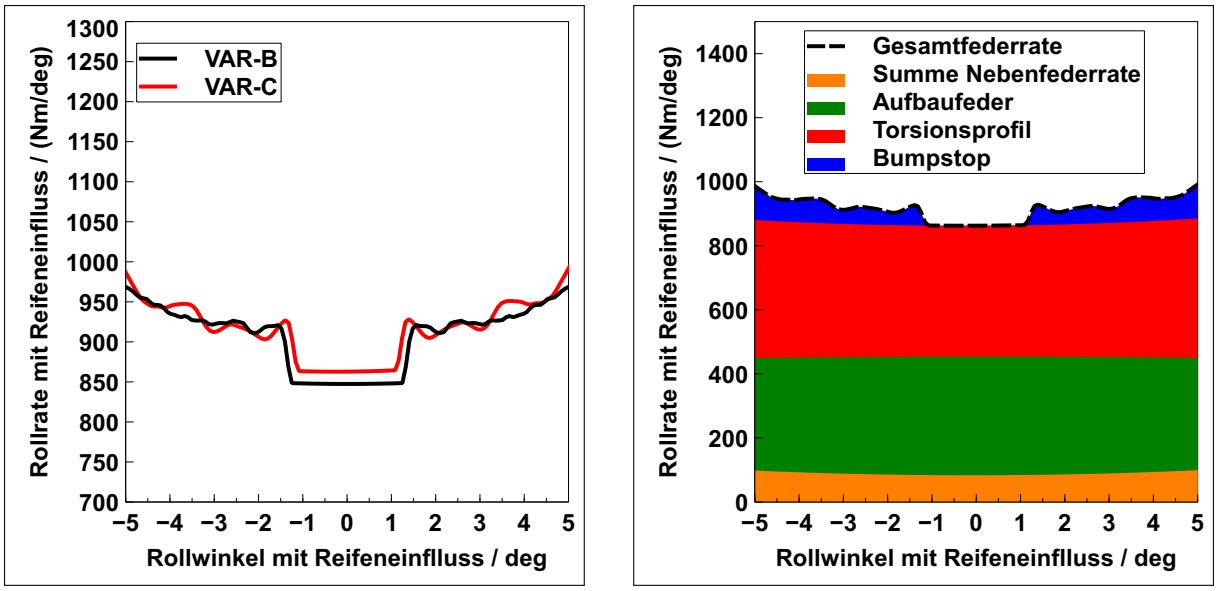


Abbildung 4.6.: Rollrate über den Rollwinkel: **(a)** Rollrate im Vergleich zwischen VAR-B und VAR-C; **(b)** kumulative Darstellung der einzelnen Anteile der Rollrate für VAR-C.

situationen auf das Fahrwerk wirken, nachgebildet. Die elastokinematischen Eigenschaften können auf diese Weise unter wiederholbaren und definierten Randbedingungen präzise erfasst werden. Im Grundsatz lassen sich die KnC Versuche in zwei Kategorien unterteilen. Zum einen werden Fahrzeugbewegungen (paralleles Ein- und Ausfedern und Fahrzeugrollen) auf den Aufbau aufgeprägt, um die elastokinematischen Radhubkurven und die wirkenden Lasten zu bestimmen. Zum anderen werden Kräfte auf das Fahrwerk aufgebracht, um die Nachgiebigkeiten unter verschiedenen Lastsituationen zu ermitteln.

4.3.1. Initiale Bestimmung der Nachgiebigkeiten

Für die Auslegung der Nachgiebigkeiten werden die folgenden drei typischen Lastfälle nach Abbildung 4.7a betrachtet. Der erste Lastfall, **Kurvenfahrt** (grün hervorgehoben), simuliert die Seitenkräfte, die während einer Kurvenfahrt auftreten. Dabei wird eine Querkraft in y-Richtung symmetrisch auf beide Radaufstandspunkte aufgeprägt, wobei der pneumatische Reifennachlauf durch einen Kraftversatz von 30 mm in x-Richtung berücksichtigt wird. Der zweite Lastfall, **Hindernisüberfahrt** (magenta hervorgehoben), beschreibt eine Längskraft, die symmetrisch an beiden Radmittelpunkten in entgegengesetzter Fahrtrichtung wirkt. Dieser Lastfall ermöglicht insbesondere eine Vorhersage des Komfortverhaltens der Hinterachse bei großamplitudigen Hindernissen [17]. Der dritte Lastfall, **Bremsen** (blau hervorgehoben), modelliert die Kräfte während eines Bremsvorgangs aus der Geradeausfahrt. Die Bremskräfte wirken symmetrisch an beiden Radaufstandspunkten, während die als geschlossen betrachtete Bremse ein zusätzliches Moment in y-Richtung auf den Radträger aufprägt.

Die Nachgiebigkeiten werden anhand der fünf charakteristischen Kennwerte aus Abschnitt 2.1.2

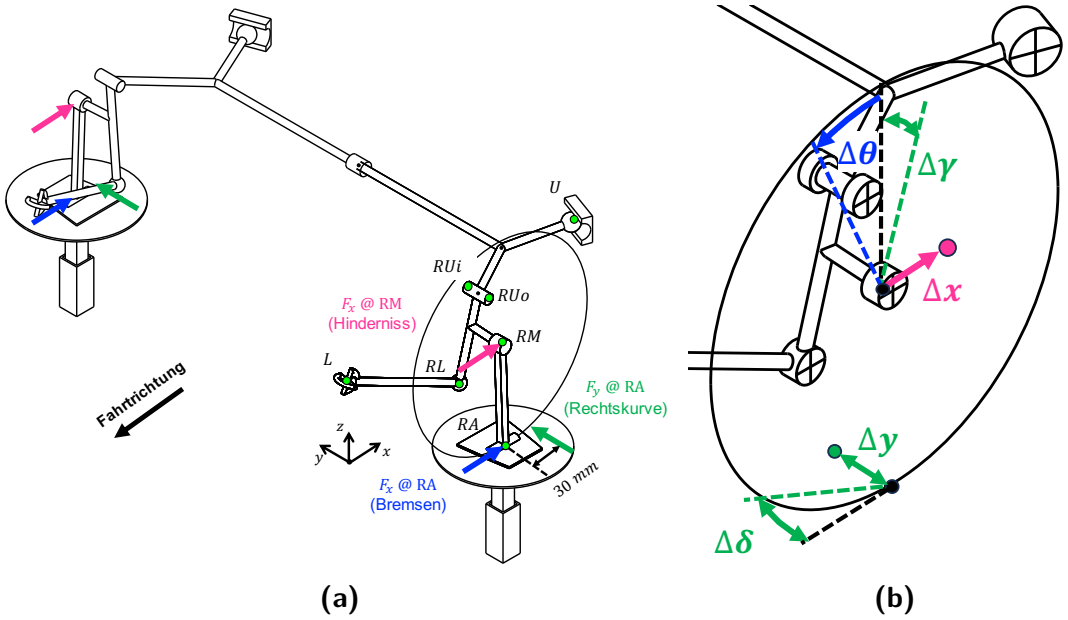


Abbildung 4.7.: (a) KnC-Lastfälle: (grün) Kurvenfahrt mit F_y am Radaufstandspunkt, (magenta) Hindernisüberfahrt mit F_x am Radmittelpunkt, (blau) Bremsen mit F_x am Radaufstandspunkt; **(b)** Zuordnung der Winkeländerungen und Verschiebungen: (grün) Spur- $\Delta\delta$, Sturz- $\Delta\gamma$, Querverschiebung Δy; (magenta) Längsverschiebung Δx; (blau) Aufziehwinkeländerung $\Delta\theta$; Berechnung gemäß Gleichungen (2.14) bis (2.16)

beschrieben. Abbildung 4.7b veranschaulicht die Verschiebung und die Winkeländerung des Rades, und die daraus abgeleiteten Kennwerte für die einzelnen Lastfälle. Die einzelnen Kennwerte wurden durch Linearisierung ermittelt, indem der Wert bei 1000 N und −1000 N berechnet und dann der Gradient basierend auf diesen Werten berechnet wurde. Die einzelnen Kennwerte können somit durch das Delta Δ nach Abbildung 4.7b und, wie in Gleichungen (2.14) bis (2.16) beschrieben, bestimmt werden. Tabelle 4.3 zeigt wie die einzelnen Kennwerte den Lastfällen zugeordnet sind:

Tabelle 4.3.: Lastfälle für die KnC-Untersuchung und die zugehörigen charakteristischen Werte: Spurnachgiebigkeit c_δ, Sturznachgiebigkeit c_γ, Aufziehnachgiebigkeit c_θ, Quernachgiebigkeit c_y, Längsnachgiebigkeit c_x.

Lastfall	Last	$\frac{c_\delta}{°/\mathrm{kN}}$	$\frac{c_\gamma}{°/\mathrm{kN}}$	$\frac{c_\theta}{°/\mathrm{kN}}$	$\frac{c_y}{\mathrm{mm}/\mathrm{kN}}$	$\frac{c_x}{\mathrm{mm}/\mathrm{kN}}$
Kurvenfahrt	F_y@WP	×	×		×	
Hindernisüberfahrt	F_x@WC					×
Bremsen	F_x@WP			×		

Eines der Ziele während der Entwicklung der MLTA war die spätere Integration des MLTA-Prototyps in ein Ford Fiesta Demonstrationsfahrzeug (siehe Kapitel 5). Für die weitere Analyse und Betrachtung wurde deshalb das in der Arbeit von Niessing [88] ermittelte Hardpoint-Set, das bereits die Anforderungen an Kinematik und Bauraum erfüllt, aus Tabelle 2.2 verwendet.

Reaktionskraftanalyse

Im ersten Schritt der Auslegung wurden die an den verschiedenen Gelenken auftretenden Kräfte für die entsprechenden Lastfälle mithilfe von Gleichung (3.40), basierend auf dem starren kinematischen Modell nach Abbildung 3.1 und den optimierten Hardpoints nach [88] aus Tabelle 2.2, bestimmt. Abbildung 4.8 zeigt die Ergebnisse der auftretenden Reaktionskräfte an den entsprechenden linken Gelenkpositionen für jeden Lastfall. Die Reaktionskräfte an den Gelenkpositionen werden relativ zur eingeleiteten Kraft an der linken Fahrzeugseite (s. Abbildung 4.7a dargestellt).

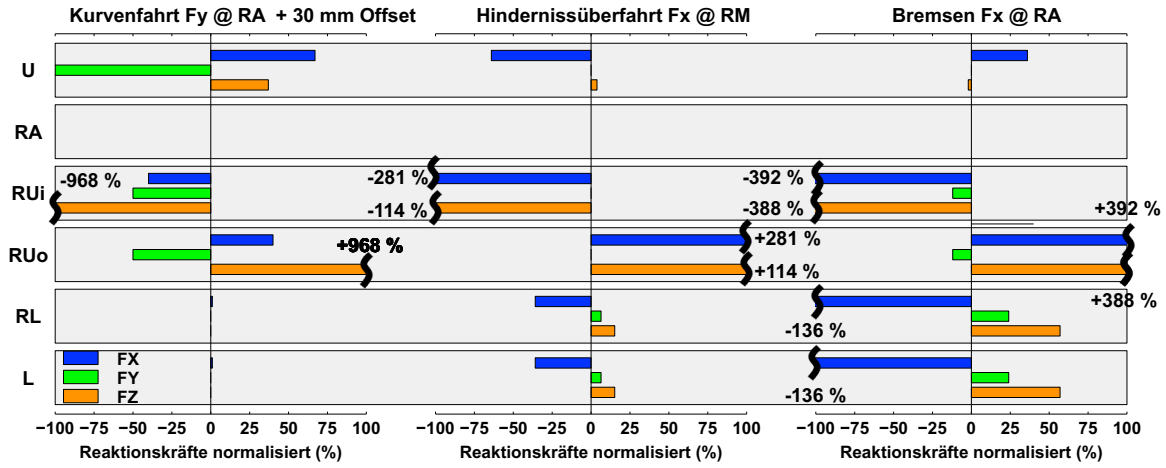


Abbildung 4.8.: Normalisierte Reaktionskräfte in x-, y- und z-Richtung entsprechend den drei verschiedenen Lastfällen aus Abbildung 4.7a, 100 % entsprechen der eingeleiteten Kraft für eine Seite.

Die Ergebnisse für den Lastfall Kurvenfahrt zeigen, dass nahezu die gesamte Querkraft mit $-100\,\%$ über die hintere Fahrwerksstruktur auf das U-Lager übertragen wird. Das Moment um die globale x-Achse am Drehgelenk RU führt zu hohen Abstützkräften von $\pm 986\,\%$ in z-Richtung an den virtuellen Punkten RUi und RUo. Das RU-Gelenk und das U-Lager nehmen somit den Großteil der Lasten bei Querkraft auf und sind entscheidend für die Nachgiebigkeit unter diesem Lastfall.

Beim Lastfall Hindernisüberfahrt werden 36 % der Längskraft in x-Richtung auf das L-Lager und 64 % auf das U-Lager übertragen. Auch hier zeigt das Drehgelenk RU hohe Momente, die zu erheblichen Reaktionskräften an den virtuellen Punkten RUi und RUo, insbesondere in x-Richtung, führen.

Der Lastfall Bremsen zeigt einen Vorzeichenwechsel der Reaktionskraft in x-Richtung am U-Lager im Vergleich zur Hindernisüberfahrt von einer negativen (Druckbelastung) zu einer positiven (Zugbelastung) Kraft, verursacht durch das Bremsmoment. Dies führt auch zu einer Erhöhung der Kraft am L-Lager auf $-136\,\%$ im Vergleich zum Lastfall Hindernisüberfahrt.

Zusammenfassend lässt sich aus der Reaktionskraftanalyse Folgendes ableiten:

- Das RU-Gelenk muss primär um die x-Achse hohe kardanische Momente aufnehmen,

was hohe radiale Steifigkeitsanforderungen an RUi und RUo sowie eine große Stützweite zwischen beiden erfordert.

- Das U-Lager überträgt fast alle seitlichen Kräfte auf die Karosseriestruktur, was ein hohes Optimierungspotential für den Lastfall Kurvenfahrt bietet.
- Die L- und RL-Lager übertragen hauptsächlich Längskräfte und beeinflussen daher maßgeblich die Längsnachgiebigkeit.

Nachgiebigkeitsanalyse

Die Elastomerlager-Eigenschaften für die MLTA werden durch die Steifigkeitswerte $k_1 - k_6$ und die lokale Steifigkeitsmatrix $\mathbf{K}'$ nach Gleichung (3.50) beschrieben. Die lokale Nachgiebigkeitsmatrix $\mathbf{C}'$ kann durch die Kehrwerte der entsprechenden Steifigkeitswerte gebildet werden. Tabelle 4.4 zeigt die verwendete Konfiguration der Elastomerlager für die initiale Analyse. Die räumliche Ausrichtung der Elastomerlager wird durch die Euler-Winkel (ε_z, $\varepsilon_{x'}$, $\varepsilon_{z''}$) nach der $z - x' - z''$-Konvention definiert und kann mit den Gleichungen (3.51) bis (3.52) beschrieben werden. Alle kinematischen Freiheitsgrade sind mit einem $\times$ markiert.

Tabelle 4.4.: Initiale Elastomereigenschaften der MLTA, die räumliche Ausrichtung der Lager wird durch die Eulerwinkel $\varepsilon_{x'}$, ε_z, $\varepsilon_{z''}$ beschrieben, kinematische Freiheitsgrade sind mit einem $\times$ markiert.

Gelenke	$\frac{k_1}{\mathrm{N/mm}}$	$\frac{k_2}{\mathrm{N/mm}}$	$\frac{k_3}{\mathrm{N/mm}}$	$\frac{k_4}{\mathrm{Nm/°}}$	$\frac{k_5}{\mathrm{Nm/°}}$	$\frac{k_6}{\mathrm{Nm/°}}$	$\frac{(\varepsilon_z,\varepsilon_{x'},\varepsilon_{z''})}{(°,°,°)}$
U	1725	475	270	2.8	8.1	3.8	(180, 90, 0)
RU	12×10^4	12×10^4	5000	3004	3004	5.0	(180, 90, 0)
RL	2×10^4	2×10^4	660	4.0	0.9	1.1	(0, 0, 0)
L	310	1730	175	5.75	5.75	0.9	(169.9, 90, 202.6)
RA	$\times$	$\times$	250	$\times$	$\times$	$\times$	(0, 0, 0)
RM	$\times$	$\times$	$\times$	2490	2490	$\times$	(180, 90, 0)
SC	$\times$	$\times$	$\times$	$\times$	$\times$	52.7	(180, 90, 0)

Als Ausgangspunkt wurden für das U-Lager die Steifigkeitseigenschaften der originalen Ford Fiesta Verbundlenkerachse verwendet. Für die L- und RL-Lager kamen Seriengummilager einer Mehrlenkerachse zum Einsatz. Das RL-Lager ist kinematisch als Kugelgelenk ausgelegt (Abbildung 3.1), weshalb hier eine Lagerbuchse eines Sturzlenkers mit hoher radialer Steifigkeit (k_1-k_2) gewählt wurde. An der Position L wurde ein nachgiebigeres Schwertlenkerlager mit geringen Steifigkeiten in den radialen Richtungen k_1 und k_2 eingesetzt, um eine gewünschte hohe Längsnachgiebigkeit c_x zu erzielen. Das L-Lager wurde mit den Euler-Winkeln (169.9°, 90°, 202.6°) so ausgerichtet, dass die weichste Richtung k_1 in Lenkerrichtung zeigt.

Das RU-Lager ist als Kombination zweier konzentrischer Lager an den Positionen RUi und RUo ausgelegt (Abbildung 4.9). Die Gesamtsteifigkeit des RU-Lagers ergibt sich wie folgt:

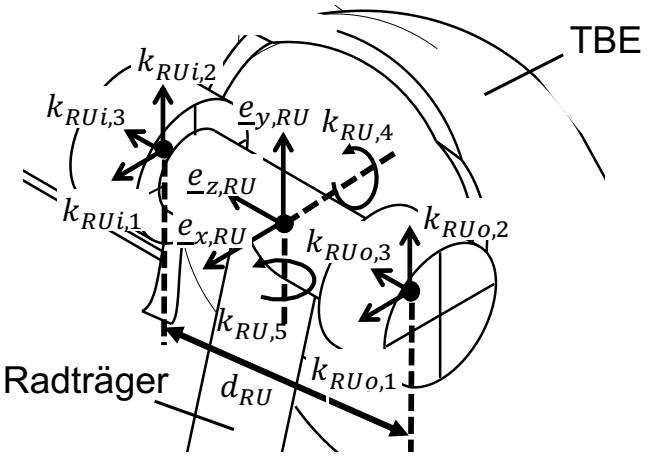


Abbildung 4.9.: Detailansicht des RU-Lager, das aus einer Kombination aus zwei konzentrischen Lagern an den Stellen RUi und RUo gebildet wird.

$$\mathbf{K}_{RU} = \begin{bmatrix} K_{t,RUi} + K_{t,RUo} & 0 \\ 0 & K_{r,RU} \end{bmatrix} \quad \text{mit} \quad K_{r,RU} = \frac{180^\circ}{\pi} \begin{bmatrix} \frac{2 \cdot k_{RUi,2}}{d_{RU}^2} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{2 \cdot k_{RUi,1}}{d_{RU}^2} & 0 \\ 0 & 0 & (k_{RUi,6} + k_{RUo,6}) \end{bmatrix} \tag{4.12}$$

Gleichung (4.12) setzt voraus, dass die Steifigkeit an RUi und RUo identisch ist. Die kardanischen Steifigkeiten $k_{RU,4}$ und $k_{RU,5}$ werden maßgeblich durch die Stützweite d_{RU} und die translatorischen Steifigkeiten $k_{RU,1}$ und $k_{RU,2}$ beeinflusst. Die torsionale Steifigkeit $k_{RU,6}$ ergibt sich aus der Summe der Steifigkeiten von RUi und RUo.

Abbildung 4.10 zeigt den Einfluss der einzelnen Lager und der TBE-Struktur auf die Gesamtnachgiebigkeit während der verschiedenen Lastfälle.

Die einzelnen Lagereinflüsse wurden wie folgt ermittelt: Zunächst wurden alle Nachgiebigkeiten der MLTA-Lager aus Tabelle 4.4 zu null gesetzt (starr). Anschließend wurde das interessierende Lager – etwa U, RU, RL usw. – basierend auf den Werten aus Tabelle 4.4 als nachgiebig definiert. Im Anschluss wurden mithilfe des Gleichungssystems (3.77) die Nachgiebigkeiten nach den Gleichungen (2.14) bis (2.16) sukzessive für jeden Lastfall nach Tabelle 4.3 bestimmt. Unter der Annahme eines Reihenschaltung-Verhaltens der Lagernachgiebigkeiten können anschließend alle Nachgiebigkeitseinflüsse zu einer Gesamtnachgiebigkeit (SUM) aufsummiert werden.

Sturznachgiebigkeit - Abbildung 4.10a: Wie in Abbildung 4.10a gezeigt, hängt die Sturznachgiebigkeit der MLTA hauptsächlich von den Lagern an den Stellen RU und RM ab, gefolgt vom TBE, U und RA. Die Gesamtnachgiebigkeit (SUM) überschreitet den Zielwert von $c_\gamma \leq 0.25^\circ$ um 0.09 °/kN, wenn das in Tabelle 4.4 gezeigte initiale Setup verwendet wird.

Spurnachgiebigkeit - Abbildung 4.10b: Im Gegensatz dazu zeigt Abbildung 4.10b, dass die

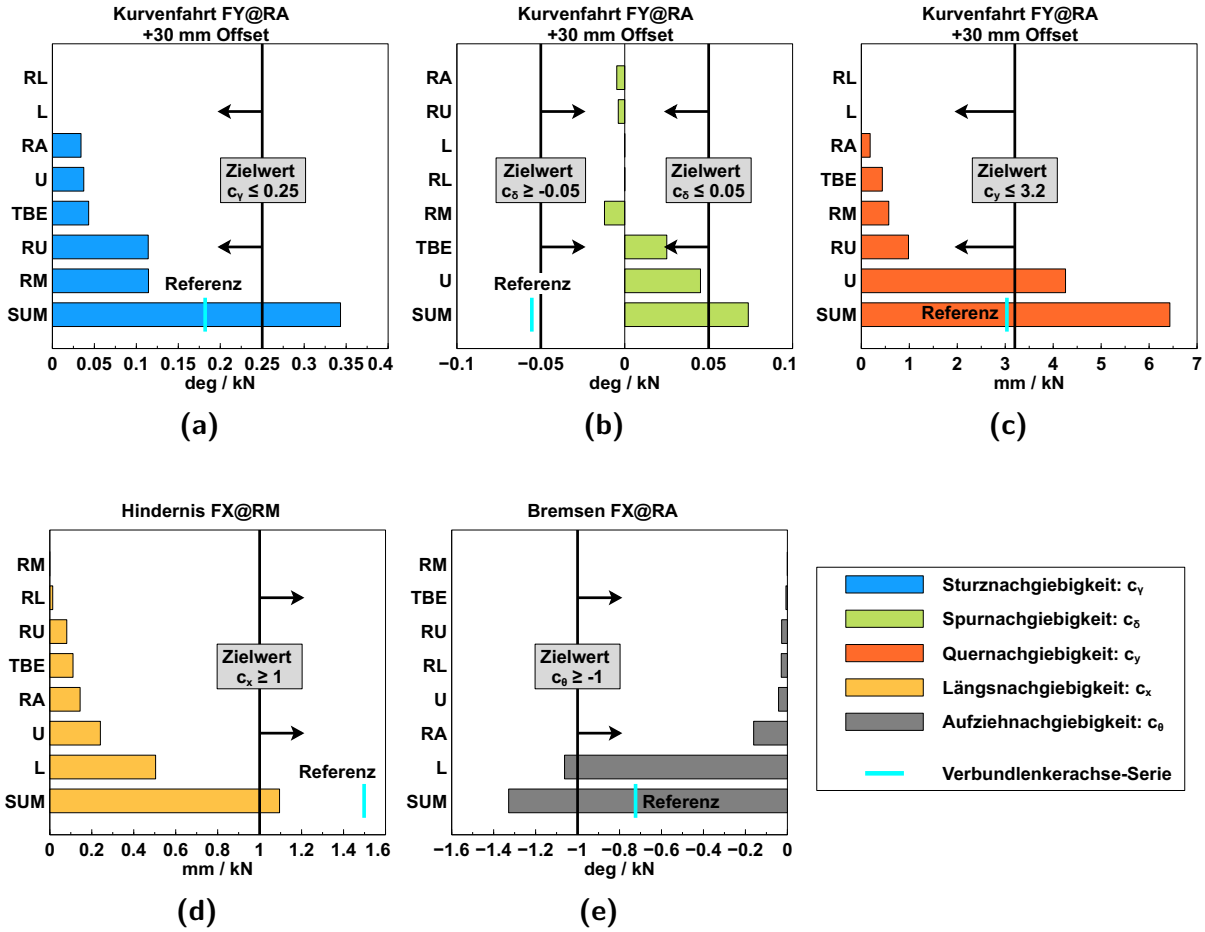


Abbildung 4.10.: Einfluss der Nachgiebigkeit jedes einzelnen Lagers mit dem initialen Setup aus Tabelle 4.4 auf die Gesamtnachgiebigkeit (SUM) der MLTA für **(a)** Sturznachgiebigkeit c_γ, **(b)** Spurnachgiebigkeit c_δ, **(c)** Quernachgiebigkeit c_y, **(d)** Längsnachgiebigkeit c_x, **(e)** Aufziehnachgiebigkeit c_θ; Zielwerte sind durch die schwarze vertikale Linie markiert; die Pfeile zeigen die Richtung der gewünschten Werte. Die hellblaue Linie stellt die KnC-Messergebnisse der konventionellen VLA des Ford Fiestas zur Vergleichszwecken dar.

Spurnachgiebigkeit hauptsächlich durch das U-Lager und die TBE-Struktur beeinflusst wird. Aufgrund der Einbaurichtung zeigt die MLTA ein „natürliches“ Vorspurverhalten, im Gegensatz zu einer herkömmlichen Verbundlenkerachse dargestellt durch die hellblaue Linie.

Quernachgiebigkeit - Abbildung 4.10c: Die Auswertung zeigt eine hohe Quernachgiebigkeit, die insbesondere durch das U-Lager verursacht wird. Dies liegt an der in Tabelle 4.4 angegebenen Ausrichtung, da die axiale weiche Richtung k_3 in y-Richtung verläuft (Abbildung 4.10c).

Längsnachgiebigkeit - Abbildung 4.10d: Die Längsnachgiebigkeit ist vor allem während der Hindernisüberfahrt von Bedeutung. Sie sollte hoch sein und über dem definierten Zielwert liegen, was mit dem initialen Setup aus Tabelle 4.4 erreicht wird (Abbildung 4.10d).

Aufziehnachgiebigkeit - Abbildung 4.10e: Bei Bremslasten sollte die Aufziehnachgiebigkeit c_θ unter dem festgelegten Zielwert bleiben (Abbildung 4.10e). Die Ergebnisse zeigen, dass sowohl die Längs- als auch die Aufziehnachgiebigkeit maßgeblich durch das L-Lager beeinflusst

werden, was zu einem Kompromiss zwischen Nachgiebigkeit und Steifigkeit dieses Lagers führt.

Die Ergebnisse aus Abbildung 4.10 zeigen, dass die Lager U, RU und das Radlager an Punkt RM entscheidend für die Quernachgiebigkeit sind, während die Lager L und RL hauptsächlich die Längs- und Aufziehnachgiebigkeit beeinflussen.

4.3.2. Auslegung und Optimierung der Elastomerlager

Im Folgenden wird das Design und die Optimierung der Lager RU und U durchgeführt. Die Lager L und RL stammen aus Serienkomponenten einer Mehrlenkerachse und blieben während des Design- und Optimierungsprozesses unverändert.

Design des RU-Lagers

Das RU-Lager muss die höchstmögliche axiale k_3 und kardanische Steifigkeit (k_4, k_5) aufweisen, um den Einfluss auf die Sturz- und Quernachgiebigkeit von RU, wie in Abbildungen 4.10a und 4.10c gezeigt, zu reduzieren. Wie aus Gleichung (4.12) hervorgeht, werden die kardanischen Steifigkeiten wesentlich durch die Stützweite (d_{RU}) und die translatorischen Steifigkeiten (k_1, k_2) bestimmt, weshalb alle genannten Parameter möglichst groß gewählt werden sollten. Gleichzeitig sollte die Torsionssteifigkeit k_6 so gering wie möglich sein, um die durch das Gelenk verursachte Nebenfederrate zu minimieren. Abbildung 4.11a zeigt, dass der Bauraum auf der einen Seite durch die Karosseriestruktur (BIW) und auf der anderen Seite durch die Position der Bremsscheibe begrenzt ist.

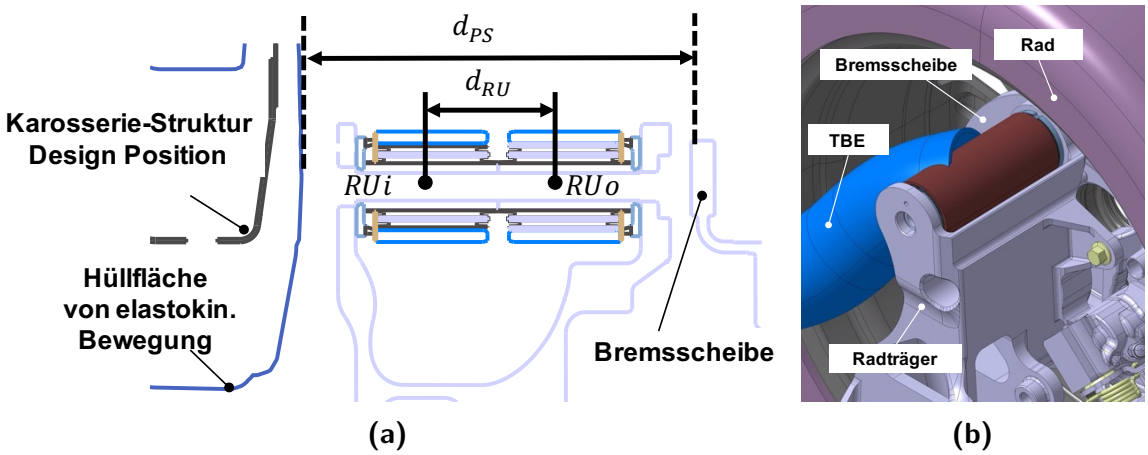


Abbildung 4.11.: Integration des RU-Lagers in den vorgegebenen Bauraum des Prototypenfahrzeugs, **(a)** Querschnitt des integrierten RU-Lagers, **(b)** 3D-Ansicht des RU-Lagers in der Einbauposition im CAD.

Aufgrund der relativen Radhubbewegung zwischen dem RU-Lager und der Karosserie wird der verfügbare Bauraum weiter auf die Hüllfläche (Karosseriestruktur + elastokinematische Bewegung) reduziert. Diese wurde mit dem FE-Modell aus Abbildung 4.18b erzeugt.

Nach Gleichung (4.12) wirkt sich der Stützabstand d_{RU} quadratisch auf die kardanischen

Steifigkeiten k_4 und k_5 aus. Dieser Abstand wird jedoch durch den Bauraum d_{RU} in y-Richtung begrenzt. Um den möglichst größten Bauraum in y-Richtung zu gewährleisten, wurde das Lager in die Felge integriert (Abbildung 4.11b).

Um die axiale Steifigkeit k_3 zu erhöhen und die Reibung in Richtung von k_6 zu reduzieren, wurde für das RU-Lager ein spezieller Aufbau gewählt (Abbildung 4.12). Dazu wurde ein axialer Anschlag in Kombination mit einem Teflonring vorgesehen, um die axiale Steifigkeit gezielt zu steigern. Gleichzeitig reduziert der Teflonring die Reibung in Richtung von k_6. Als Zielwert für k_6 wurde ein Wert von 5 Nm/° festgelegt. Durch die Bauraumvorgaben und das Lagerdesign konnte letztlich ein Stützabstand von $d_{RU} = 67\,\mathrm{mm}$ realisiert werden.

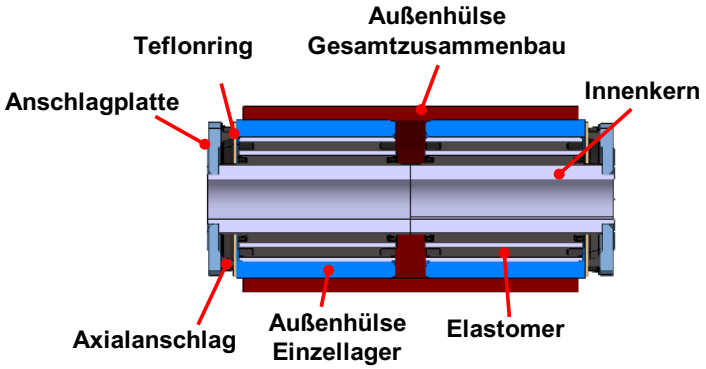


Abbildung 4.12.: Aufbau des RU-Lagers in Schnittansicht.

Dieser Abstand ist kleiner als der anfängliche Wert von 75 mm aus Tabelle 2.3, der nach Gleichung (4.12) zu einer kardanische Steifigkeit von 3004 Nm/° führt.

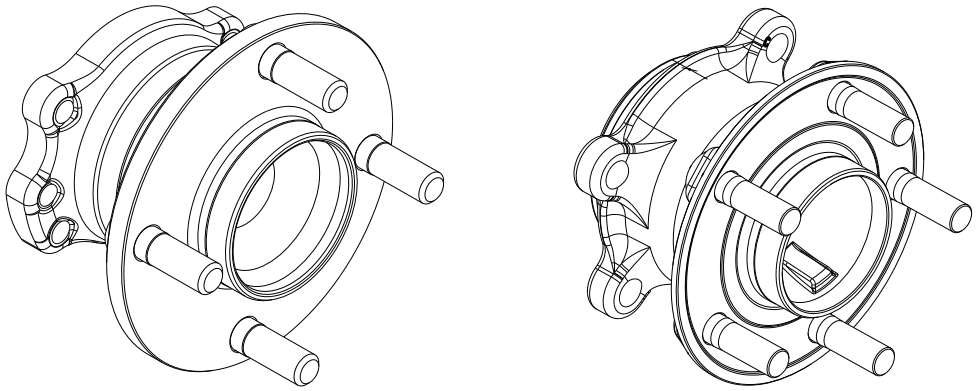
Aus der notwendigen Reduzierung der Stützweite d_{RU} resultiert somit eine Verringerung der kardanischen Steifigkeit um 22 % auf 2350 Nm/°.

Auswahl eines steiferen Radlagers

Die initiale Analyse der Nachgiebigkeiten aus Abbildung 4.10 zeigt, dass das Radlager am Punkt RM einen entscheidenden Einfluss auf die Sturznachgiebigkeit (Abbildung 4.10a) und die Spurnachgiebigkeit (Abbildung 4.10b) hat.

Das Serien-Radlager der Verbundlenkerachse aus Abbildung 4.13a weist eine Steifigkeit von 2490 Nm/° auf. Es liegt damit auf einem ähnlichen Steifigkeitsniveau wie das RU-Lager in der finalen Auslegung.

Um den hohen Steifigkeitsanforderungen am Radmittelpunkt RM gerecht zu werden, wurde das originale Radlager durch eine +93 % steifere Version aus dem Ford Kuga mit einer Steifigkeit von 4805 Nm/° ersetzt. Das final eingesetzt Radlager ist in Abbildung 4.13b dargestellt.



(a) **(b)**

Abbildung 4.13.: (a) Radlager der Serien-Verbundlenkerachse des Ford Fiesta mit einer Steifigkeit von 2490 Nm/°, **(b)** Im Prototyp eingesetztes Radlager des Ford Kuga mit einer gesteigerten Steifigkeit 4805 Nm/°.

Optimierung des U-Lagers

Die Optimierung des U-Lagers stellt eine Mehrzieloptimierung dar. Ziel der Optimierung ist es, die Sturz- und Quernachgiebigkeit zu minimieren, während gleichzeitig der definierte Zielbereich aus Abbildung 4.10b für die Spurnachgiebigkeit erreicht wird. Wie in Abbildungen 4.10d und 4.10e zu sehen ist, hat das U-Lager nur einen geringen Einfluss auf c_x und c_θ. Daher wurden die Lastfälle Hindernisüberfahrt und Bremsen während der Optimierung nicht betrachtet. Als Designparameter wurden die translatorischen Steifigkeiten k_1, k_2 und k_3 sowie die räumliche Ausrichtung, charakterisiert durch die Euler-Winkel ε_z, $\varepsilon_{x'}$ und $\varepsilon_{z''}$, festgelegt.

Insgesamt ergibt sich daraus ein sechsdimensionales Optimierungsproblem mit drei Optimierungszielen. Ein gängiges Verfahren zur Lösung dieses Problems ist die Pareto-Optimierung, bei der die Pareto-Menge oder auch Pareto-Front gesucht wird. Die Pareto-Front umfasst die Menge aller Pareto-Optimalen oder nicht-dominanten Lösungen. Diese Lösungen zeichnen sich dadurch aus, dass eine Verbesserung in einem Ziel nur auf Kosten der Verschlechterung in einem anderen Ziel möglich ist [99].

Die Optimierung wurde mit dem Pareto-Suchalgorithmus (`paretosearch`) aus der MATLAB® Global Optimization Toolbox durchgeführt [100]. Der Algorithmus sucht nach einem Satz nicht-dominanter Lösungen, die zur Pareto-Front gehören.

Um die Randbedingungen für die räumliche Ausrichtung von U zu bestimmen, wird der dreidimensionale Designraum für die Euler-Winkel in Abbildungen 4.14a bis 4.14c betrachtet. Dazu wurde die Sturznachgiebigkeit für alle Euler-Winkel-Kombinationen mit den in Tabelle 4.4 definierten Steifigkeitswerten unter Verwendung des Solvers aus Kapitel 3 berechnet. Die farbigen Flächen zeigen Schnitte durch das erzeugte Ergebnis-Datenvolumen.

Mithilfe der farbigen Flächen kann gezeigt werden, dass der Parameterraum aufgrund der Symmetrie des Lagers in acht identische Volumenquader unterteilt werden kann. Der Designraum für mögliche Euler-Winkel-Kombinationen bei 1-Grad-Schritten, der ursprünglich ($360^3 \approx 46{,}6$

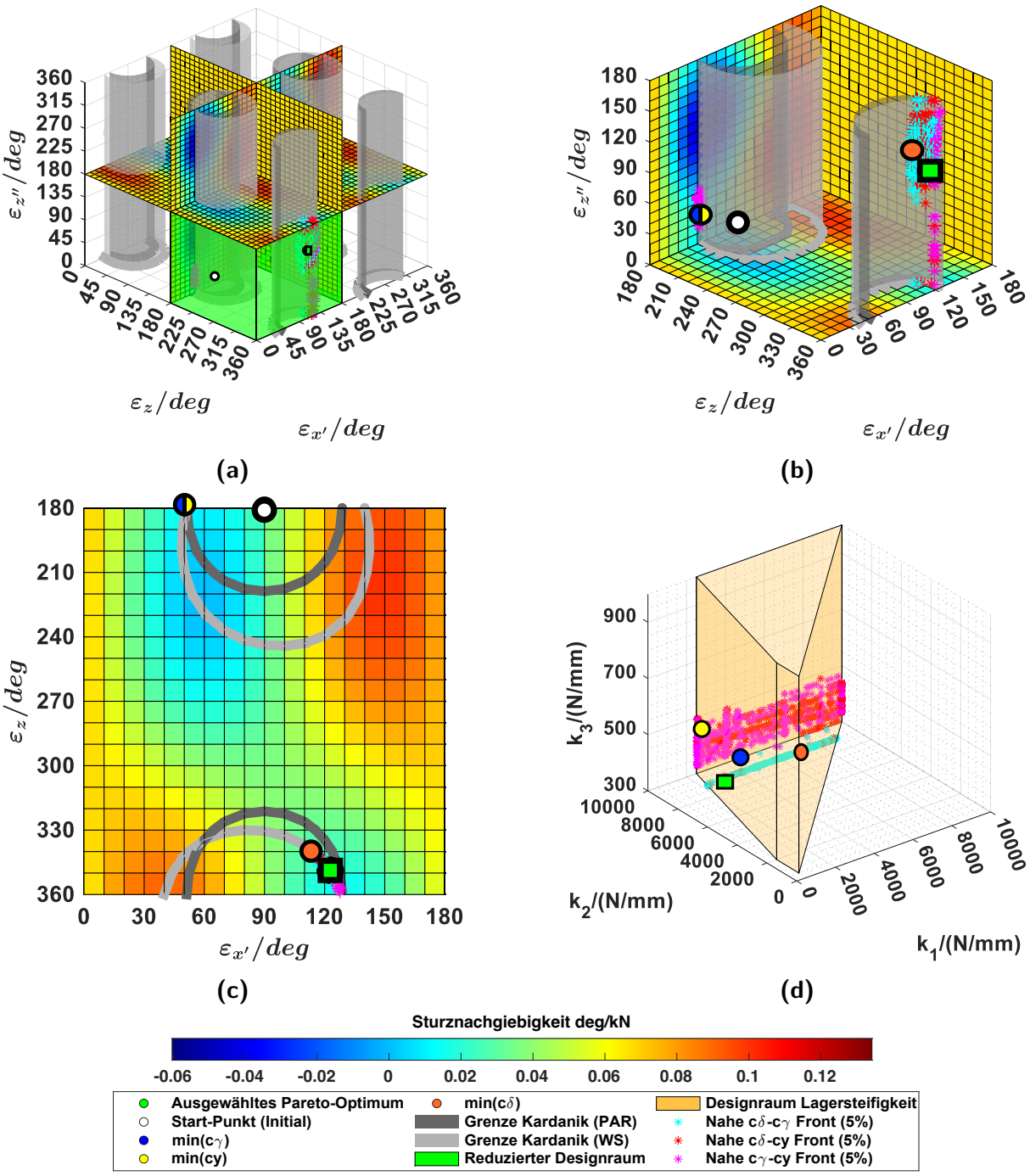


Abbildung 4.14.: U-Lager Designraum für Euler-Winkel und Steifigkeiten: **(a)** gesamter Designraum mit kardanischen Grenzen, grüne Volumenquader stellt den reduzierten Designraum dar; **(b)** reduzierter Designraum mit kardanischen Grenzen und Ergebnispunkten der Pareto-Optimierung; **(c)** 2-Dim Ansicht des Designraums für die Euler-Winkel $\varepsilon_{x'}$ und ε_z; **(d)** Designraum für mögliche Lagersteifigkeiten k_1-k_3

Mio.) Kombinationen umfasste, kann so auf ≈ 5,8 Mio. Kombinationen reduziert werden (grünes Volumen in Abbildung 4.14a), was einer Reduktion um 87.5 % entspricht. Der reduzierte Designraum in Abbildung 4.14b wird somit durch die folgenden Grenzen für die Euler-Winkel definiert:

$$180° \leq \varepsilon_z \leq 360°, \quad 0° \leq \varepsilon_{x'} \leq 180°, \quad 0° \leq \varepsilon_{z''} \leq 180° \tag{4.13}$$

Zusätzlich wird der Designraum für die Euler-Winkel durch die kardanischen Winkel, die während des parallelen und des wechselseitigen Radhubs am U-Lager auftreten, weiter eingeschränkt. Die Rotation des Lagers im lokalen gedrehten Koordinatensystem ($\mathcal{K}'_j$) des Lagers kann mit der folgenden Transformation berechnet werden:

$$\underline{\varphi}'_U = \mathbf{R} \cdot \underline{\varphi}_U \tag{4.14}$$

Die Drehmatrix $\mathbf{R}$ bestimmt sich nach Gleichung (3.51). Die Rotationen $\underline{\varphi}_U$ des Lagers im globalen Koordinatensystem sind unabhängig von den Euler-Winkeln und können direkt mithilfe des kinematischen Ersatzmodells und dem Solver bestimmt werden.

Bei einer angenommenen Radhubbewegung von $\pm$80 mm am Radmittelpunkt folgt für den parallelen Radhub: $\underline{\varphi}_{U,par} = [0°, 12°, 0°]^T$ und für den wechselseitigen Radhub $\underline{\varphi}_{U,ws} = [-3.0°, 9.8°, -0.98°]$.

Zur Sicherstellung einer ausreichenden Lebensdauer des Gummilagermaterials sollte der kardanische Winkel $\varphi'_{U,kar}$ einen definierten Grenzwert nicht überschreiten [13, 101]. In dieser Betrachtung wird er als Erfahrungswert auf $\leq$7.5° begrenzt und aus den einzelnen Komponenten von $\underline{\varphi}'_U$ wie folgt berechnet:

$$\varphi'_{U,kar} = \sqrt{\varphi'^2_{U,x} + \varphi'^2_{U,y}} \leq 7.5° \tag{4.15}$$

Die dunkelgrauen zylindrischen Flächen in Abbildung 4.14c stellen die äußeren kardanischen Grenzen für den parallelen Radhub dar, während die hellgrauen zylindrischen Flächen die äußeren kardanischen Grenzen für den wechselseitigen Radhub repräsentieren. Der mögliche Designraum für die Euler-Winkel wird letztlich durch das Schnittvolumen, das von beiden Grenzen eingeschlossen wird, bestimmt.

Die radiale Steifigkeit k_1 und k_2 wurde in einem Bereich von 500 N/mm bis 10 000 N/mm begrenzt. Die radiale Steifigkeit k_1 wurde als die weichere Richtung durch das Steifigkeitsverhältnis $k_2/k_1 \geq 1$ definiert. Aufgrund der Rotationssymmetrie ist dies äquivalent zu einer Konfiguration, bei der k_2 die nachgiebigere Richtung darstellt, aber das Lager um 90° in axialer Richtung gedreht ist.

Konstruktiv werden die Steifigkeitsunterschiede für k_1 im Vergleich zu k_2 später durch eine Aussparung im Elastomer in der nachgiebigeren Richtung in Kombination mit einem Metallring-Inlay realisiert (s. Abbildung 4.16b). Um realistische Designparameter zu erhalten, war die Empfehlung des Lagerherstellers, das radiale Steifigkeitsverhältnis auf $k_2/k_1 \leq 4$ und das axiale Verhältnis auf $k_2/k_3 \leq 30$ zu begrenzen. Die axiale Steifigkeit wurde auf einen Bereich

von 300 N/mm bis 1000 N/mm festgelegt. Abbildung 4.14d zeigt den daraus resultierenden Designraum für die Steifigkeiten des U-Lagers.

Die Zielwerte für die Optimierung des U-Lagers basieren auf den Ergebnissen der initialen Einflussanalyse (Abbildungen 4.10a bis 4.10c), dem steiferen Radlager (Abbildung 4.13b) und dem finalen RU-Lagerdesign (Abbildung 4.12). Die weiteren Einflussfaktoren c_{TBE}, c_{RA}, c_L und c_{RL} bleiben unverändert. Daraus ergeben sich die Zielwerte wie folgt:

$$c_{U,Target} = c_{SUM,Target} - (c_{SUM,init} - c_{RU,init} - c_{U,init} - c_{RM,init} + c_{RU,new} + c_{RM,stiff}) \quad (4.16)$$

Tabelle 4.5 zeigt zusammenfassend die Randbedingungen und die Zielwerte, die für die Pareto-Optimierung definiert wurden.

Tabelle 4.5.: Randbedingungen und Zielwerte für die Pareto-Optimierung des U-Lagers

Randbedingungen der Designparameter	untere Grenze	obere Grenze
Euler-Winkel ε_z	$180°$	$360°$
Euler-Winkel $\varepsilon_{x'}$	$0°$	$180°$
Euler-Winkel $\varepsilon_{z''}$	$0°$	$180°$
U Steifigkeit k_1	$500\,\mathrm{N/mm}$	$10\,000\,\mathrm{N/mm}$
U Steifigkeit k_2	$500\,\mathrm{N/mm}$	$10\,000\,\mathrm{N/mm}$
U Steifigkeit k_3	$300\,\mathrm{N/mm}$	$1000\,\mathrm{N/mm}$
Randbedingungen von Steifigkeitswerten und Kardanik	**untere Grenze**	**obere Grenze**
Steifigkeitsverhältnis k_2/k_1	1	4
Steifigkeitsverhältnis k_2/k_3	$-$	30
Kardanik paralleler Radhub $\varphi'_{U,kar}$	$-$	$7.5°$
Kardanik wechselseitiger Radhub $\varphi'_{U,kar}$	$-$	$7.5°$
Zielwerte für U-Lager nach Gleichung (4.16)		
Sturznachgiebigkeit (c_γ)	$\leq -0.032\,°/\mathrm{kN}$	
Spurnachgiebigkeit (c_δ)	$\geq -0.072\,°/\mathrm{kN}; \leq 0.028\,°/\mathrm{kN}$	
Quernachgiebigkeit (c_y)	$\leq 1.1\,\mathrm{mm/kN}$	

Die teilweise nicht-linearen Randbedingungen werden durch die Nebenbedingungsfunktion $\underline{bc}(\mathbf{x})$ definiert, die in die Optimierung eingebettet ist und sicherstellt, dass jede Bedingung kleiner oder gleich null bleibt. Hierbei stellt $\mathbf{x}$ den Vektor der Design-Variablen dar, der die verschiedenen Steifigkeiten und Euler-Winkel umfasst.

$$\underline{bc}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} \varphi'_{U,kar,par}(\mathbf{x}) - 7.5 \\ \varphi'_{U,kar,ws}(\mathbf{x}) - 7.5 \\ \frac{k_2}{k_1} - 4 \\ \frac{k_1}{k_2} - 1 \\ \frac{k_2}{k_3} - 30 \\ c_\gamma(\mathbf{x}) + 0.032 \\ -c_\delta(\mathbf{x}) - 0.072 \\ c_\delta(\mathbf{x}) - 0.028 \\ c_y(\mathbf{x}) - 1.1 \end{bmatrix} \leq 0 \tag{4.17}$$

Jeder Eintrag des Vektors beschreibt eine Bedingung, die erfüllt sein muss, um eine gültige Lösung zu erhalten. Wird eine dieser Bedingungen verletzt, wird die Lösung verworfen oder angepasst.

Abbildung 4.15 zeigt 3000 Lösungspunkte der Pareto-Front, als Ergebnis des Pareto-Suchalgorithmus mit den oben beschriebenen Randbedingungen aus Tabelle 4.5 und den drei Zielgrößen Sturznachgiebigkeit c_γ, Spurnachgiebigkeit c_δ und Quernachgiebigkeit c_y.

Die Pareto-Front bildet, wie in Abbildung 4.15a gezeigt, eine Fläche. Die Minima der Zielgrößen sind durch die entsprechend farbigen Punkte gemäß der Legende hervorgehoben. Das ausgewählte Pareto-Optimum ist durch ein grünes Quadrat markiert. In den Abbildungen 4.15b bis 4.15d wird die Pareto-Front aus unterschiedlichen Ebenen dargestellt, wodurch sich drei verschiedenen zweidimensionalen Pareto-Fronten (blaue Linien) ergeben. Die Pareto-Fronten verdeutlichen den Kompromiss zwischen den drei Zielgrößen. Punkte, die sich innerhalb einer Toleranz von 5 % zur jeweiligen Pareto-Front befinden, sind farblich entsprechend der Legende hervorgehoben.

Wie in Abbildung 4.15b gezeigt, beträgt die minimale erreichbare Quernachgiebigkeit etwa 0.75 mm/kN. Eine weitere Verringerung der Quernachgiebigkeit ist nur durch eine Erhöhung der Sturznachgiebigkeit möglich, die jedoch durch $c_\gamma \leq -0.032$ begrenzt wird. Umgekehrt ist eine stärkere Sturzkompensation (negativere Sturznachgiebigkeit) nur durch einen weiteren Anstieg der Quernachgiebigkeit erreichbar, was die Sturznachgiebigkeit auf etwa $-0.051\,°$/kN (blauer Punkt) beschränkt.

Abbildung 4.15c zeigt die Pareto-Front für die Beziehung zwischen Spur- und Quernachgiebigkeit. Die maximale Spurnachgiebigkeit liegt bei etwa $-0.045\,°$/kN und scheint dabei nicht stark von der Quernachgiebigkeit begrenzt zu werden. Die minimale Quernachgiebigkeit tritt in etwa bei einer Spurnachgiebigkeit von $0\,°$/kN auf.

Abbildung 4.15d zeigt die Pareto-Front für die Beziehung zwischen Sturz- und Spurnachgiebigkeit, wobei eine klare Abhängigkeit zwischen diesen beiden Größen erkennbar ist. Das Minimum der Sturznachgiebigkeit von $-0.051\,°$/kN liegt bei einer neutralen Spurnachgiebigkeit von $0\,°$/kN. Eine Zunahme des spurkorrigierenden Effekts (- c_δ) führt stets zu einem

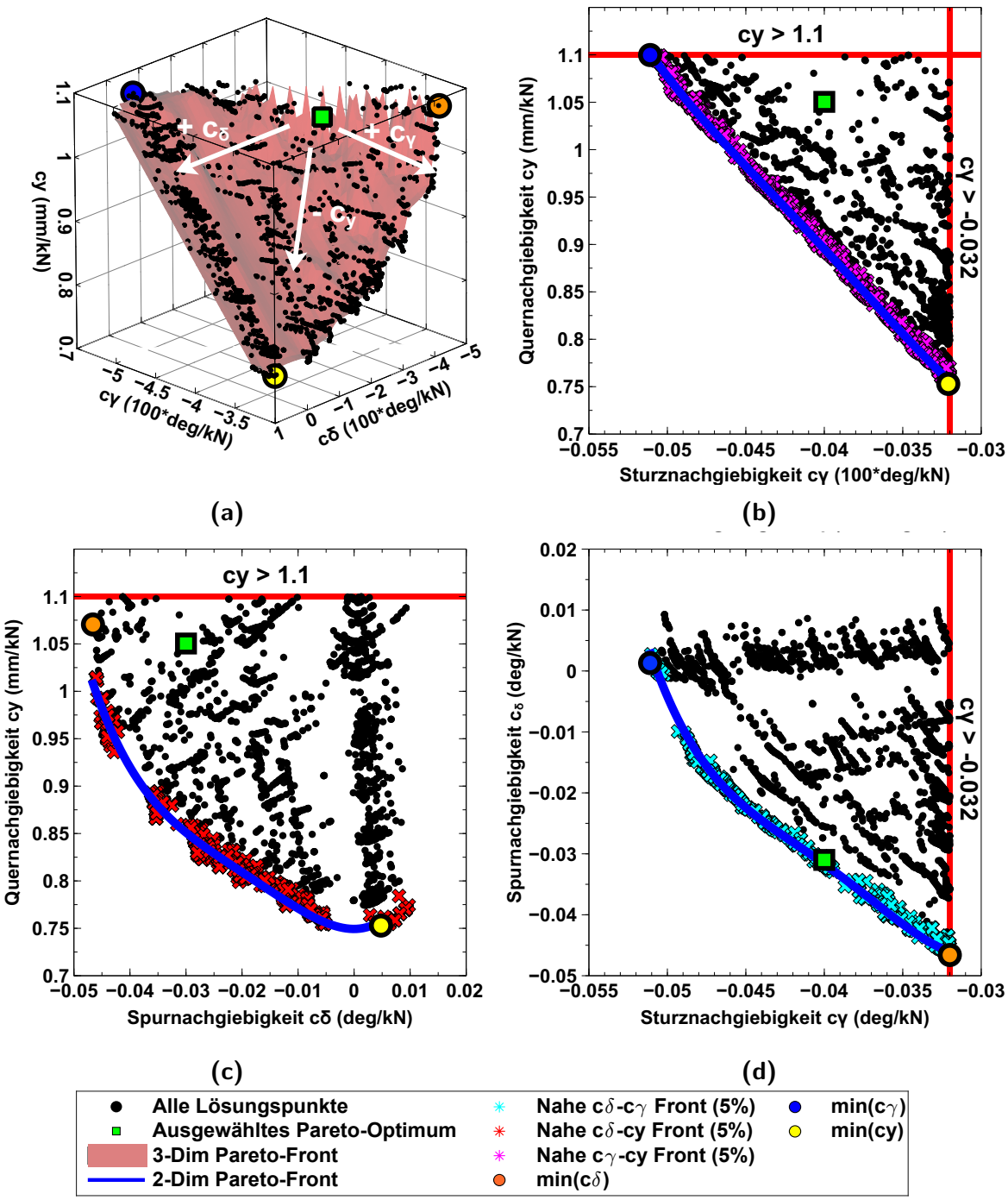


Abbildung 4.15.: Pareto-Front als Ergebnis des Pareto-Suchalgorithmus für das U-Lager, rote Linien kennzeichnen die Zielbereiche gemäß Tabelle 4.5: **(a)** Pareto-Front in 3D-Ansicht; **(b)** 2D-Pareto-Front für Sturznachgiebigkeit c_γ und Quernachgiebigkeit c_y; **(c)** 2D-Pareto-Front für Spurnachgiebigkeit c_δ und Quernachgiebigkeit c_y; **(d)** 2D-Pareto-Front für Sturznachgiebigkeit c_γ und Spurnachgiebigkeit c_δ.

Verlust an Sturzkompensation ($+\ c_\gamma$). Das ausgewählte Pareto-Optimum (grünes Quadrat) stellt daher einen Kompromiss zwischen einer möglichst hohen Sturzkompensation und einer gewünschten Spurnachgiebigkeit dar.

Der Zielbereich für die Spurnachgiebigkeit liegt nach Abbildung 4.10b zwischen $\pm 0.05\,°/\mathrm{kN}$,

weshalb ein Punkt gewählt wurde, der gemäß Gleichung (4.16) eine nahezu neutrale Spurnachgiebigkeit erreicht und in der Mitte dieses Bereichs liegt.

Das Pareto-Optimum befindet sich auf der (c_γ-c_δ) Pareto-Front. Eine Verringerung der Quernachgiebigkeit über diesen Punkt hinaus würde einen weiteren Kompromiss zwischen Spur- und Sturznachgiebigkeit erfordern, wie in Abbildung 4.15a gezeigt. Dies würde entweder zu einer Erhöhung der Spurnachgiebigkeit ($+\ c_\delta$) oder zu einer unerwünschten Zunahme der Sturznachgiebigkeit ($+\ c_\gamma$) führen. Das ausgewählte Pareto-Optimum stellt somit das Gleichgewicht zwischen diesen konkurrierenden Zielen dar.

Um die Ergebnisse der Pareto-Analyse im Designraum zu visualisieren, zeigt Abbildung 4.14 alle Punkte innerhalb der 5 %-Schwelle sowie die Punkte, die das Minimum von c_γ, c_y und c_δ darstellen, wie oben definiert. Die anfängliche Orientierung (180°, 90°, 0°) ist mit einem weißen Punkt markiert. Das grüne Quadrat markiert die Orientierung des ausgewählten Pareto-Optimums (348.7°, 122.8°, 114.7°). Die Darstellung im Euler-Winkel-Designraum, wie in Abbildungen 4.14a bis 4.14c gezeigt, verdeutlicht, dass alle Punkte für die Euler-Winkel ε_z und $\varepsilon_{x'}$ in zwei kleinen Bereichen konzentriert sind:

- **Bereich I**: ε_z zwischen 340° und 360°, $\varepsilon_{x'}$ zwischen 110° und 120°.
- **Bereich II**: $\varepsilon_z = 180°$, $\varepsilon_{x'} = 51.5°$.

Die Orientierung des Euler-Winkels $\varepsilon_{z''}$ variiert dagegen im besonders Bereich II stark von 0° bis 180°. Die Ergebnisse aus Abbildungen 4.14b bis 4.14c zeigen weiter, dass sowohl das Minimum von c_γ als auch von c_y eine nahezu identische Orientierung von (180°, 51.5°, 32°) im Bereich II aufweisen. Außerdem ist zu erkennen, dass alle Punkte in 5 % Nähe der c_δ-c_γ-Front im Bereich I konzentriert sind.

Abbildung 4.14d zeigt, dass auch die Steifigkeiten in spezifischen Bereichen konzentriert sind. Erstens scheint die axiale Steifigkeit k_3 immer unter 500 N/mm zu liegen. Die radiale Steifigkeit k_2 dominiert dagegen in zwei Regionen: Eine befindet sich in einem schmalen Band zwischen 8700 und 8900 N/mm, die andere liegt im Bereich der oberen Grenze von 10 000 N/mm. Schließlich variiert k_1 stark im Bereich von 2000 bis 10 000 N/mm. Zusätzlich wird deutlich, dass alle Punkte nahe der $c\delta - c\gamma$-Front sich merklich im zuvor erwähnten k_2-Band konzentrieren.

Zusammenfassend ergeben sich Folgende optimierten Steifigkeits- und Orientierungskennwerte für das U-Lager:

Abbildung 4.16 zeigt das finale Lagerdesign und die Integration in den MLTA-Prototypen. In Abbildung 4.16a zeigt sich deutlich, dass die z_R-Achse in axialer Richtung des Lagers mit einem Neigungswinkel von $\theta = 32.8°$ geneigt und mit einem Azimutwinkel von $\varphi = 11.3°$ ausgerichtet ist. Diese Art der räumlichen Orientierung ermöglicht die Sturzkompensation (negativer Sturz durch Querkräfte siehe dazu auch Abbildung 4.17).

Tabelle 4.6.: Eigenschaften des optimierten U-Lagers

Euler-Winkel [ε_z, $\varepsilon_{x'}$, $\varepsilon_{z''}$]	(348.7°, 122.8°, 114.7°)
Radiale Steifigkeit [k_1, k_2, k_3]	(2750 N/mm, 8850 N/mm und 300 N/mm)
Sturznachgiebigkeit (c_γ)	−0.0396 °/kN
Spurnachgiebigkeit (c_δ)	−0.0297 °/kN
Quernachgiebigkeit (c_y)	1.04 mm/kN

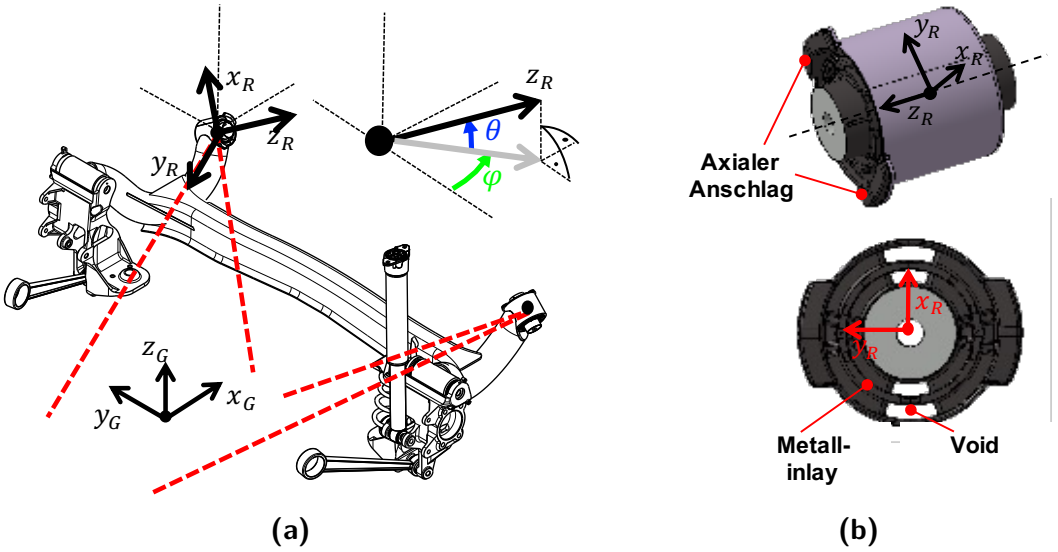


Abbildung 4.16.: (a) CAD-Modell der MLTA in isometrischer Ansicht mit orientierten U-Lagern sowie Neigungswinkel θ und Azimutwinkel ψ für die axiale Richtung z_R; **(b)** CAD-Darstellung des U-Lagers mit dem zugehörigen, gedrehten Koordinatensystem R, sowie Draufsicht des U-Lagers mit Metall-Inlay und Voids in x_R-Richtung.

Um die Verformung in axiale Richtung nicht zu groß werden zu lassen, wurde ein axialer Anschlag auf einer Seite des Lagers vorgesehen (Abbildung 4.16b oben). Die radialen Steifigkeitseigenschaften, wie in Tabelle 4.6 angegeben, wurden durch ein Metall-Inlay und Voids in x_R-Richtung realisiert (Abbildung 4.16b unten).

Für die torsionalen und kardanischen Steifigkeitsraten $k_4 - k_6$ wurde ein maximaler Zielwert von 5 Nm/° festgelegt, um ein übermäßiges Ansteigen der Nebenfederraten zu vermeiden (siehe Abbildung 4.3a).

Finale Lager-Konfiguration (Design)

Aus der Auslegung und Optimierung der Lager ergibt sich die folgende finale Konfiguration, die in Tabelle 4.7 dargestellt ist.

Mit dieser finalen Konfiguration wurden alle Lastfälle gemäß Tabelle 4.3 erneut berechnet. Die Ergebnisse sind in der folgenden Abbildung dargestellt. Zum Vergleich sind die berechneten Werte der initialen Lager-Konfiguration in Magenta hervorgehoben.

Sturznachgiebigkeit - Abbildung 4.17a: Die Analyse der Sturznachgiebigkeit zeigt nun

Tabelle 4.7.: Ausgelegten und optimierten Elastomereigenschaften der MLTA, die räumliche Ausrichtung der Lager wird durch die Eulerwinkel $\varepsilon_{x'}$, ε_z, $\varepsilon_{z''}$ beschrieben, kinematische Freiheitsgrade sind mit einem $\times$ markiert.

Gelenke	$\frac{k_1}{\mathrm{N/mm}}$	$\frac{k_2}{\mathrm{N/mm}}$	$\frac{k_3}{\mathrm{N/mm}}$	$\frac{k_4}{\mathrm{Nm/°}}$	$\frac{k_5}{\mathrm{Nm/°}}$	$\frac{k_6}{\mathrm{Nm/°}}$	$\frac{(\varepsilon_z,\varepsilon_{x'},\varepsilon_{z''})}{(°,°,°)}$
U	2750	8850	300	5.0	5.0	5.0	(348.7, 122.8, 114.7)
RU	12×10^4	12×10^4	5000	2350	2350	5.0	(180, 90, 0)
RL	2×10^4	2×10^4	660	4.0	0.9	1.1	(0, 0, 0)
L	310	1730	175	5.75	5.75	0.9	(169.9, 90, 202.6)
RA	$\times$	$\times$	250	$\times$	$\times$	$\times$	(0, 0, 0)
RM	$\times$	$\times$	$\times$	4805	4805	$\times$	(180, 90, 0)
SC	$\times$	$\times$	$\times$	$\times$	$\times$	58	(180, 90, 0)

einen Gesamtwert von etwa 0.25 °/kN und liegt damit im definierten Zielbereich. Während der Einfluss des RU-Lagers aufgrund der reduzierten kardanischen Steifigkeit deutlich angestiegen ist, haben das Radlager (RM) und das U-Lager einen deutlich verringerten Einfluss.

Durch die gezielte räumliche Orientierung des U-Lagers kann sogar eine negative Sturznachgiebigkeit (Sturzkompensation) von etwa $-0.04\,°/\mathrm{kN}$ erreicht werden.

Spurnachgiebigkeit - Abbildung 4.17b: Die Spurnachgiebigkeit wird weiterhin maßgeblich durch das U-Lager und die TBE-Struktur beeinflusst. Im Vergleich zur initialen Konfiguration (magenta) bewirkt das neue U-Lagerdesign jetzt eine Nachspur, die in Summe zu einer nahezu neutralen Spurnachgiebigkeit von etwa $-0.01\,°/\mathrm{kN}$ führt.

Quernachgiebigkeit - Abbildung 4.17c: Hier zeigt sich der größte Einfluss durch das U-Lager. Die Quernachgiebigkeit des U-Lagers konnte deutlich reduziert werden und liegt nach der Optimierung bei etwa 1 mm/kN. Insgesamt resultiert daraus eine Quernachgiebigkeit von 3.16 mm/kN.

Längsnachgiebigkeit - Abbildung 4.17d: Durch die steifere Auslegung des U-Lagers wurde die Längsnachgiebigkeit reduziert. Der erreichte Wert liegt geringfügig unterhalb des Zielwertes von 0.94 mm/kN.

Aufziehnachgiebigkeit - Abbildung 4.17e: Hier zeigt sich nahezu keine Änderung, da die Aufziehnachgiebigkeit maßgeblich durch das unveränderte L-Lager bestimmt wird.

Die Ergebnisse der optimierten Lager-Konfiguration zeigen, dass durch das neue Lagerdesign die Nachgiebigkeiten im Lastfall Kurvenfahrt deutlich reduziert wurden und nun im definierten Zielbereich liegen. Im Gegensatz dazu wurden die Längsnachgiebigkeit und die Aufziehnachgiebigkeit nur geringfügig beeinflusst.

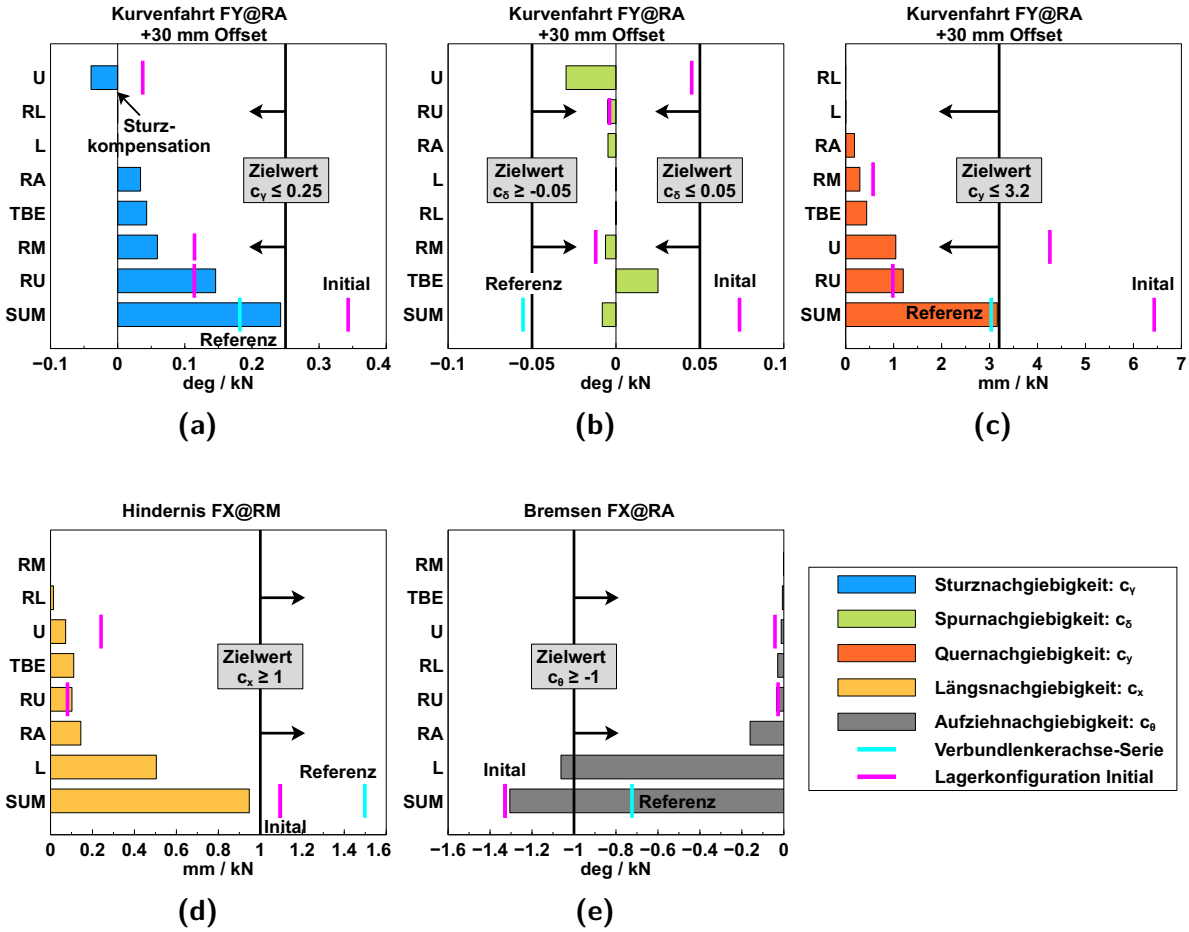
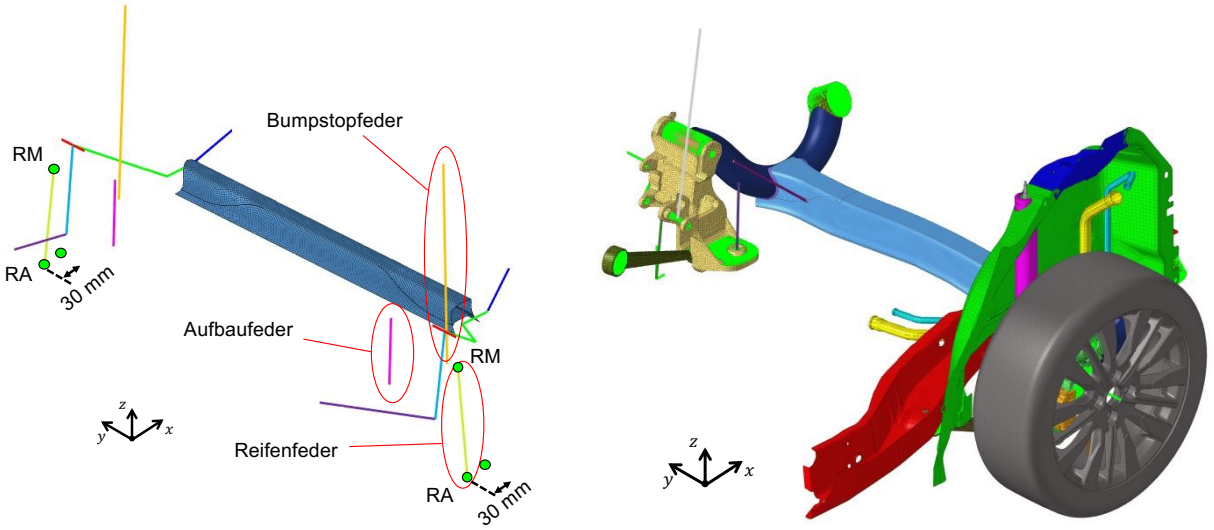


Abbildung 4.17.: Einfluss der Nachgiebigkeit jedes einzelnen Lagers mit der ausgelegten und optimierten Lager-Konfiguration (Design) Tabelle 4.7 auf die Gesamtnachgiebigkeit (SUM) der MLTA für **(a)** Sturznachgiebigkeit c_γ, **(b)** Spurnachgiebigkeit c_δ, **(c)** Quernachgiebigkeit c_y, **(d)** Längsnachgiebigkeit c_x, **(e)** Aufziehnachgiebigkeit c_θ; Zielwerte sind durch die schwarze vertikale Linie markiert; die Pfeile zeigen die Richtung der gewünschten Werte. Die hellblaue Linie stellt die KnC-Messergebnisse der konventionellen VLA des Ford Fiestas zur Vergleichszwecken dar.

4.4. Auslegung und Konstruktion der MLTA-Strukturbauteile

Zur Festigkeitsanalyse wurde ein FEM-Modell der MLTA erstellt, wobei die Bauteile zunächst als Balkenelemente modelliert wurden (Abbildung 4.18a). Zusätzliche Federelemente wie Aufbaufeder, Bumpstop und Reifenfeder wurden entsprechend dem elastokinematischen Ersatzmodell (Abbildung 3.9) integriert. Im Laufe der MLTA-Entwicklung wurden die Bauteile sukzessive durch die vernetzten Strukturbauteile ersetzt (Abbildung 4.18b). Zudem wurden Karosseriebauteile integriert, um Hüllvolumen für die Bauraumuntersuchungen zu erzeugen.

Zur Auslegung der Strukturbauteile wurden verschiedene Lastfälle nach VW herangezogen, um die Festigkeit im Fahrbetrieb zu bewerten. Die Kräfte wirken am Radmittelpunkt RM, am Radaufstandspunkt RA sowie bei LF1 zusätzlich um 30 mm Reifennachlauf vom Radaufstandspunkt entfernt (siehe auch Abbildung 4.18a). Die Lasten der einzelnen Fälle wurden auf Basis der Achslasten aus Tabelle 4.2 durch VW bereitgestellt und sind in der folgenden Tabelle zusammengefasst:



(a) **(b)**

Abbildung 4.18.: (a) Erstes FEM-Modell der MLTA mit Balkenelementen. **(b)** Finales FEM-Modell der MLTA mit vernetzten Strukturbauteilen, einschließlich integrierter Karosserieanbauteile zur Erzeugung von Hüllvolumen für Bauraumuntersuchungen.

Tabelle 4.8.: Lastfälle zur Auslegung der Festigkeit nach VW für eine Achslast von 1050 kg

Lastfall	Radlast /N RA li.	Radlast /N RA re.	Stoßkraft /N RM li.	Stoßkraft /N RM re.	Bremskraft /N RA li.	Bremskraft /N RA re.	Seitenkraft /N RA + 30 mm li.	Seitenkraft /N RA + 30 mm re.
LF1: Extreme Kurvenfahrt	10 104	0	0	0	0	0	10 500	0
LF2: Vertikalstoß	14 862	14 862	0	0	0	0	0	0
LF3: Bremsen rückwärts	5963	5963	0	0	−3139	−3139	0	0
LF4: Längsstoß	4954	4954	12 876	12 876	0	0	0	0

Auslegung und Design des Achskörpers TBE

Der TBE-Achskörper muss teils widersprüchliche Anforderungen erfüllen. Einerseits soll er eine möglichst hohe Biegesteifigkeit aufweisen, um eine geringe Nachgiebigkeit unter Seitenkräften zu gewährleisten. Andererseits dient das Torsionsprofil als Stabilisator und muss daher die in Abschnitt 4.2 hergeleitete Torsionssteifigkeit von 58 Nm/° erfüllen. Die großen Torsionswinkel von mehr als ±10° führen zudem zu erheblichen Schubspannungen, die eine zusätzliche Herausforderung für die Festigkeit darstellen.

Ein erster Entwurf des TBE wurde mithilfe des am FLB von Tan entwickelten Tools FastCon-TBA erstellt [29, 102]. Das Tool approximiert den Achskörper durch Balkenelemente [103].

Die Steifigkeiten werden anhand eines Lastfalls ermittelt, bei dem eine Seitenkraft mit einem Offset von 30 mm am linken Radaufstandspunkt eingeleitet wird. Die karosserieseitige Lagerung ist als Fest-Los-Lagerung definiert, während die Vertikalkräfte zum Großteil durch die Ebenengelenke an den Radaufstandspunkten abgestützt werden [104]. Dabei können Spur-, Sturz- sowie die Seitensteifigkeit bzw. Nachgiebigkeit analysiert und optimiert werden. Zusätzlich lässt

sich die Torsionssteifigkeit des Torsionsprofils unter Berücksichtigung von Wölbkraft-Effekten bestimmen [105, 106].

Um Zielwerte für den ersten Entwurf festzulegen, wurden die Steifigkeiten der Serien-Verbundlenkerachse mithilfe der FEM nach den oben beschrieben Lastfall ermittelt. Das Gewicht der Serienachse von 22.7 kg wurde als zusätzliche Zielgröße definiert. Diese Werte dienten als Grundlage für die FastCon-Optimierung des TBE, mit dem Ziel, die Werte der Serienachse mit einer maximalen Abweichung von 15 % zu erreichen. Zudem sollte die hergeleitete Torsionssteifigkeit aus Abschnitt 4.2 von 58 Nm/° erfüllt werden. Die Hardpoints für die TBE-Auslegung basieren auf der Arbeit von Niessing [88], die in Abschnitt 2.3 ausführlich beschrieben ist. Das Ergebnis der Optimierung und die Werte der Serienachse sind in der folgenden Tabelle gegenübergestellt:

Tabelle 4.9.: Vergleich der Achseigenschaften der B479 Serienachse, TBE-FastCon Entwurf und finales TBE-Design

Eigenschaft	B479 Serienachse	TBE-FastCon Entwurf	TBE Finales Design
Gewicht /kg	22.70	25.5	19.5
Spurnachgiebigkeit $c_\delta/°/\text{kN}$	0.041	0.045	0.043
Sturznachgiebigkeit $c_\gamma/°/\text{kN}$	0.069	0.077	0.063
Seitennachgiebigkeit $c_y/\text{mm/kN}$	0.558	0.70	0.73
Torsionssteifigkeit des Profils/Nm/°	52.7	58.6	58

Der erste Entwurf wurde anschließend im CAD umgesetzt (siehe Abbildung 4.19). Auffällig ist der stark gekrümmte Verlauf des Längslenkers, der sich aus der geforderten Schubmittelpunktsposition (SC) sowie der Position des RU- und U-Lagers ergibt. Für den Längslenker schlägt FastCon einen Außendurchmesser von 90 mm und eine Wandstärke von 4.4 mm vor. Das Torsionsprofil besitzt eine Breite von 69.35 mm, eine Höhe von 97.1 mm und eine Blechdicke von 4.7 mm. Der gesamte Entwurf wiegt 25.5 kg.

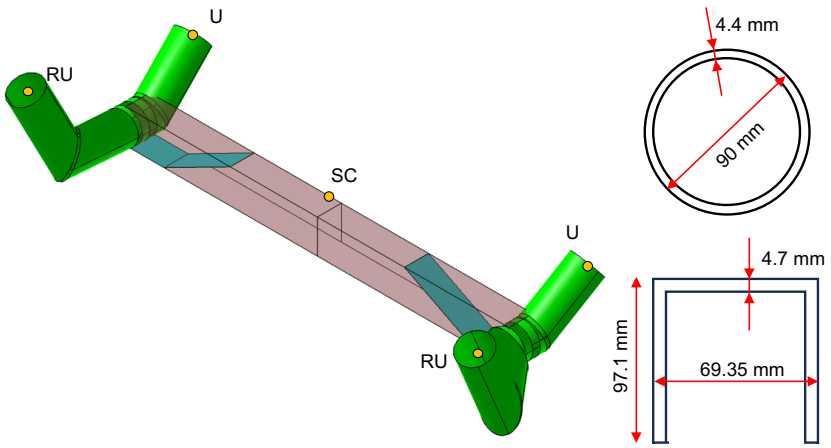


Abbildung 4.19.: Erster TBE-Entwurf mithilfe von FastCon-TBA Tool nach [102]

Ausgehend vom ersten Entwurf wurde die Geometrie des Torsionsprofils sukzessive optimiert. Dazu wurde eine Untersuchung verschiedener Designparameter durchgeführt, um ein DOE-

basiertes finales Design zu entwickeln. Um einen Bauraumkonflikt mit der Kraftstoffleitung zu lösen, wurde eine 20 mm-Kröpfung in der Mitte vorgesehen, wodurch die Schubmittelpunktposition beibehalten und die Randbereiche gleichzeitig abgesenkt werden konnten (siehe Abbildung 4.20a).

Für die Untersuchung wurde sowohl ein U-Profil als auch ein Rechteckprofil betrachtet. Die Höhe von 97 mm und die Breite von 69.4 mm blieben dabei entsprechend dem FastCon Entwurf nahezu unverändert. Zusammengefasst wurden die folgenden Parameter angepasst und deren Einfluss analysiert:

- Die Beschnitthöhe der Profilflanke (Δh), bestimmt durch $a-b=\Delta h$ (Abbildung 4.20a),
- die vordere Länge des Verstärkungsblechs (l_1) (Abbildung 4.20c),
- die Blechdicke (t), um die geforderte Torsionssteifigkeit von 58 Nm/° zu erreichen.

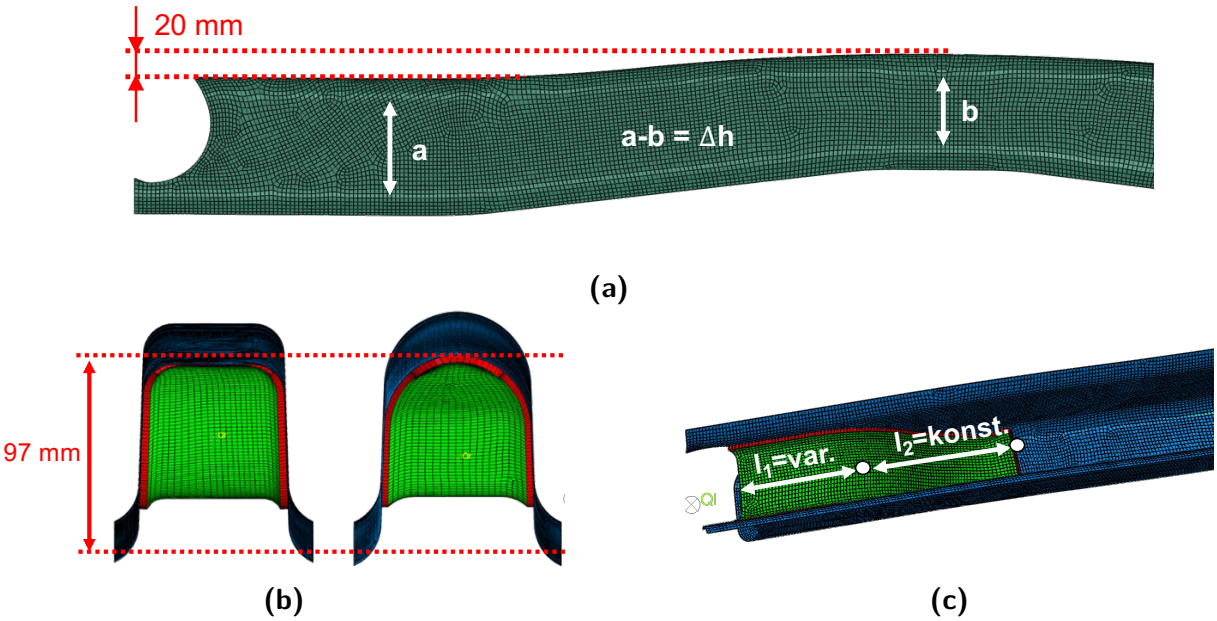


Abbildung 4.20.: Parameter die während der Einflussuntersuchung angepasst wurden: **(a)** seitlicher Beschnitt b der Flanken im Mittenbereich und Kröpfung von 20 mm; **(b)** untersuchte Profilformen, links Rechteckprofil, rechts U-Profil; **(c)** Verstärkungsblech mit der variablen Länge l_1.

Für die Analyse wurde der zu untersuchende Entwurf des Torsionsprofils am rechten Endquerschnitt wölbbeschränkt eingespannt und an der linken Seite mit einem Torsionsmoment von 1000 Nm belastet, was näherungsweise dem auftretenden Moment im Lastfall LF1 (Extreme Kreisfahrt) nach Tabelle 4.8 entspricht. Die Spannungen wurden in den Bereichen σ_a, σ_b und σ_c ausgewertet, in denen die höchsten Werte aufgetreten sind (siehe Abbildung 4.21). Zusätzlich wurden in zwei weiteren Lastfällen ein Moment M_x und M_z an der linken Seite des Torsionsprofils eingeleitet, um den Einfluss auf die Biegesteifigkeit (c_φ) zu quantifizieren.

Die Ergebnisse der Einflussuntersuchung sind in Abbildung 4.22 dargestellt. Als Material für das Torsionsprofil wurde eine S550-Legierung mit einer Streckgrenze von 550 MPa gewählt (magenta Linie). Zunächst wurde die Länge des Verstärkungsblechs (VB) in 25 mm-Schritten reduziert, wobei die Blechdicke für jeden Entwurf so angepasst wurde, dass die geforderte

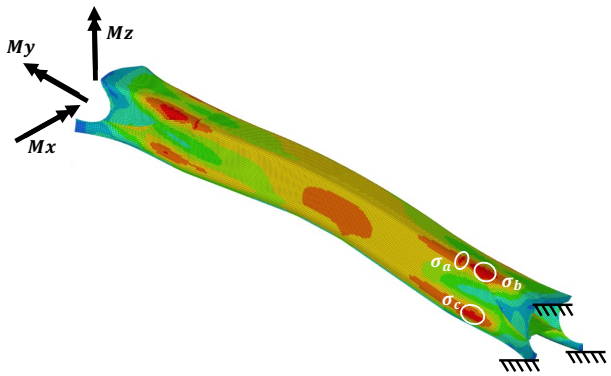


Abbildung 4.21.: Lastfälle für die Einflussanalyse und ausgewertete Kenngrößen: φ_x und φ_z zur Bestimmung der Biegesteifigkeit sowie σ_a, σ_b und σ_c zur Bewertung des Torsionslastfalls.

Torsionssteifigkeit von 58 Nm/° erreicht wurde. Die Spannung σ_c wurde für jedes Konzept ausgewertet, während σ_a und σ_b ein qualitativ ähnliches Verhalten zeigten. Außerdem wurde die Biegesteifigkeit um die x-Achse $c_{\varphi,x}$ ausgewertet, wobei auch die Biegesteifigkeit um die z-Achse ein vergleichbares Verhalten aufwies.

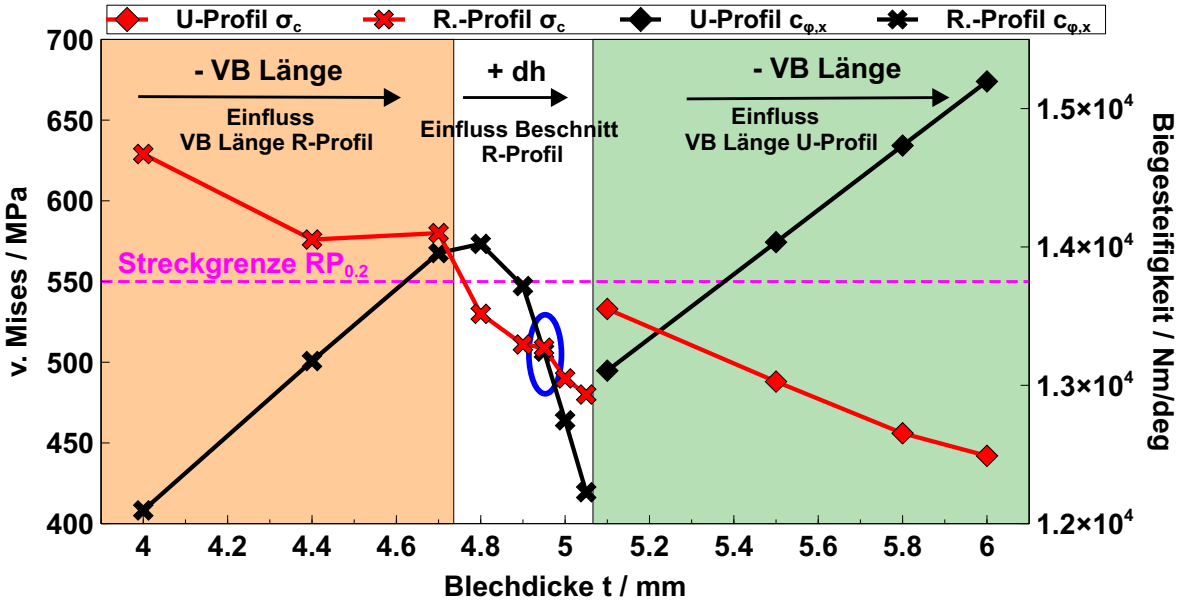


Abbildung 4.22.: Ergebnisse der Einflussanalyse: Einfluss der Verstärkungsblechlänge (l_1) und der Beschnitthöhe δ_h auf die Spannung σ_c und die Biegesteifigkeit $c_{\varphi,x}$ und die erforderliche Blechstärke (t) zur Erreichung der Torsionssteifigkeit von 58 Nm/°.

Die Untersuchung zeigt, dass das Rechteckprofil (oranger Bereich) im Vergleich zum U-Profil (grüner Bereich) deutlich geringere Blechdicken benötigt, um die geforderte Torsionssteifigkeit zu erreichen. Mit abnehmender VB-Länge steigt bei beiden Profil-Formen die notwendige Blechdicke, was zu einem Anstieg der Biegesteifigkeit und einem niedrigeren Spannungsniveau führt.

Im nächsten Schritt wurde die Beschnitthöhe des Rechteckprofils Δh in vier Schritten um jeweils 5 mm erhöht, um die Spannung weiter zu reduzieren (weißer Bereich). Hierbei hat sich gezeigt, dass die geforderte Blechdicke weiter zunimmt, wodurch die Spannungen aber auch

die Biegesteifigkeit weiter sinken.

Letztlich wurde das Rechteckprofil aufgrund der erforderlichen Blechdicken von $\leq$5 mm und der damit verbundenen verbesserten Umformbarkeit sowie der geringeren Rückfederung nach der Umformung für das finale Design ausgewählt. Die Entscheidung fiel schließlich auf eine Beschnitthöhe von 10 mm (blaue Markierung), wobei die Blechstärke aus Sicherheits- und Herstellungsgründen leicht von 4.95 mm auf 5 mm erhöht wurde, um mögliche Unsicherheiten des FEM-Modells und des betrachteten Lastfalls zu berücksichtigen.

Für den Längslenker wurde aus Herstellungs- und Bauraumgründen ein Außendurchmesser von 82.5 mm und eine Wandstärke von 4 mm festgelegt. Als Material für den Längslenker kam die Stahllegierung S355 mit einer Streckgrenze von 355 MPa zum Einsatz. Das Gewicht und die Steifigkeitseigenschaften des finalen Designs sind Tabelle 4.9 zusammengefasst.

Festigkeitsnachweis des TBE Achskörpers

Im letzten Schritt wurde ein Festigkeitsnachweis mit dem FEM-Achsmodell nach Abbildung 4.18b und den Lastfällen aus Tabelle 4.8 durchgeführt. Die Ergebnisse sind in Abbildungen 4.23a bis 4.23d dargestellt, wobei nur die kritischen Lastfälle – LF1 (Extreme Kreisfahrt) und LF2 (Vertikalstoß) – dargestellt werden. In den anderen Lastfällen liegt das Spannungsniveau laut FEM deutlich unter der Streckgrenze des Torsionsprofils und des Längslenkers.

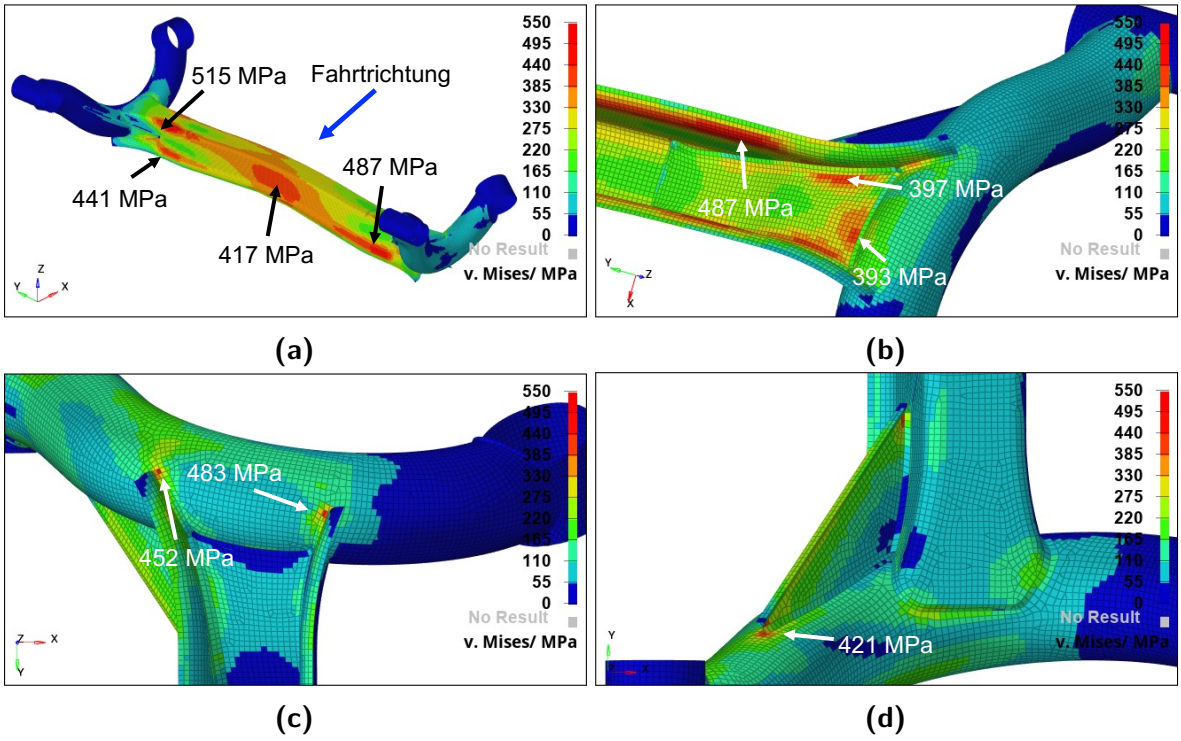


Abbildung 4.23.: Ergebnisse der FEM-Analyse, dargestellt sind die von Mises Spannungen in MPa: **(a)** LF1 Extreme Kreisfahrt, Isometrieansicht des TBE-Profils; **(b)** LF1 Extreme Kreisfahrt, Detailansicht des Knotenbereichs Torsionsprofil/Längslenker, Fahrrichtung links; **(c)** LF2 Vertikalstoß, Spannungsspitzen im Knotenbereich, Fahrrichtung links; **(d)** LF2 Vertikalstoß, Spannungsspitzen im Anbindungsbereich des Eckverstärkungsblechs.

Die Ergebnisse zeigen, dass die höchsten Spannungen im LF1 mit 515 MPa im Knotenbereich zum Längslenker und am Anbindungsbereich des Verstärkungsblechs auftreten (Abbildung 4.23a). Im Mittenbereich liegt das Spannungsniveau mit 417 MPa deutlich darunter. Abbildung 4.23b zeigt eine Detailansicht des Knotenbereichs. Alle Spannungen bleiben unterhalb der Streckgrenze des Torsionsprofils.

Im LF2 Vertikalstoß treten vor allem Spannungsspitzen in den Anschlussbereichen zwischen Torsionsprofil und Längslenker auf, die jedoch ebenfalls unterhalb der Streckgrenze liegen (Abbildungen 4.23c bis 4.23d). Damit konnte die Festigkeit unter Betriebsbedingungen nachgewiesen werden.

Design des Radträgers

Abbildung 4.24 zeigt die finale CAD-Konstruktion des Radträgers, der als zentrale Schnittstelle zwischen den Achsbauteilen dient. Die vordere Längsstrebe ist über das RL-Lager und der hintere TBE-Achskörper über das RU-Lager angebunden. Das Radlager, zusammen mit dem Rad, ist an vier Verschraubungspunkten mit dem Radträger verbunden. Zudem stützen sich sowohl Feder als auch Dämpfer am Radträger ab.

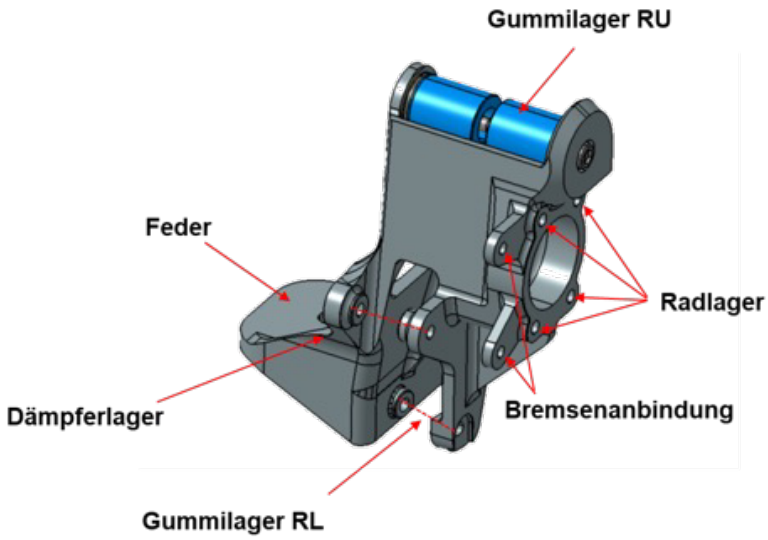
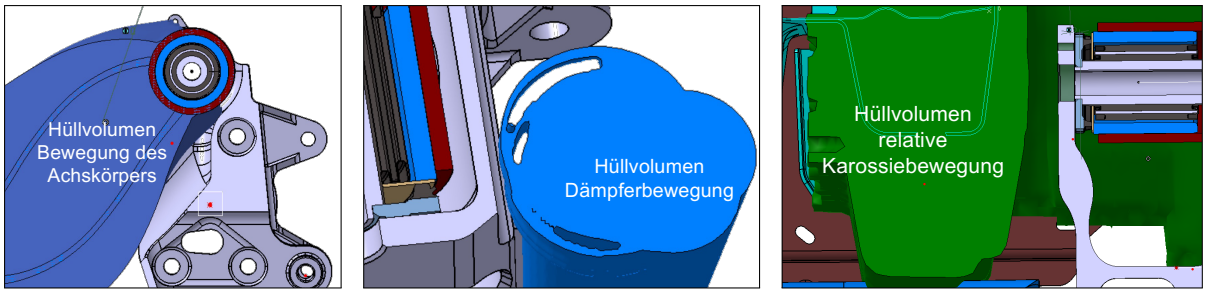


Abbildung 4.24.: Finale Radträgerkonstruktion im CAD mit Anbindung von RU-Lager, RL-Lager, Dämpfer, Bremse, Feder und Radlager.

Wegen dieser komplexen geometrischen Anforderungen wurde der Radträger im Prototypenstadium als CNC-gefrästes Bauteil ausgeführt. Als Material wurde die Aluminiumlegierung Al 7075-T6 mit einer Streckgrenze von 485 MPa gewählt. Da die Konstruktion im Prototypenstadium noch nicht vollständig optimiert ist und potenziell unnötiges Material enthält, bietet die geringe Dichte von Aluminium im Vergleich zu Stahl klare Vorteile.

Zur Berücksichtigung der angrenzenden Bauteilbewegungen wurde der mögliche Designraum mithilfe des FEM-Modells aus Abbildung 4.18b ermittelt. Abbildung 4.25a zeigt das daraus abgeleitete Hüllvolumen das durch die Bewegung der TBE-Struktur relativ zum Radträger ent-



(a) **(b)** **(c)**

Abbildung 4.25.: Bauraum des Radträgers unter Berücksichtigung angrenzender Bauteilbewegungen: **(a)** Hüllvolumen der TBE-Struktur, **(b)** Hüllvolumen durch Dämpferbewegung, **(c)** Hüllvolumen der Karosseriestruktur.

steht. Aufgrund der großen Schwenkbewegung am RU-Lager war eine entsprechende Aussparung im Radträger notwendig. Auch die Bewegung des Dämpfers wurde, wie in Abbildung 4.25b gezeigt, durch eine Aussparung berücksichtigt. Zusätzlich war die Breite des Radträgers und damit auch des RU-Lagers durch die angrenzende Karosseriestruktur stark eingeschränkt (s. Abbildung 4.25c).

Die Festigkeit des Radträgers wurde anhand der Lastfälle aus Tabelle 4.8 und dem FEM-Modell aus Abbildung 4.18b nachgewiesen. Die Ergebnisse der FEM-Analyse in den Abbildungen 4.26a bis 4.26d zeigen die von Mises Vergleichsspannungen im Radträger für die einzelnen Lastfälle.

Es wird deutlich, dass die Spannungen in allen untersuchten Lastfällen deutlich unter der Materialstreckgrenze von 485 MPa liegen. Die höchsten Spannungen treten an der Anbindungsstelle des RU-Lagers und an den Verbindungsstegen zur Federanbindung auf. Der Lastfall Vertikalstoß (Abbildung 4.26b) weist die höchsten Belastungen auf, mit Spannungen von 90 MPa im Steg und 190 MPa an der Anbindung des RU-Lagers.

Auslegung und Design der vorderen Längsstrebe

Die vordere Längsstrebe verbindet den Radträger über die Punkte RL und L mit der Karosserie und stellt die Längsführung sicher. Ein Versagen der Längsstrebe im Fahrbetrieb würde demzufolge einen unweigerlichen Verlust der Fahrkontrolle bedeuten und gilt daher unbedingt zu vermeiden. Dementsprechend stellt die Festigkeit der Längsstrebe die zentrale Anforderung an die Auslegung der Längsstrebe dar. Die Reaktionskraftanalyse aus Abbildung 4.8 zeigt, dass die Längsstrebe hauptsächlich Längs- und Bremskräfte aufnimmt. Für die Festigkeitsauslegung werden daher die folgenden zwei gesonderten Lastfälle betrachtet:

Lastfall 1: Bremsen mit 1 g
Bei einer maximalen Hinterachslast von 1070 kg nach Tabelle 4.2 resultiert pro Rad eine Radlast von 5250 N am Radaufstandspunkt RA. Nach dem gleichen Vorgehen wie bei der Reaktionskraftanalyse gemäß Gleichung (3.40) ergibt sich eine resultierende Kraft von 7148 N in Richtung der Längsstrebe.

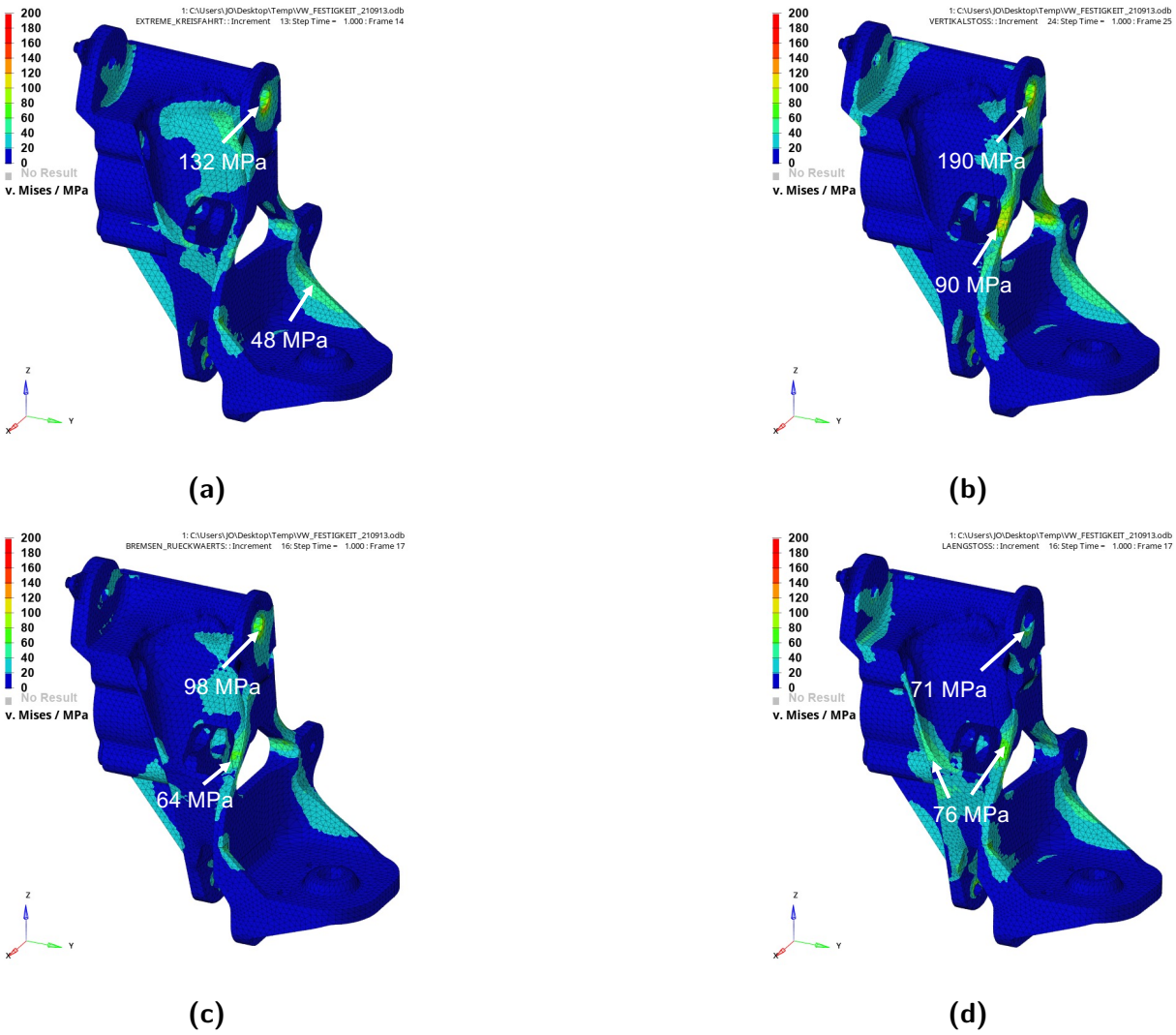


Abbildung 4.26.: Ergebnisse der FEM-Analyse der von Mises Vergleichsspannungen für die verschiedene Lastfälle nach Tabelle 4.8: **(a)** Extreme Kreisfahrt, **(b)** Vertikalstoß, **(c)** Bremsen rückwärts, **(d)** Längsstoß.

Lastfall 2: Traglastfall in Längsrichtung nach VW

Hier wird eine maximale Last von 30 902 N in Längsrichtung an der Radmitte angenommen. Die resultierende Kraft am Bauteil beträgt 11 126 N.

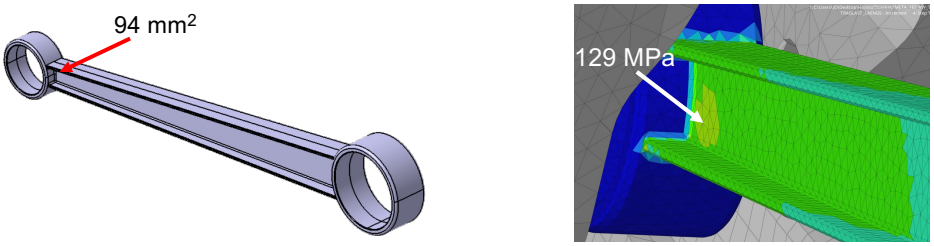
Der Vergleich zeigt, dass der Traglastfall nach VW mit 11 126 N kritischer ist und wird darum für die weitere Auslegung genutzt.

Eine weitere Anforderung war ein möglichst geringes Gewicht der Längsstrebe. Für den Prototypen wurde daher ein Aluminiumgussverfahren gewählt. Die Herstellung erfolgte mittels einer Sandgussform, die in einem für Prototypen geeigneten Druckverfahren hergestellt wurde [107, 108]. Als Material für die Längsstrebe wurde der Aluminiumgusswerkstoff *AlSi7Mg0,3 T6* ausgewählt. Die relevanten Materialeigenschaften sind eine Streckgrenze $R_{P,0.2} = 240\,\text{MPa}$, eine Zugfestigkeit $R_m > 260\,\text{MPa}$ und eine Bruchdehnung $A_5 > 5\,\%$.

Die Mindestquerschnittsfläche A_{min} der Längsstrebe wird gemäß der folgenden Formel berech-

net:

$$A_{\text{min}} = \frac{\text{Sicherheitsfaktor} \cdot F_L}{\sigma_{\text{zul}}} = \frac{2 \cdot 11\,126\,\text{N}}{240\,\text{MPa}} = 92.7\,\text{mm}^2 \tag{4.18}$$



(a) **(b)**

Abbildung 4.27.: (a) CAD-Modell der Längsstrebe, minimale Querschnittsfläche A_{min} 94 mm² an der RL-Lageraufnahme, **(b)** Mises-Vergleichsspannung aus der FEM-Berechnung nach VW-Traglastfall, maximale Spannung 129 MPa an der Lageraufnahme an RL.

Um ein Versagen auszuschließen wurde ein Sicherheitsfaktor von 2 angesetzt und die zulässige Spannung σ_{zul} entspricht dem Wert der Streckgrenze von 240 MPa. Es resultiert eine Mindestquerschnittsfläche von 92.7 mm².

Abbildung 4.27a zeigt die finale Konstruktion der Längsstrebe im CAD. Die Ausführung als I-Profil ermöglicht einerseits eine gute Herstellbarkeit als Gussbauteil und andererseits große Anbindungsflächen für die beiden Lagerschalen an den Punkten L und RL. Der minimale Querschnitt beträgt 94 mm² an der Übergangsstelle zwischen Strebe und Lageranbindung am RL-Punkt.

Zur Absicherung wurden die Spannungen in der Längsstrebe unter dem kritischen Traglastfall mithilfe des FEM-Modells validiert. Die in Abbildung 4.27b gezeigte FEM-Analyse ergab ein maximales Spannungsniveau von 129 MPa, was gut mit dem Sicherheitsfaktor von 2 nach Gleichung (4.18) übereinstimmt.

5. Fertigung und Integration des Achsprototyps

Auf Grundlage der Auslegungsergebnisse aus Kapitel 4 wurden die einzelnen Komponenten des Achsprototyps gefertigt. Anschließend erfolgte die Integration in das Versuchsfahrzeug, wobei Karosserieanpassungen vorgenommen wurden, um eine optimale Anbindung des Achsprototyps zu gewährleisten.

5.1. Komponentenfertigung

Die Fertigung der einzelnen Bauteile erfolgte prototypengerecht unter Berücksichtigung der in der Konzeptphase festgelegten Anforderungen durch industrielle Projektpartner.

Achskörper – TBE

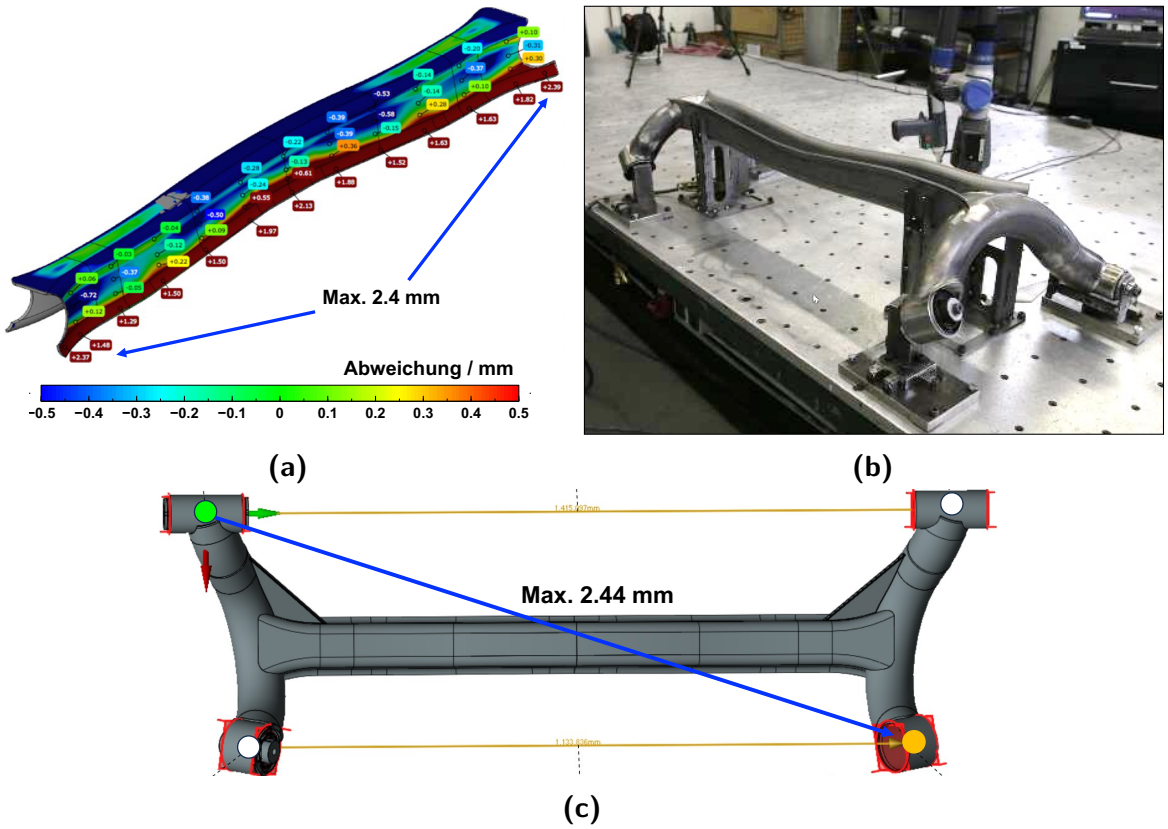


Abbildung 5.1.: Fertigung des TBE: **(a)** Toleranzen des Torsionsprofils nach dem Umformen; **(b)** Schweißvorrichtung für die TBE-Fertigung; **(c)** Toleranzen des Schweißzusammenbaus.

Die Herstellung des Achskörpers erfolgte in mehreren Prozessschritten. Zunächst wurde das

Torsionsprofil im Tiefziehverfahren mithilfe eines speziell entwickelten Prototypenwerkzeugs gefertigt. Die Wahl eines Rechteckprofils gegenüber einem U-Profil erwies sich als vorteilhaft, insbesondere hinsichtlich Aufsprungverhalten und erforderlicher Blechdicke um die geforderte Torsionssteifigkeit zu erfüllen (siehe Abbildung 4.22). Ergänzend wurden die Verstärkungsbleche mit einem eigenen Werkzeug gefertigt.

Im Anschluss erfolgte die Vermessung der gefertigten Bauteile mit einem optischen 3D-Messsystem, um deren Maßhaltigkeit zu überprüfen. Die Messergebnisse, dargestellt in Abbildung 5.1, zeigen eine maximale Abweichung von etwa 2.4 mm in den äußeren Flanschbereichen.

Im nächsten Schritt wurde der Achskörper unter Verwendung einer speziell entwickelten Schweißvorrichtung zusammengefügt (siehe Abbildung 5.1b). Dabei wurden die linken und rechten Längslenker, die jeweils aus zwei gebogenen Rohrsegmenten bestehen, zunächst separat verschweißt und anschließend mit dem zentralen Torsionsprofil zu einem Gesamtkörper verbunden.

Nach Abschluss der Schweißarbeiten wurde der gesamte Achskörper erneut mittels eines optischen 3D-Messsystems vermessen. Die Messergebnisse, in Abbildung 5.1c, zeigen für den im Fahrzeug verbauten Achsprototypen eine maximale Abweichung von 2.44 mm zwischen dem linken RU-Lagerpunkt und dem rechten U-Lagerpunkt.

Radträger

Der Radträger wurde als CNC-gefrästes Aluminiumbauteil hergestellt. Die Geometrie wurde mittels einer Topologieoptimierung ermittelt, wobei Festigkeit und Bauraumanforderungen berücksichtigt wurden (vgl. Abbildung 4.25).

Längsstrebe

Die Längsstrebe wurde als Aluminium-Gussbauteil gefertigt (Materialeigenschaften siehe Abschnitt 4.4). Bereits im Prototypenbau konnte so durch den Einsatz von Aluminium ein gutes Verhältnis von Gewicht und Festigkeit erreicht werden, um die geforderten Lastfälle aus Abschnitt 4.4 zu erfüllen. Die Gussform wurde im 3D-Sanddruckverfahren hergestellt.

Da der Prototypenprozess anfällig für Lunker ist, wurden die gefertigten Bauteile mittels Röntgenuntersuchung zerstörungsfrei geprüft. Abbildung 5.2 zeigt eine zusammengesetzte Röntgenaufnahme mit drei Teilaufnahmen. Die Untersuchung ergab keine Unregelmäßigkeiten, sodass die Bauteile für die nachfolgenden Prüfstands- und Fahrzeuguntersuchungen freigegeben wurden.

Elastomerlager

Die Elastomerlager an den Lagerstellen L und RL wurden von VW als Serienbauteile bereitgestellt. Ihre Steifigkeitscharakteristik wurde bereits zu Beginn des Entwicklungsprozesses zur Verfügung gestellt, sodass keine zusätzliche Vermessung erforderlich war. Die Lager blieben

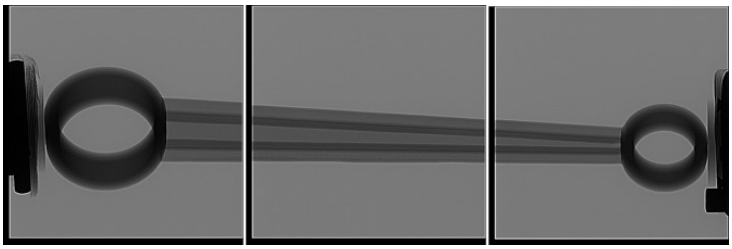
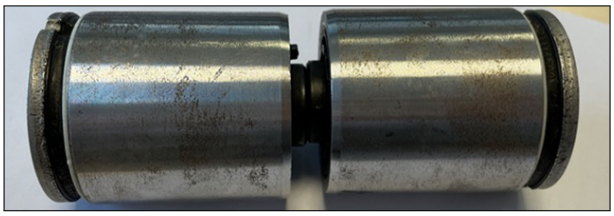


Abbildung 5.2.: Zerstörungsfreie Prüfung des Längslenkers mittels Röntgenverfahren.

über den gesamten Entwicklungszeitraum unverändert.

Im Gegensatz dazu wurden die Lager U und RU als Prototypenbauteile gefertigt, wofür speziell angefertigte Prototypenwerkzeuge zum Einsatz kamen. Abbildung 5.3 zeigt die finalen Prototypen der U- und RU-Lager.

Aufgrund der hohen radialen Vorspannung, die für das RU-Lager erforderlich ist, um die geforderten Steifigkeiten zu erreichen, musste es aufwendig mit einer hydraulischen Presse in die Lageraufnahme eingepresst werden (Abbildung 5.3).



(a)



(b)



(c)

Abbildung 5.3.: Lagerprototypen für die MLTA: **(a)** RU-Lager **(b)** U-Lager; **(c)** Einpressvorgang des RU-Lagers.

Nach der Fertigung wurden die Lager vermessen und mit den Zielwerten verglichen. Da die Messung nicht im eingebauten Zustand erfolgte, wurde die benötigte Vorspannung durch eine entsprechende Vorrichtung aufgeprägt. Die Ergebnisse sind in der nachfolgenden Tabelle dargestellt.

Der Vergleich zeigt deutliche Abweichungen zwischen den ausgelegten Zielwerten und den tatsächlich gemessenen Werten der Prototypenlager. Besonders deutlich fallen die Abweichungen in axialer Richtung (k_3) des U-Lagers sowie in radialer Richtung (k_1 und k_2) des RU-Lagers aus.

Tabelle 5.1.: Vergleich der Elastomereigenschaften der Lager U und RU zwischen der ausgelegten Ausführung (Design) und der gemessenen Prototypenausführung (Prototyp)

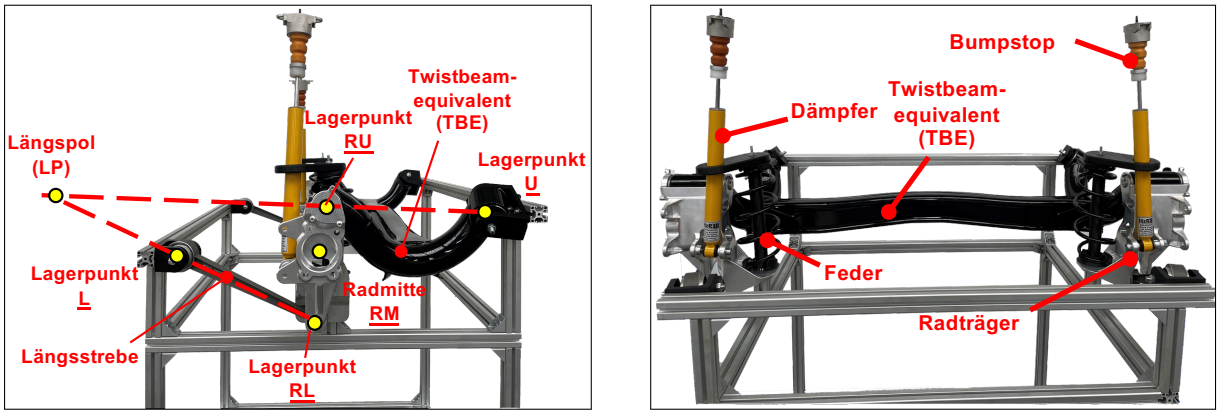
Lagerposition	$\frac{k_1}{\mathrm{N/mm}}$	$\frac{k_2}{\mathrm{N/mm}}$	$\frac{k_3}{\mathrm{N/mm}}$	$\frac{k_4}{\mathrm{Nm/°}}$	$\frac{k_5}{\mathrm{Nm/°}}$	$\frac{k_6}{\mathrm{Nm/°}}$
U (Design)	2750	8850	300	5	5	5
U (Prototyp)	2849	9427	494	5*	5*	7.1
RU (Design)	120 000	120 000	5000	2350	2350	5
RU (Prototyp)	95 696	95 696	3400	1874**	1874*	11.05

* Nicht gemessen
** Aus den radialen Steifigkeiten k_1 und k_2 berechnet

Da die kardanischen Steifigkeiten (k_4 und k_5) des RU-Lagers aufgrund ihrer hohen Werte nicht direkt gemessen werden konnten, wurden sie näherungsweise nach Gleichung (2.45) berechnet. Die Ergebnisse zeigen eine deutliche Reduzierung, die auf die verringerten radialen Steifigkeiten (k_1 und k_2) zurückzuführen ist.

Für das U-Lager wurden die kardanischen Steifigkeiten (k_4 und k_5) nicht gemessen, sodass hier näherungsweise die Steifigkeitswerte aus dem Designzustand übernommen wurden.

Im Anschluss an die Fertigung der Einzelkomponenten erfolgte der Zusammenbau des Achsprototyps. Die nachfolgende Abbildung zeigt den finalen MLTA Prototypen mit den oben beschriebenen gefertigten Komponenten.



(a) **(b)**

Abbildung 5.4.: MLTA-Prototyp, auf einem Gestell zu Demonstrationszwecken montiert, **(a)** MLTA in Seitenansicht mit den Hardpoints: vorderer Karosserielagerpunkt (L), unterer Radträgerlagerpunkt (RL), oberer Radträgerlagerpunkt (RU) und hinterer Karosserielagerpunkt (U), die zusammen das längsorientierte Watt-Gestänge bilden und den Längspol (LP) definieren; **(b)** MLTA in der Vorderansicht mit den verschiedenen Komponenten TBE, Radträger, Längsstrebe, Feder und Dämpfer mit Bumpstop.

5.2. Integration in das Versuchsfahrzeug

Zur realitätsnahen Simulation der BEV-Masseneigenschaften wurden die in Abschnitt 4.1 ausgelegten Massendummies in das Versuchsfahrzeug integriert. Zum Einsatz kamen dabei zwei

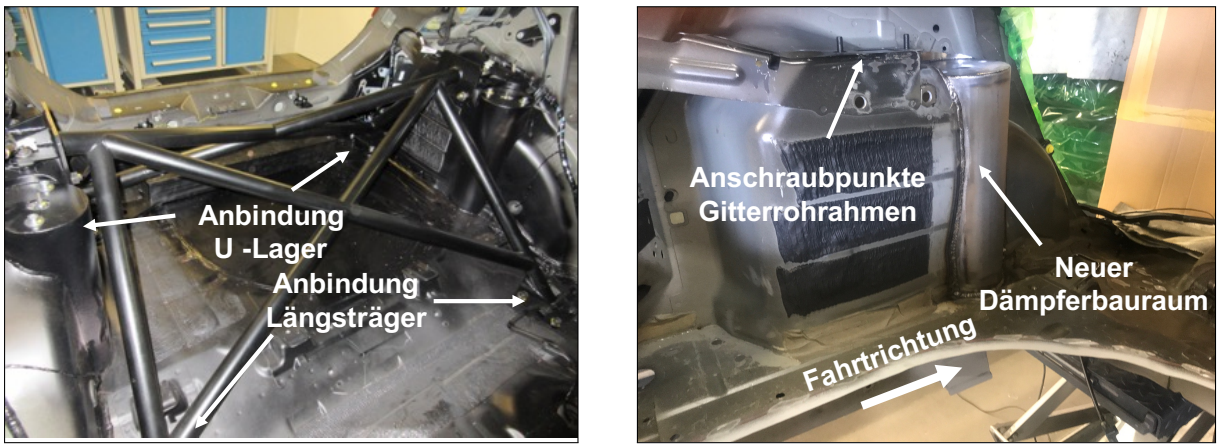
Stahlplatten mit jeweils 135 kg im Unterboden (Abbildung 5.5a) sowie ein weiterer Massendummy mit 50 kg im Kofferraum (Abbildung 5.5b).



(a) **(b)**

Abbildung 5.5.: Massendummies im Prototypenfahrzeug VAR-B und VAR-C zur Abbildung der BEV-Masseneigenschaften: **(a)** Massendummies im Unterbodenbereich; **(b)** Massendummy im Kofferraum.

Für die Integration des MLTA-Prototyps in das Versuchsfahrzeug waren weitere Anpassungen an der Karosserie erforderlich. Wie in Abbildung 5.6a dargestellt, wurde zur Aufnahme der MLTA ein Gitterrohrrahmen verbaut, der die hinteren U-Lagerstellen mit der Karosserie verbindet. Die vorderen L-Lagerstellen wurden über neue Lageraufnahmen von unten an den Längsträger angebunden. Zur zusätzlichen Abstützung wurde der Gitterrohrrahmen im Bereich von L von oben mit dem Längsträger verschraubt und zusätzlich über die vorhandenen Dämpferanschraubpunkte der Serienachse fixiert (Abbildung 5.6b).

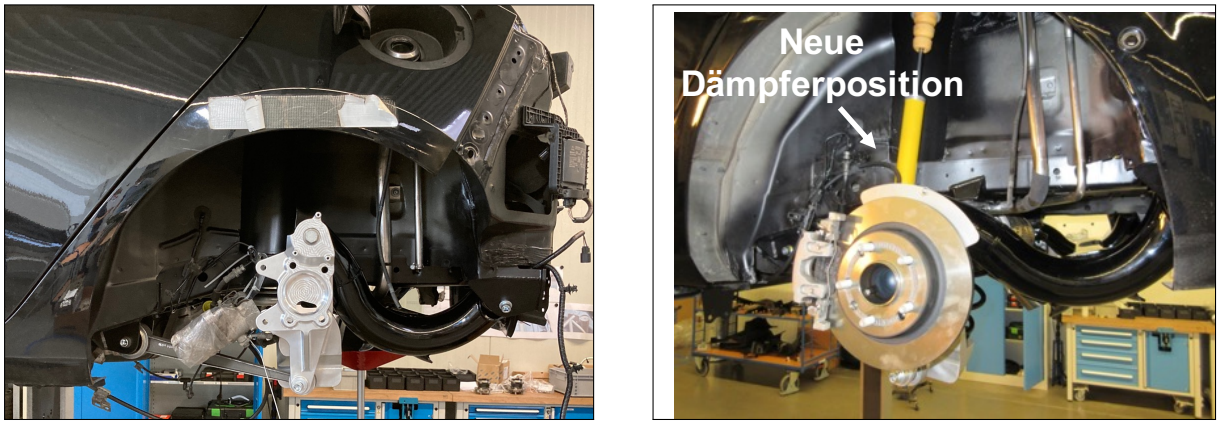


(a) **(b)**

Abbildung 5.6.: Karosserieanpassungen des Versuchsfahrzeugs zur Integration des MLTA-Prototyps: **(a)** Gitterrohrrahmen mit den Anbindungspunkten für die MLTA; **(b)** Aussparung im Radhaus mit Versteifungsstruktur für den neu positionierten Dämpfer.

Wie in Abbildung 5.6b dargestellt, wurde der Dämpfer über eine zusätzlich eingebrachte Versteifungskonstruktion an die Karosserie angebunden. Diese Konstruktion dient zugleich als Aussparung im Radhaus und ermöglicht so die neue Einbaulage.

Abbildung 5.7 zeigt die finale Integration des MLTA-Prototyps in das Versuchsfahrzeug.



(a) **(b)**

Abbildung 5.7.: Umgebautes Versuchsfahrzeug mit MLTA-Prototyp: **(a)** Seitenansicht mit den Anbindungspunkten für die MLTA; **(b)** Detail Ansicht der MLTA mit neue postionierten Dämnpfer.

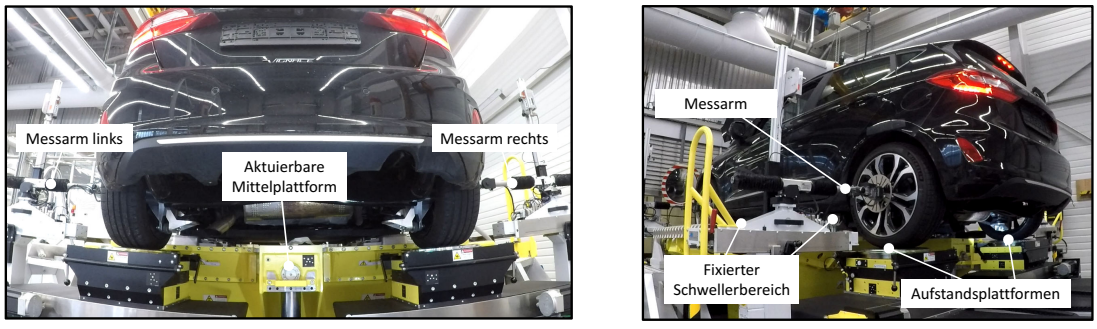
6. Komponenten und Gesamtfahrzeugversuche

Für die objektiven Gesamtfahrzeugversuche wurden sowohl der Ford Fiesta mit der Verbundlenkerhinterachse in Serienausführung und angepasster Feder und Dämpferkennung und Massendummy (VAR-B) als auch der Ford Fiesta mit MLTA Prototyp und Massendummy (VAR-C) getestet. Die Versuche wurden zeitversetzt durchgeführt. Zu Beginn des Entwicklungsprozesses wurde das Serienversuchsfahrzeug (VAR-A) zu (VAR-B) umgerüstet und sowohl objektiv als auch subjektiv bewertet. Am Ende des MLTA-Entwicklungsprozesses wurde der MLTA-Prototyp, wie in Kapitel 5 beschrieben, in das Versuchsfahrzeug integriert (VAR-C), und anschließend auf dieselbe Art und Weise wie (VAR-B) getestet.

Die Gesamtfahrzeugversuche wurden durch Ford auf dem Ford-eigenen KnC-Testrig und der Versuchsstrecke am Standort in Lommel (Belgien) durchgeführt. Aufgrund der hohen Expertise von Ford im Bereich der Fahrzeugerprobung zeigen die Ergebnisse sowohl auf dem KnC-Rig als auch in den objektiven und subjektiven Bewertungen auf der Versuchsstrecke eine hohe Qualität und gute Vergleichbarkeit auf.

6.1. Kinematic & Compliance Messungen

Abbildung 6.1 zeigt den KnC-Prüfstand, den Ford für KnC Messungen verwendet. Es handelt sich um eine *Suspension Parameter Measuring Machine (SPMM)* der Firma AB Dynamics.



(a) **(b)**

Abbildung 6.1.: KnC-Testrig mit MLTA Versuchsfahrzeug: **(b)** Aufbau des KnC Versuchs in Seitenansicht **(a)** Aufbau des KnC Versuchs in Rückansicht

Die relative Bewegung zwischen Fahrwerk und Karosserie wird durch eine in Abbildung 6.1a gezeigte, unter dem Fahrzeug platzierte Plattform erzeugt, die über vier Fixierungspunkte im Schwellerbereich fest mit der Fahrzeugkarosserie verbunden ist (Abbildung 6.1b). Diese Plattform kann in alle sechs Raumrichtungen aktuiert werden. Die Räder stehen fest auf

Aufstandsplattformen, die radindividuell in der Fahrbahnebene bewegbar sind, wodurch sowohl Reifenlängs- als auch Reifenquerkräfte eingeleitet werden können. Die Messung der Radlasten erfolgt ebenfalls über die jeweilige Aufstandsplattform. Die Orientierung und Position jedes Rades wird mittels eines radindividuellen Messarms erfasst. Dieser wird wie in Abbildung 6.1b gezeigt an der Radmittelpunktposition über die Felge mit dem Rad verbunden.

6.1.1. Bestimmung der Fahrzeuggrunddaten

Im Rahmen eines Vorversuchs für die KnC Messung wurden die Radlasten der Versuchsfahrzeuge in zwei spezifischen Beladungszuständen erfasst:

- **Leerzustand (Curb)**: Hierbei handelt es sich um das Fahrzeug ohne Insassen, jedoch inklusive aller Betriebsflüssigkeiten [98].
- **Zustand mit zwei Insassen (2UP)**: Dieser Zustand berücksichtigt zwei Insassen (Fahrer und Beifahrer), wobei ein standardisiertes Gewicht von jeweils 68 kg angenommen wird.

Für beide Zustände, Curb und 2UP, erfolgte die Bestimmung der Radlasten mithilfe von Radlastwaagen. Tabelle 6.1 zeigt die Messergebnisse der Radlasten sowie die daraus resultierenden Achslasten und Gewichtsverteilungen für die Varianten A, B und C. Für Variante A wurden die Daten unter Verwendung eines MKS-Modells des Gesamtfahrzeugs ermittelt.

Tabelle 6.1.: Vergleich der Rad- und Achslasten (kg) für die Fahrzeugvarianten A, B und C: Messungen erfolgten mittels Radlastwaagen für die Varianten B und C sowie durch Mehrkörpersimulation (MKS) für Variante A, jeweils für die Beladungszustände Curb (Leergewicht) und 2UP (mit zwei Personen a 68kg).

Position	Curb A	Curb B	Curb C	2UP A	2UP B	2UP C
Links Vorne	357	413	409	391	449	446
Rechts Vorne	357	389	386	390	427	426
Links Hinten	229	347	356	263	384	386
Rechts Hinten	228	351	359	263	383	386
Achslast Vorne	714	802	795	781	876	872
Achslast Hinten	457	698	715	526	767	772
Verteilung %V	61%	53.5%	52.6%	59.7%	53.3%	53%
Verteilung %H	39%	46.5%	47.4%	40.3%	46.7%	47%
Gesamt	1171	1500	1510	1307	1643	1644

Es zeigte sich für Variante B eine Gesamtgewichtszunahme von 329 kg und für Variante C entsprechend eine Zunahme von 339 kg, was in etwa dem Gewicht des Massendummies von 320 kg entspricht (siehe Abschnitt 4.1). Die Unterschiede zwischen den Varianten B und C lassen sich durch die unterschiedlichen Massen der Hinterachsen (MLTA zu VLA), sowie durch das Zusatzgewicht des Gitterrohrrahmens bei Variante C erklären. Auch können weitere Ab-

weichungen durch unterschiedliche Flüssigkeitsstände (Tankstand, Motorölstand) verursacht werden.

Die Basisvariante (VAR-A) zeigt eine frontbetonte Gewichtsverteilung von etwa 60 % vorne zu 40 % hinten. Demgegenüber weisen die Varianten B und C dank der Massendummies eine nahezu ausgeglichene Gewichtsverteilung von etwa 53 % vorne zu 47 % hinten auf. Die Messergebnisse zeigen zudem eine gute Übereinstimmung zu den ausgelegten Fahrzeugdaten aus Tabelle 4.2.

Zusätzlich wurde für jeden Beladungszustand der Einfederzustand, definiert als Standhöhe des Fahrzeugs, ermittelt. Dazu wurde wie in Abbildung 6.2 gezeigt, der Abstand ($G =$ Unterkante Radhaus zu Oberkante Felgenhorn) und der Abstand ($H =$ Unterkante Radhaus zu Unterkante Felgenhorn) vermessen. Daraus folgt die Standhöhe zu:

$$\text{Standhöhe} = \frac{H - G}{2} + G \tag{6.1}$$

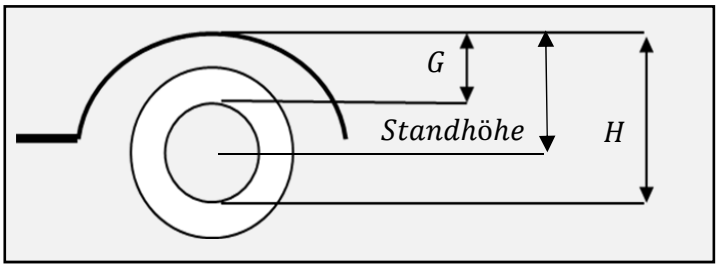


Abbildung 6.2.: Bestimmung der Standhöhe durch Vermessung der Abstände zwischen oberen und unterer Kante des Felgenhorns und der Unterkante des Radhauses

Tabelle 6.2 zeigt die an Vorder- und Hinterachse ermittelten Standhöhen für jedes Rad. Die gemessenen Standhöhen für Variante A wurden von Ford zur Verfügung gestellt. Für Variante B lagen keine Messungen der Standhöhe im 2UP Zustand vor, weshalb der Wert für das betrachtete Rad (hinten links) aus den KnC-Daten nach Abbildung 6.3a hergeleitet wurde. Für VAR-C wurden beide Beladungszustände vermessen.

Tabelle 6.2.: Standhöhe (mm) der verschiedenen Fahrzeugvarianten A, B und C, für die Beladungszustände Curb und 2UP

Position	Curb A	Curb B	Curb C	2UP A	2UP B	2UP C
Links Vorne	356	356	357	344	–	344
Rechts Vorne	358	357	355	347	–	344
Links Hinten	361	348	335	348	337	331
Rechts Hinten	364	350	335	351	–	328

Die Ergebnisse zeigen signifikante Unterschiede in den Standhöhen an der Hinterachse für die Varianten B und C im Vergleich zum Referenzfahrzeug (VAR-A). Konkret beträgt die Abweichung am Rad hinten links bei Variante B -13 mm und bei Variante C -26 mm im Beladungszustand Curb. Im Beladungszustand 2UP sind die Differenzen -11 mm für Variante

B und −17 mm für Variante C. Die primären Gründe für die veränderten Einfederzustände der Varianten B und C werden in Toleranzen der Federvorspannung der Prototypenfedern und in veränderten Federraten vermutet. Insbesondere führen die erhöhten Federraten bei den Varianten B und C zu einer reduzierten Ausfederung aus der Konstruktionslage wie im späteren noch in Abbildung 6.3a gezeigt wird.

In einem weiteren Vorversuch auf dem KnC-Rig wurden die Massenträgheitsmomente und die exakte Position des Gesamtfahrzeugschwerpunkts bestimmt. Die Messungen erfolgten im Leerzustand (Curb).

Hierzu wird das Fahrzeug, wie in Abbildung 6.1b dargestellt, an der Mittelplattform fixiert und soweit angehoben, bis alle Räder den Bodenkontakt verlieren. Im Anschluss erfolgt eine Serie von quasi-statischen Hub-, Roll- und Nickbewegungen, die von der Mittelplattform induziert werden. Die dabei auftretenden Kräfte und Momente werden an der Plattform gemessen. Aus diesen Werten lässt sich die exakte Position des Fahrzeugschwerpunkts in der x- und z-Richtung bestimmen. Die Angabe in x-Richtung erfolgt im globalen Koordinatensystem, während die Schwerpunkthöhe in z-Richtung, wie üblich, relativ zur Fahrbahnebene bestimmt wird. In ähnlicher Weise werden auch die Massenträgheitsmomente des Versuchsfahrzeugs bestimmt, wobei diese Bewegungen dynamisch aufgeprägt werden.

Tabelle 6.3.: Schwerpunktspositionen und Massenträgheiten im globalen Referenzsystem im Beladungszustand Curb, VAR-A (MKS), VAR-B und VAR-C gemessen auf dem KnC-Testrig

Parameter	Einheit	VAR A (Adams)	VAR B (KnC)	VAR C (KnC)
Schwerpunkt x	mm	2764.5	2951.9	2972.4
Schwerpunkt z (Fahrbahn)	mm	588.4	489.2	488.1
Rollträgheit Ixx	$kg\,mm^2$	4.48×10^8	5.08×10^8	5.06×10^8
Nickträgheit Iyy	$kg\,mm^2$	1.61×10^9	1.92×10^9	1.96×10^9
Gierträgheit Izz	$kg\,mm^2$	1.70×10^9	2.01×10^9	2.08×10^9

Tabelle 6.3 zeigt die Messergebnisse des Vorversuchs zur Bestimmung der Masseneigenschaften. Die Ergebnisse decken sich gut mit den ursprünglich ausgelegten Masseneigenschaften aus Tabelle 4.1.

Es zeigt sich, dass die Schwerpunkthöhe für die Varianten B und C durch die verwendeten Massendummies und die geänderten Einfederzustände um etwa −100 mm abgesenkt wurde. Auch der Schwerpunkt in x-Richtung verlagert sich durch die Massendummies um 163 mm für Variante B und um 184 mm für Variante C nach hinten, was sich ebenfalls in der Gewichtsverteilung aus Tabelle 6.1 widerspiegelt. Zudem erhöhen sich die Massenträgheitsmomente beider Versuchsfahrzeuge (VAR-B) und (VAR-C), wie in Abschnitt 4.1 ausgelegt, durch die zusätzlichen Massendummies.

6.1.2. Messung der vertikalen Fahrzeugbewegung (Bounce)

Für alle KnC-Versuche wird das Fahrzeug mit dem Beladungszustand 2UP beaufschlagt. Diese Konfiguration entspricht annähernd der Beladung während des objektiven Fahrversuchs (Fahrer + Messtechnik auf dem Beifahrersitz, siehe auch Abbildung 6.12f), und ermöglicht so eine hohe Vergleichbarkeit. Die 2UP Last wird wie oben beschrieben über die Mittelplattform auf das Fahrzeug aufgebracht.

Für die Vermessung der Hubeigenschaften wird über die Mittelplattform eine Hub- und Senkbewegung auf die Karosserie aufgeprägt. Die Messdatenerfassung erfolgt wie oben beschrieben über die Radaufstandsplattformen und die Messarme.

Auswertung der Radlasten und Radfederrate

Abbildung 6.3 zeigt die gemessene Radlast (6.3a) und die daraus abgeleitete radbezogene Federrate (6.3b) als Funktion des Radhubes.

Die Ergebnisse aus Abbildung 6.3a verdeutlichen die Abweichungen in der Standhöhe (auf der sekundären x-Achse) zwischen den verschiedenen Varianten. Die Standhöhe in Designlage im CAD liegt bei 331.2 mm, was in Absolutkoordinaten einer vertikalen Position des Radmittelpunkts von 479.96 mm entspricht. Im Beladungszustand (Design) zeigt vor allem VAR-C eine verringerte Standhöhe von circa -11 mm zur ausgelegten Designlage im CAD. Als Ursache hierfür werden Abweichungen der Prototypen Bauteile zur CAD-Konstruktion vermutet, insbesondere des TBE-Schweißkörpers und der neu positionierten Federanbindung. Diese Annahme wird auch durch die deutlich geringere Abweichung von VAR-B zur vorgesehenen Designhöhe von -3.5 mm gestützt, da hier die Anbindungspunkte aus der Serie beibehalten und lediglich die angepassten Prototypenfedern und -Dämpfer verbaut wurden. Im Beladungszustand (2UP) zeigt VAR-C annähernd Design Standhöhe mit 328 mm. VAR-B hingegen ist deutlich weiter ausgefedert mit einer Standhöhe von 337 mm.

Abbildung 6.3b zeigt die auf den Radmittelpunkt bezogene Federrate, die durch Ableitung der Verläufe aus 6.3a gebildet wird. Da der Gradient aus der Radmittelpunktsbewegung gebildet wird, spiegelt die Federrate die Steifigkeit ohne Reifeneinfluss wider und wird somit nur durch den Einfluss der Aufbaufeder, Bumpstop-Feder, und Nebenfedern (Gummilager) des Fahrwerks bestimmt.

Die in Abbildung 6.3b dargestellten Ergebnisse zeigen bei 2UP einen signifikanten Anstieg der Federrate für VAR-C um etwa 8.5 N/mm im Vergleich zu VAR-B. Zum Vergleich sind zudem die Simulationsergebnisse der ursprünglich ausgelegten Gummilagerkonfiguration (Designed) sowie der gemessenen Prototyp-Konfiguration dargestellt.

Die Ergebnisse verdeutlichen, dass der Anstieg der Federrate maßgeblich auf die erhöhte Torsionsrate des RU-Lagers im Prototyp zurückzuführen ist. Zudem bestätigt sich der erwartete Steifigkeitsanstieg bei der Ausfederung, der durch die Nebenfederrate des RU-Lagers beein-

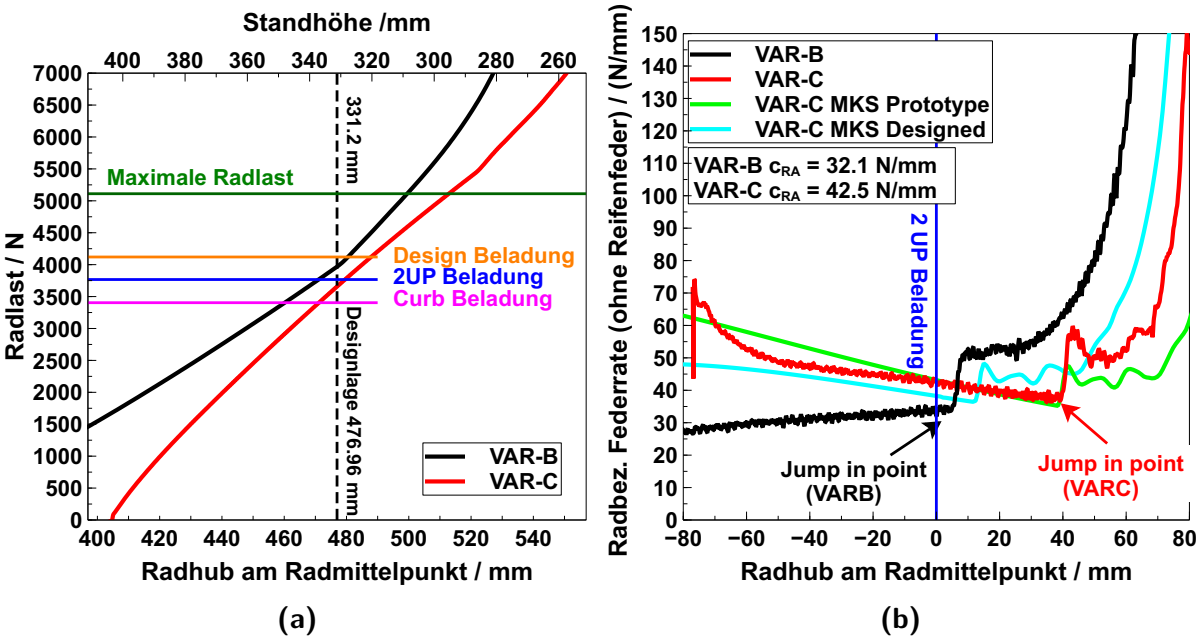


Abbildung 6.3.: Ergebnisse der Radlasten und Federraten für den gleichseitigen Radhub, gemessen am Rad hinten links: **(a)** Radlast (in N) in Abhängigkeit von der Position des Radmittelpunkts und der Fahrzeugstandhöhe (in mm), im globale Koordinatensystem; **(b)** Radfederrate bezogen auf den Radmittelpunkt über den relativen Radhub (2UP).

flusst wird, wie in Abbildung 4.3a beschrieben.

Die Messdaten zeigen für VAR-C zudem einen merklich verzögerten Eingriffspunkt (Jump-in) des Bumpstops bei ungefähr 40 mm Radhub. Der verzögerte Jump-in Zeitpunkt resultiert aus einem fehlenden 25 mm Abstandshalter, der während der Montage irrtümlich nicht mit verbaut wurde, was in der Simulation der (Prototype) Kurve ebenfalls berücksichtigt wurde.

Auswertung der Spur- und Sturzverläufe

Abbildung 6.4 zeigt die Spur- und Sturzwinkelverläufe am linken und rechten Hinterrad von VAR-B und VAR-C. Die Auswertung des Spurwinkelverlaufs, dargestellt in Abbildung 6.4a, verdeutlicht signifikante Unterschiede zwischen beiden Varianten. Insbesondere wird deutlich, dass VAR-C in 2UP Beladung eine Nachspurstellung an beiden Hinterrädern aufweist. Hierbei zeigen sich außerdem deutliche Differenzen zwischen den Fahrzeugseiten: Das linke Rad weist einen Spurwinkel von $-0.26°$ auf, während das rechte Rad einen Winkel von $-0.16°$ aufzeigt. Im Gegensatz dazu, zeigt VAR-B bei 2UP Beladung eine Vorspurstellung von etwa $0.25°$, ohne erkennbare Seitendifferenzen.

Die Ergebnisse der Sturzwinkelmessung aus Abbildung 6.4b zeigen ebenfalls deutliche Abweichungen statischen Sturzwinkel γ_{stat} zwischen beiden Varianten. So zeigt VAR-C einen größeren negativen Sturzwinkel von $-1.43°$am linken Rad, während VAR-B einen Sturzwinkel von $-0.57°$ am linken Rad aufweist.

Die Abweichungen der statischen Spur- und Sturzwinkel sind auf Fertigungstoleranzen des

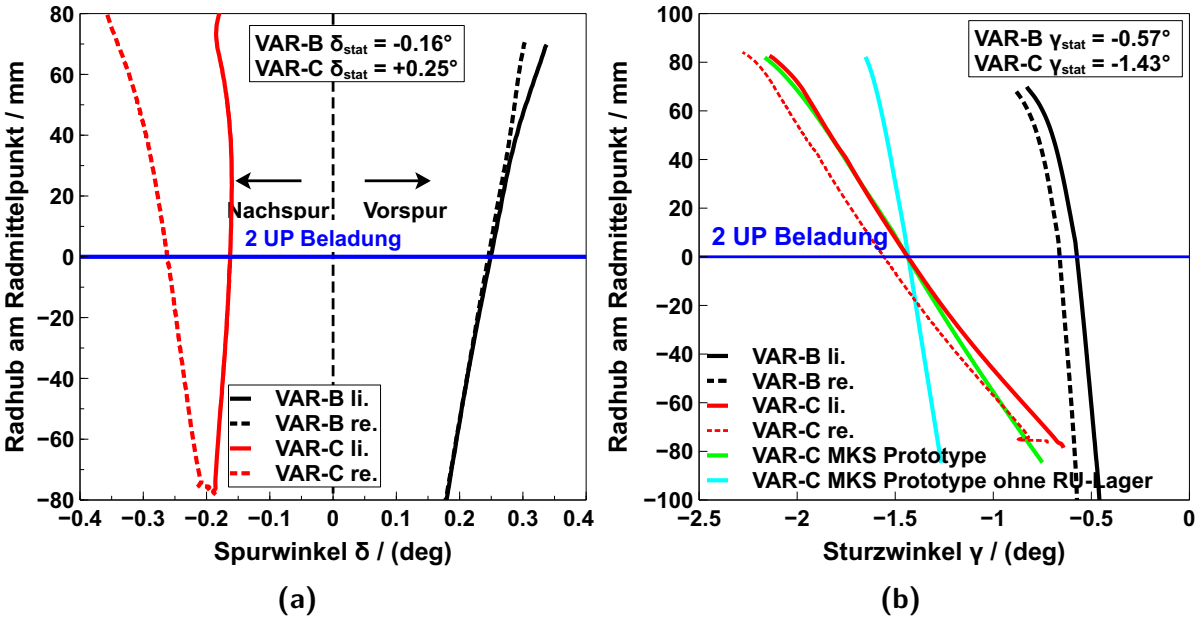


Abbildung 6.4.: Ergebnisse der Spur- und Sturzverläufe für den gleichseitigen Radhub, gemessen am Rad hinten links (li.) und rechts (re.): **(a)** Absoluter Spurwinkel δ in (deg) **(b)** Absoluter Sturzwinkel γ in (deg)

Prototyps zurückzuführen. Mögliche Ursachen sind Verzüge des TBE-Schweißkörpers während des Schweißprozesses sowie Fertigungstoleranzen des Radträgers und der Anschraubpunkte. In ihrer Gesamtheit führen diese Abweichungen zu den veränderten Radstellung.

Weiterhin ist bei VAR-C eine unerwartete Abhängigkeit des Sturzwinkelverlaufs über den gleichseitigen Radhub festzustellen. Bei zunehmender Einfederung (Zunahme der Radlast) nimmt der negative Sturzwinkel, zu während bei Ausfederung (Abnahme der Radlast) der Sturzwinkel abnimmt.

Um die Ursachen dieses Verhaltens zu analysieren, wurde der gleichseitige Radhub auch im MKS-Modell simuliert und der Sturzwinkel ausgewertet. Die Ergebnisse sind in Abbildung 6.4b dargestellt.

Zunächst wurde die Konfiguration mit den Prototyp-Lagern simuliert (grüner Verlauf), wobei eine gute Übereinstimmung zwischen Simulation und Messung erkennbar ist. Anschließend wurde die Nachgiebigkeit des RU-Lagers deaktiviert und durch ein kinematisches Drehgelenk ersetzt (hellblauer Verlauf). Dadurch reduzierte sich die Sturzänderung deutlich und näherte sich dem Verhalten der Serienverbundlenkerachse VAR-B an. Die Nachgiebigkeit des RU-Lagers in trägt somit maßgeblich zur Sturzänderung bei gleichseitigem Radhub bei.

Um den Einfluss der einzelnen Steifigkeitskomponenten zu untersuchen, wurden in einem ergänzenden, hier nicht dargestellten Simulationsschritt die Steifigkeiten des RU-Lagers nacheinander deaktiviert. Dabei zeigte sich, dass insbesondere die kardanische Steifigkeit k_4 um die globale x-Achse (s. Abbildung 4.9) entscheidend für die beobachtete Sturzänderung ist. Nach Gleichung (4.12) wird diese maßgeblich durch die Stützweite d_{RU} sowie die translatorischen

Steifigkeiten k_1 und k_2 bestimmt.

Die verbleibende Sturzänderung resultiert aus der Flexibilität des Achskörpers und liegt für VAR-B und VAR-C in einem ähnlichen Bereich.

Auswertung der Radtrajektorie

Abbildung 6.5 zeigt die Messergebnisse der Radbewegung am linken Rad für den gleichseitigen Radhub. Hierbei wurde die Trajektorie des Radmittelpunktes und des Radaufstandspunktes in der xz-Ebene ausgewertet. Aus den Trajektorien und der daraus abgeleiteten Geschwindigkeit dieser Punkte lassen sich mithilfe der Gleichungen (2.2) bis (2.3) der Schrägfederungswinkel ε und der Bremsabstützwinkel ε^* bestimmen. Durch die Winkel ergeben sich unmittelbare Rückschlüsse auf den Längskomfort und das Nickverhalten.

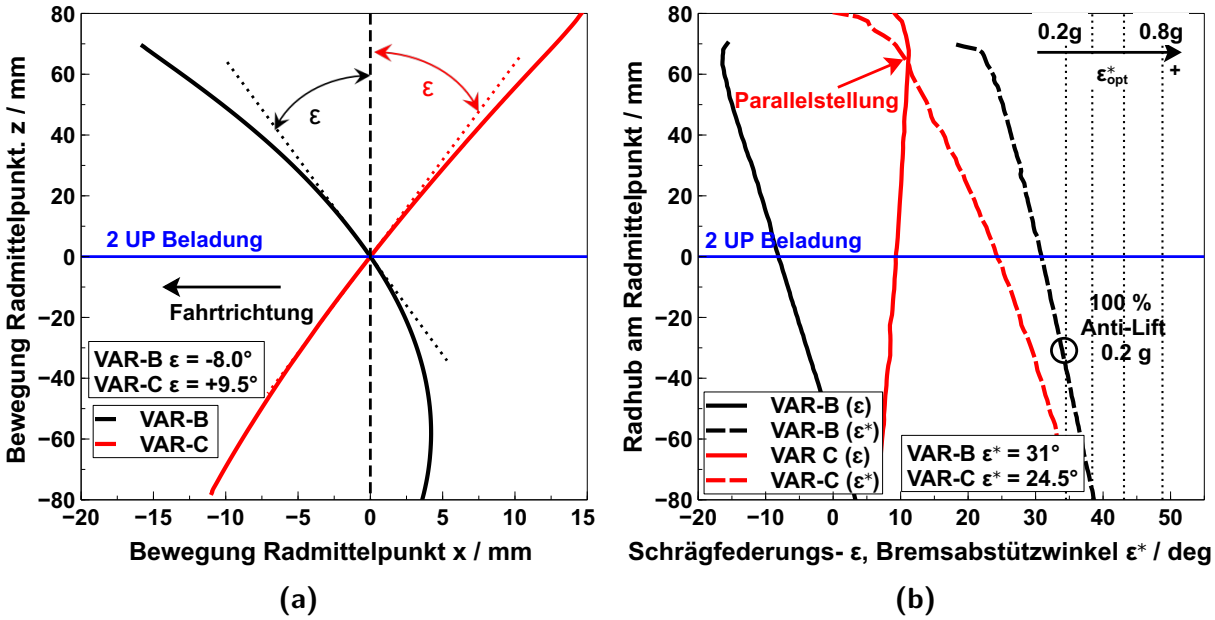


Abbildung 6.5.: Ergebnisse der Radtrajektorie bei gleichseitigem Radhub, gemessen am Rad hinten links: **(a)** Trajektorie des Radmittelpunkts in der xz-Ebene, relativ bezogen auf Beladungszustand 2UP. **(b)** Schrägfederungswinkel ε und Bremsabstützwinkel ε^* in Abhängigkeit vom Radhub, gestrichelt Linien entsprechen dem optimalen Bremsabstützwinkel $\varepsilon^*{}_{opt}$ als Funktion der Verzögerung.

Abbildung 6.5a zeigt die Trajektorie des Radmittelpunktes für VAR-B und VAR-C im Vergleich. Während sich der Radmittelpunkt für VAR-B bei Einfederbewegung in Fahrrichtung bewegt, zeigt VAR-C die erwartete Radmittelpunktsbewegung entgegen der Fahrrichtung. Aus der Auswertung der Trajektorie um den Nullpunkt bei 2UP Beladung ergibt sich der positive Schrägfederungswinkel von 9.5° für VAR-C und der negative Schrägfederungswinkel von $-8°$ für VAR-B.

Aus diesen Ergebnissen lässt sich schlussfolgern, dass die MLTA (VAR-C) aufgrund ihres deutlich verbesserten Schrägfederverhaltens besonders bei großamplitudigen, niederfrequenten Stoßkräften (wie z.B. Bordsteinauffahrten oder Schlaglöchern) ein deutlich komfortableres Verhalten zeigen sollte. Für kleinamplitudige, hochfrequente Anregungen, wie sie dauerhaft

auf der Straße vorkommen, hat das Schrägfederverhalten dagegen so gut wie keinen Einfluss [17].

Wie in Abbildung 6.5b gezeigt, wird mit zunehmender Einfederung der Schrägfederungswinkel (ε) für VAR-B negativer, während VAR-C eine Zunahme von ε bei steigender Einfederung aufweist. Die MLTA (VAR-C) wird also bei Beladungszunahme tendenziell komfortabler auf Längsstöße reagieren, während VAR-B mit zunehmender Beladung eine Abnahme des selbigen ausweisen wird.

Der Schnittpunkt der Verläufe von Schrägfederungs- und Bremsstützwinkel für die MLTA markiert die Parallelstellung des Watt-Gestänges. An diesem Punkt sind beide Winkel identisch, sodass die Geschwindigkeitsvektoren am Radmittelpunkt und Radaufstandspunkt in die gleiche Richtung zeigen (siehe Abbildung 2.2). Dadurch treten keine rotatorischen Anteile auf, und das Rad bewegt sich rein translatorisch.

Abbildung 6.5b zeigt deutliche Unterschiede in den Bremsabstützwinkeln ε^* zwischen VAR-C und VAR-B. Bei einer Beladung von 2UP erreicht VAR-C einen Bremsabstützwinkel von 24.5°, während VAR-B bei identischer Beladung einen merklich größeren Winkel von 31° aufzeigt. Die optimalen Bremsabstützwinkel (${\varepsilon^*}_{opt}$) ergeben sich aus der idealen Bremskraftverteilung des Serienfahrzeugs (VAR-A) sowie aus den veränderten Masseneigenschaften von VAR-B und VAR-C aus den Tabellen 6.1 und 6.3:

$$\varepsilon_{opt}(a_x) = \frac{\Delta F_{z,h}}{F_{B,h}} \tag{6.2}$$

$$\text{mit} \quad \Delta F_{z.h} = m_{B/C} \cdot g \cdot a_x \frac{h_{B/C}}{l} \quad \text{und} \quad F_{B,h} = m_A \cdot g \left(a_x \frac{l_{v,A}}{l} - a_x^2 \frac{h_A}{l} \right) \tag{6.3}$$

$$m_{B/C} = 1643\,\mathrm{kg}, \quad m_A = 1307\,\mathrm{kg} \qquad h_A = 0.588\,\mathrm{m}$$
$$h_{B/C} = 0.488\,\mathrm{m}, \quad l = 2.49\,\mathrm{m}, \quad \frac{l_{v,A}}{l} = 40.3\,\%$$

Hierbei ist ${\varepsilon^*}_{opt}(a_x)$ der optimale Bremsabstützwinkel, welcher von der Verzögerung a_x abhängt. Der Term $\Delta F_{z,h}$ repräsentiert die Radlastdifferenz durch die veränderten Masseneigenschaften während $F_{B,h}$ die durch die elektronische Bremskraftverteilung (EBV) festgelegte Bremskraftverteilung des Serienfahrzeugs widerspiegelt. Es wird hierbei näherungsweise angenommen, dass diese der idealen Bremskraftverteilung für VAR-A entspricht.

Die optimalen Abstützwinkel, in Abbildung 6.5b als vertikale gepunktete Linien dargestellt, zeigen ein Spektrum von 34° bei einer Verzögerung von 0.2 g bis hin zu 49° bei 0.8 g. Aus dem Verhältnis zwischen dem optimalen Abstützwinkel und dem tatsächlichen Bremsabstützwinkel ergibt sich das besonders im englischsprachigen Raum oft verwendete Anti-Lift-Verhältnis. Der Schnittpunkt zwischen dem optimalen Winkel und dem Bremsabstützwinkel entspricht

demzufolge einem Anti-Lift Wert von 100 %. Wie in Abbildung 6.5b dargestellt, erreicht VAR-B diesen Wert bei einer Ausfederung von etwa 30 mm für eine Verzögerung von 0.2 g.

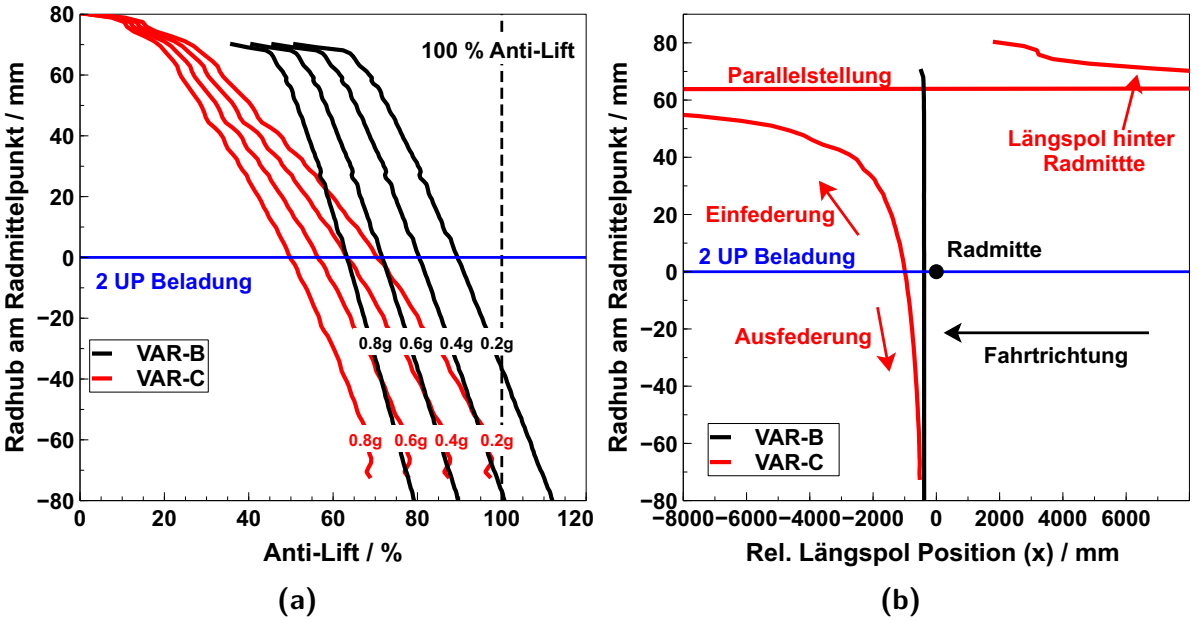


Abbildung 6.6.: Ergebnisse der Hubversuche auf dem KnC-Testrig - gemessen am Rad hinten links: **(a)** Trajektorie des Radmittelpunkts in der xz-Ebene - relative Position bezogen auf Beladungszustand 2UP. **(b)** Längspol Trajektorie in Abhängigkeit vom relativen Radhub

Abbildung 6.6a zeigt die daraus hergeleiteten Anti-Lift Verläufe. Der Vergleich verdeutlicht, dass VAR-B aufgrund seines größeren Bremsabstützwinkels ein entsprechend höheres Anti-Lift-Verhältnis im Vergleich zu VAR-C besitzt. Konkret zeigt sich bei einer Verzögerung von 0.2 g und 2UP Beladung ein Anti-Lift Verhältnis von etwa 90 % für VAR-B, das mit zunehmender Verzögerung auf 63 % abfällt.

Im Gegensatz besitzt VAR-C bei 2UP Beladung und 0.2 g ein Anti-Lift Verhältnis von 70 %, das sich bis 0.8 g auf etwa 50 % verringert. Der Vergleich der Anti-Lift-Verläufe zeigt außerdem, dass VAR-C eine höhere Sensitivität gegenüber Ein- und Ausfederung zeigt. Das heißt sowohl bei Beladungszunahme als auch beim Bremsen (Ausfederung) verringert sich der Anti-Lift Wert für VAR-C deutlicher als für VAR-B.

Aus dem Verhältnis aus Schrägfederungswinkels und Bremsabstützwinkel lässt sich der Abstand in x-Richtung vom Längspol zur Radmitte gemäß Gleichung (2.5) bestimmen. Den Verlauf zeigt Abbildung 6.6b. Es zeigt sich die erwartete Parallelstellung des MLTA-Wattgestänges bei etwa 63 mm. Dies äußert sich darin, dass der Längspol zu diesem Zeitpunkt eine Definitionslücke ($\pm\infty$) aufweist. Die Parallelstellung lässt sich ebenfalls wie oben beschrieben gut aus Abbildung 6.5b aus dem Schnittpunkt von Schrägfederungs- und Bremsabstützwinkel ablesen. Für das Bremsabstützverhalten ist die Parallelstellung demnach von untergeordneter Bedeutung, da der Bremsabstützwinkel gemäß Gleichung (2.3) ausschließlich durch die translatorische Geschwindigkeit des Radaufstandspunktes bestimmt wird.

6.1.3. Messung der Rollbewegung des Fahrzeugs (Roll)

Zur Bestimmung der Rolleigenschaften wird über die Mittelplattform eine Rollbewegung auf das Fahrzeug aufgeprägt. Hierbei werden wieder die entstehenden Radkräfte die Radstellungen relativ zum Fahrzeugaufbau und die Fahrzeugaufbaubewegung gemessen.

Auswertung der Rollraten

Aus den Messdaten der Radlaständerung, dem Rollwinkel und der Spurweite lassen die Rollmomente als Funktion des Rollwinkels bestimmen.

Abbildung 6.7a zeigt die für die Hinterachse ermittelten Rollraten, die aus der Ableitung des Rollmomentenverlaufs nach dem Rollwinkel bestimmt wurden. Um für einen ersten Vergleich mögliche Einflussfaktoren des Reifens, wie beispielsweise variierenden Reifendruck auszuschließen, wurde der Einfluss des Reifens auf den Rollwinkel herausgerechnet. Daraus ergibt sich die Rollrate, die unabhängig vom Reifeneinfluss ist. Ein negativer Rollwinkel entspricht, gemäß dem globalen Koordinatensystem – hierbei ist die x-Achse in Fahrrichtung nach hinten gerichtet –, einer Fahrzeugrollbewegung in einer Linkskurve. Dies bedeutet konkret: Das Fahrzeug rollt, während es sich in Fahrtrichtung bewegt, nach rechts, also zur Kurvenaußenseite.

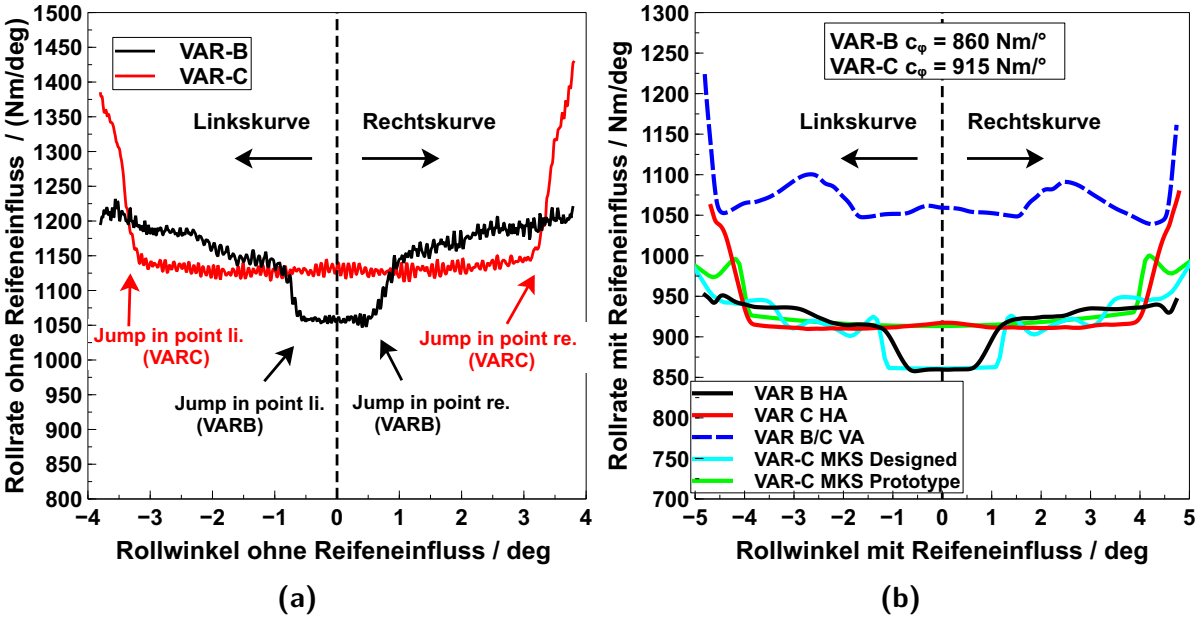


Abbildung 6.7.: Rollraten der Versuchsfahrzeuge gemessen auf dem KnC-Rig: **(a)** Rollrate der Hinterachse ohne den Einfluss der Reifensteifigkeit; **(b)** Rollrate der Vorderachse und der Hinterachse mit Einfluss der Reifensteifigkeit.

Der Vergleich verdeutlicht, dass VAR-C, bedingt durch die erhöhten Nebenfederraten (siehe hierzu auch Abbildung 4.3a), eine um 7 % erhöhte Rollrate um die Nulllage aufweist. Bei einem Rollwinkel von etwa $\pm 1°$ erreicht die Rollrate für VAR-B – aufgrund des Einsetzens des Bumpstops (Jump in) – das Niveau von VAR-C und steigt mit zunehmendem Rollwinkel linear weiter an. VAR-C zeigt bis zu einem Rollwinkel von etwa $\pm 3.5°$ eine nahezu konstante Rollrate.

Bei Erreichen dieses Winkels und dem Einsetzen der Bumpstop-Feder erfolgt ein sprunghafter Anstieg der Rollrate.

Abbildung 6.7b zeigt die Rollraten für Vorder- und Hinterachse unter Berücksichtigung des Reifeneinflusses. Zum Vergleich sind die simulierten Verläufe der Gummilagerkonfiguration mit den ursprünglich ausgelegten Lagern (Designed) sowie den gemessenen Lagereigenschaften des Prototyps dargestellt.

Die Simulation der „Designed"-Konfiguration stimmt gut mit dem gemessenen Rollratenverlauf von VAR-B überein. Im Gegensatz dazu zeigt die Prototyp-Konfiguration bereits um die Nulllage eine erhöhte Rollrate, die sich ebenfalls gut mit den Messergebnissen des Prototypen (VAR-C) deckt. Dies bestätigt, dass der Anstieg maßgeblich auf die erhöhte Torsionssteifigkeit (k_6) des RU-Lagers zurückzuführen ist.

Die Rollrate der Vorderachse bleibt zwischen VAR-B und VAR-C unverändert (blau gestrichelt). Somit ergibt sich in etwa ein Rollratenverhältnis von Vorder- zu Hinterachse von 55 % vorne zu 45 % hinten.

Auswertung des Rollzentrums

Für die Auswertung des Rollzentrums werden die Messdaten gemäß Gleichungen (2.7) bis (2.10) ausgewertet. Dadurch lassen sich sowohl die Höhe als auch der Querversatz des Rollzentrums über den Radhub bestimmen.

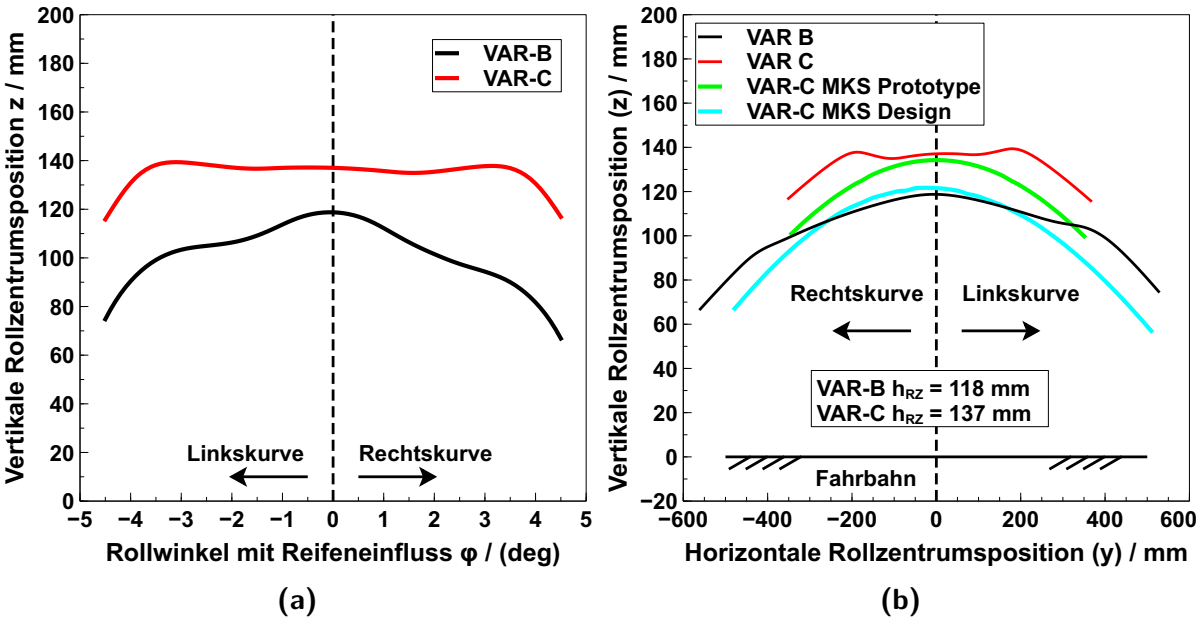


Abbildung 6.8.: Rollzentrum der Versuchsfahrzeuge gemessen auf dem KnC-Rig: **(a)** Rollzentrumshöhe in Abhängigkeit vom Rollwinkel des Fahrzeugs; **(b)** Position des Rollzentrums in vertikaler und horizontaler Richtung.

Abbildung 6.8a zeigt die ausgewertete Rollzentrumshöhe beider Versuchsfahrzeuge in Abhängigkeit vom Rollwinkel. Der Vergleich verdeutlicht Unterschiede: In der Mittellage liegt das

Rollzentrum von VAR-C bei 137 mm, während es für VAR-B bei 118 mm beträgt. Zudem bleibt die Rollzentrumshöhe von VAR-C bis etwa 4° Rollwinkel nahezu konstant und sinkt erst danach ab. Dies ist darauf zurückzuführen, dass ab diesem Punkt der Bumpstop einsetzt (siehe Abbildung 6.7a), wodurch hohe Kräfte entstehen, die die Elastokinematik und demnach auch die Radtrajektorie des Radaufstandspunktes beeinflussen.

Abbildung 6.8b zeigt die absolute Position des Rollzentrums relativ zur Fahrbahn. In einer Linkskurve rollt das Fahrzeug nach außen, wodurch sich das Rollzentrum ebenfalls in positive y-Richtung verlagert. Zur Untersuchung des Einflusses der Lagersteifigkeiten wurden erneut Simulationen mit der „Designed"- und „Prototype" Gummilagerkonfiguration durchgeführt und mit den Messergebnissen verglichen.

Der Vergleich der Verläufe bestätigt eine gute Übereinstimmung zwischen Simulation und Messung, insbesondere in der Mittenlage. Das bedeutet, dass die reduzierte Steifigkeit des RU-Lagers in Kombination mit der erhöhten Rate im Prototyp zu einem Anstieg des Rollzentrums führt.

Auswertung der Spur- und Sturzverläufe

Analog zum gleichseitigen Radhub wurde auch der Verlauf von Spur- und Sturzwinkel für den wechselseitigen Radhub analysiert. Der Vergleich zeigt, dass VAR-B bei Ein- und Ausfederung einen leicht abknickenden Spurverlauf aufweist, während dieser für VAR-C nahezu linear verläuft. Der Spurgradient um die Nulllage (2UP) ist jedoch für beide Varianten ähnlich: $0.31'/\text{mm}$ für VAR-B und $0.36'/\text{mm}$ für VAR-C.

Zum Vergleich: Die kinematische Vorauslegung von Niessing ergab für den Spurgradienten in der 2UP-Position einen Wert von $0.43'/\text{mm}$, was eine gute Übereinstimmung mit den gemessenen Werten zeigt [88].

Die Auswertung des Sturzwinkelverlaufs zeigt ein ähnliches Bild. Variante C weist im Vergleich zu VAR-B einen leicht erhöhten Sturzgradienten auf, mit einem Wert von $-3.0'/\text{mm}$ gegenüber $-2.8'/\text{mm}$. Der kinematische Gradient in der 2UP-Position liegt mit $-2.36'/\text{mm}$ geringfügig darunter.

6.1.4. Auswertung der Nachgiebigkeiten

Zur Bewertung der Nachgiebigkeiten wurden, wie im Auslegungskapitel 4.3.1 beschrieben, die drei Lastfälle Kurvenfahrt, Hindernisüberfahrt und Bremsen analysiert.

Abbildung 6.10 zeigt die Ergebnisse des Lastfalls Kurvenfahrt. Hierbei wurde an beiden Radaufstandspunkten der Achse eine gleichgerichtete Seitenkraft von etwa $\pm 3000\,\text{N}$ mit einem Nachlaufversatz von 30 mm eingeleitet (siehe auch Abbildung 4.7a).

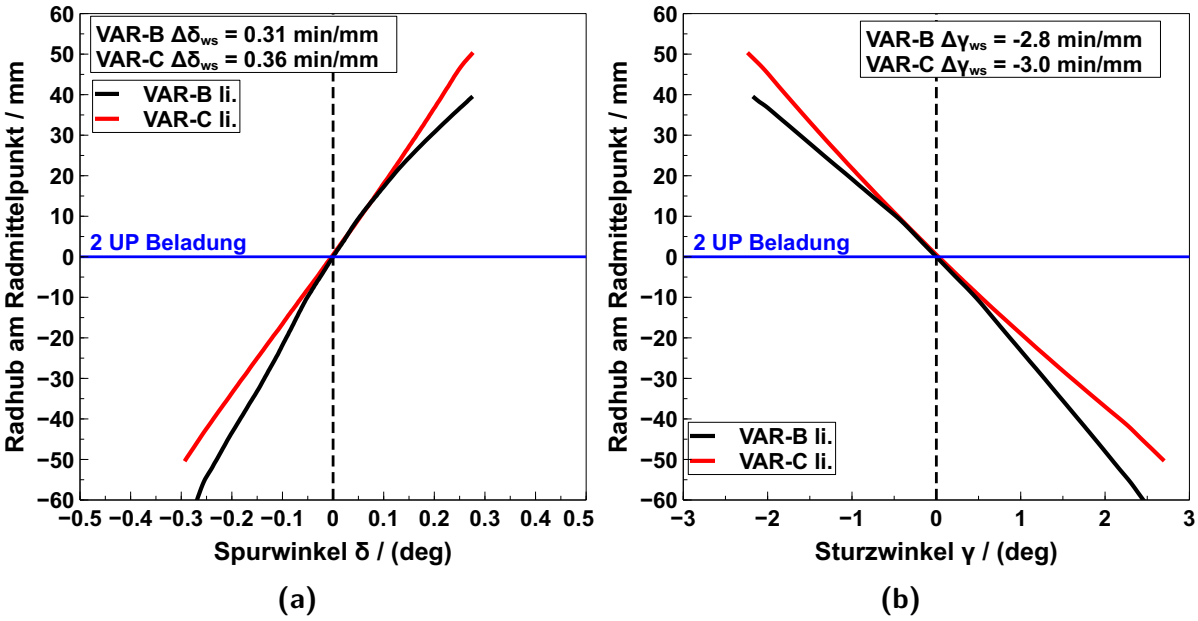


Abbildung 6.9.: Ergebnisse der Spur- und Sturzwinkelverläufe für den wechselseitigen Radhub am Radmittelpunkt, gemessen am Rad hinten links (li.) und rechts (re.); **(a)** absoluter Spurwinkel δ in (deg); **(b)** absoluter Sturzwinkel γ in (deg).

Die relative Sturzänderung am linken Hinterrad infolge der Elastizitäten ist in Abbildung 6.10a dargestellt. Der Vergleich zeigt deutliche Unterschiede zwischen VAR-B mit einer Sturznachgiebigkeit von 0.18 °/kN und VAR-C mit 0.31 °/kN. Zum Vergleich sind auch die simulierten Steifigkeitsverläufe der „Designed"- und „Prototype"-Gummilagerkonfigurationen dargestellt. Die Abweichungen in den Lagereigenschaften des Prototyps führt dennoch zu einer signifikanten Erhöhung der Sturznachgiebigkeit von 30 % ausgehend vom Designed-Wert von 0.25 °/kN. Der Vergleich zwischen dem Simulationsergebnis des Prototypen-Lagers und den gemessenen Werten zeigt eine gute Übereinstimmung, wodurch die Berechnungsergebnisse als valide betrachtet werden können.

Ein ähnliches Bild zeigt die Auswertung der Spurnachgiebigkeit in Abbildung 6.10b. Durch die geänderten Lagereigenschaften des Prototyps weicht die Spurnachgiebigkeit deutlich vom „Designed"-Wert von $-0.021\,°/\text{kN}$ ab und erreicht im gemessenen Prototyp einen Wert von etwa $-0.01\,°/\text{kN}$. Im Vergleich dazu weist Variante B eine deutlich höhere Spurnachgiebigkeit von $-0.05\,°/\text{kN}$ auf.

Die Quernachgiebigkeit, dargestellt in Abbildung 6.10c, zeigt hingegen geringere Abweichungen zwischen den Varianten. VAR-B erreicht eine Quernachgiebigkeit von 2.94 mm/kN, während VAR-C mit 3.27 mm/kN leicht darüber liegt.

Die Ergebnisse zeigen somit auch abschließend, dass mit der Lager-Konfiguration (Designed) die gewünschten Zielwerte für die Spur-, Sturz- und Quernachgiebigkeit erreicht werden können.

Zur Bewertung der Nachgiebigkeit in den Lastfällen Hindernisüberfahrt und Bremsen wurde eine gleichgerichtete Längskraft von etwa ± 3000 N an beiden Rädern eingeleitet. Dabei wurde

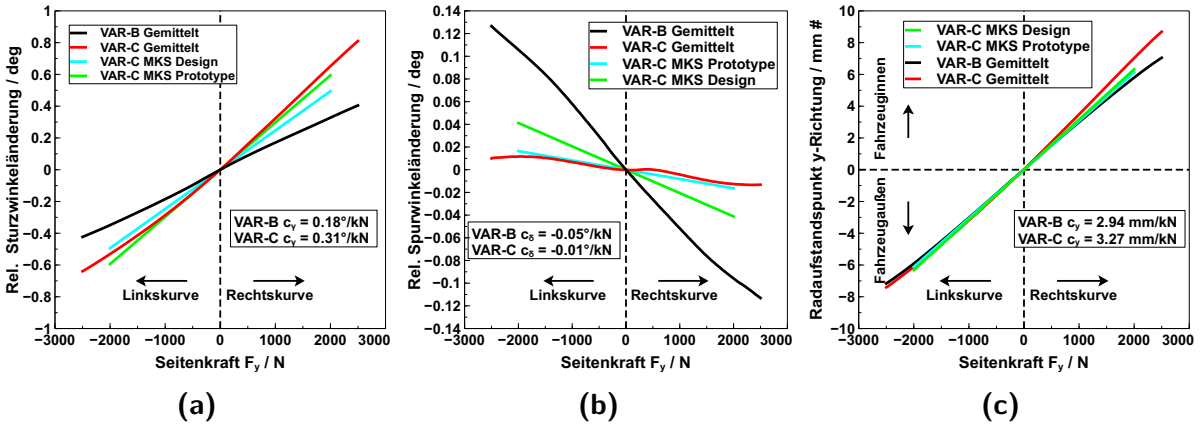


Abbildung 6.10.: Ergebnisse der Nachgiebigkeitsversuche für eine eingeleitete Querkraft mit einem zusätzlichen Offset von 30 mm zur Berücksichtigung des Reifennachlaufs: **(a)** Sturznachgiebigkeit, **(b)** Spurnachgiebigkeit, **(c)** Quernachgiebigkeit.

die Kraft beim Hindernisversuch am Radmittelpunkt und beim Bremsversuch am Radaufstandspunkt appliziert.

Die Einleitung der Längskraft am Radmittelpunkt erfolgte durch eine feste Verbindung der Räder mit der Radaufstandsplattform mittels einer Spannsicherung. Dadurch wurde ein Abrollen verhindert, sodass eine reine Längskraft ohne zusätzliche Momentenanteile am Radmittelpunkt eingeleitet werden konnte. Diese Versuchsanordnung stellt näherungsweise eine Stoßkraft dar.

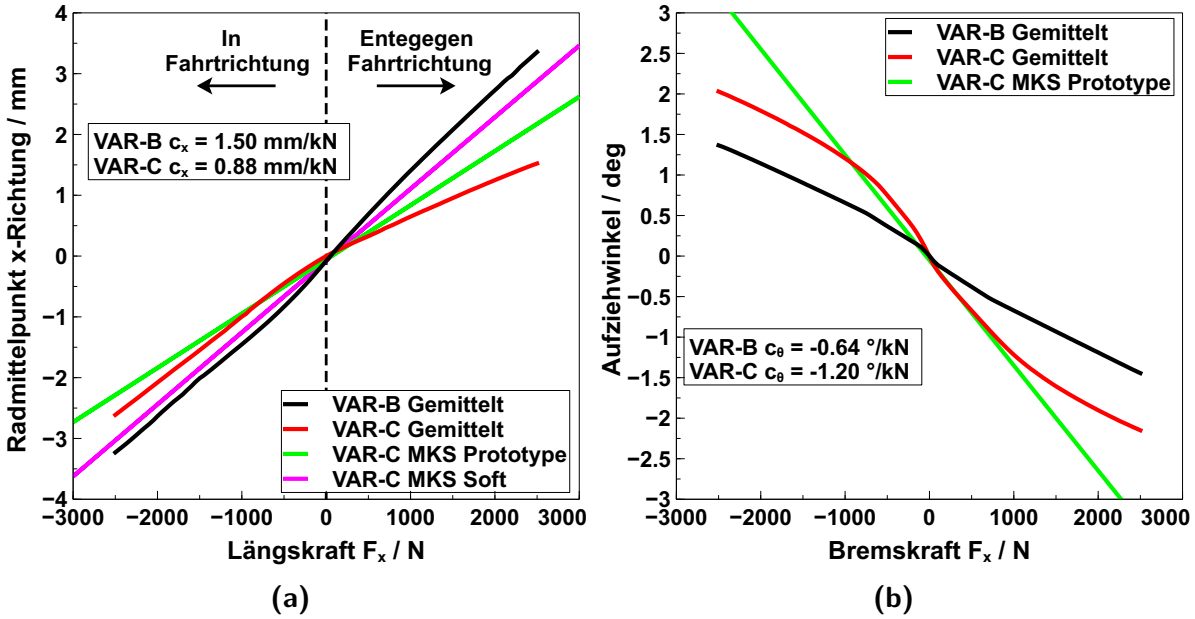


Abbildung 6.11.: Ergebnisse der Nachgiebigkeitsversuche für eine eingeleitete Längskraft: Abbildung 6.11a zeigt die Längskraft am Radmittelpunkt (Lastfall Hindernis), Abbildung 6.11b die Bremskraft am Radaufstandspunkt (Lastfall Bremsen).

Abbildung 6.11a zeigt die Messergebnisse der eingeleiteten Längskraft am Radmittelpunkt und vergleicht die Varianten VAR-B und VAR-C. Der Vergleich verdeutlicht, dass VAR-B mit 1.50 mm/kN eine deutlich höhere Längsnachgiebigkeit aufweist als VAR-C mit 0.88 mm/kN.

Der größte Einflussfaktor ist das hintere U-Lager. Wie bereits in Abbildung 4.7a gezeigt, überträgt es den Großteil der Längskräfte an die Karosserie. Demnach führt die Versteifung des U-Lagers in radialer Richtung um den Faktor 1.6 in k_1 und um den Faktor 20 in k_2 im Vergleich zum Serienlager der Verbundlenkerachse zu einer erheblichen Reduzierung der Längsnachgiebigkeit.

Zum Vergleich sind in Abbildung 6.11a auch die simulierten Werte der Prototypenkonfiguration dargestellt. Die Simulation zeigt eine gute Übereinstimmung mit den gemessenen Werten, allerdings weist die Messkurve von VAR-C für die Kraft in Fahrtrichtung eine deutliche Abknickung auf, was zu einer erhöhten Nachgiebigkeit führt. Dieses Verhalten ist in der Simulation nicht erkennbar.

Um den Einfluss eines weicheren Lagers auf die Längsnachgiebigkeit zu untersuchen, wurde eine zusätzliche Simulation („Soft“-Konfiguration) durchgeführt. Dabei wurde die Steifigkeit des U-Lagers in beide radialen Richtungen reduziert: k_1 um den Faktor 2 und k_2 um den Faktor 10.

Die Ergebnisse zeigen eine deutliche Erhöhung der Längsnachgiebigkeit. Allerdings stellt diese Lösung keine sinnvolle Alternative dar, da gleichzeitig auch die Quernachgiebigkeit erheblich zunimmt.

Stattdessen sollte in einem nächsten Auslegungsschritt die Kraftverteilung im MLTA-Mechanismus optimiert werden, indem ein größerer Anteil der Längskraft auf den vorderen Lagerpunkt L geleitet wird. Da dieser kaum Querführungsaufgaben übernimmt, kann er gezielt weicher ausgelegt werden, um die gewünschte höhere Längsnachgiebigkeit zu erreichen.

Abbildung 6.11b zeigt die Änderung des Aufziehwinkels in Abhängigkeit von der eingeleiteten Bremskraft am Radaufstandspunkt. Im KnC-Versuch wurde dazu die Bremse aktiviert und eine Längskraft über die Plattform eingeleitet. In diesem Fall wird jedoch zusätzlich ein Moment auf die Achse übertragen, da die Räder frei auf der Plattform abrollen können.

Der Vergleich der Ergebnisse zeigt, dass VAR-C mit $-1.2\,°/\mathrm{kN}$ eine deutlich höhere Aufziehnachgiebigkeit aufweist als VAR-B mit $-0.64\,°/\mathrm{kN}$. Zum Vergleich wurde auch dieser Lastfall mit der Prototyp-Gummilagerkonfiguration nachsimuliert. Die Simulationsergebnisse stimmen gut mit den Messwerten überein, was die Validität des Simulationsmodells nochmals bestätigt.

Die Zusammenfassung aller KnC Ergebnisse in einer übersichtlichen Snake-Chart Darstellung ist in Abbildung A.1 zu finden.

6.2. Objektive Fahrversuche

6.2.1. Instrumentierung des Versuchsfahrzeugs

Während der objektiven Bewertung wurden verschiedene Fahrzeugparameter in Abhängigkeit vom jeweiligen Fahrmanöver gemessen. Die Instrumentierung dazu ist in Abschnitt 6.2.1 dargestellt.

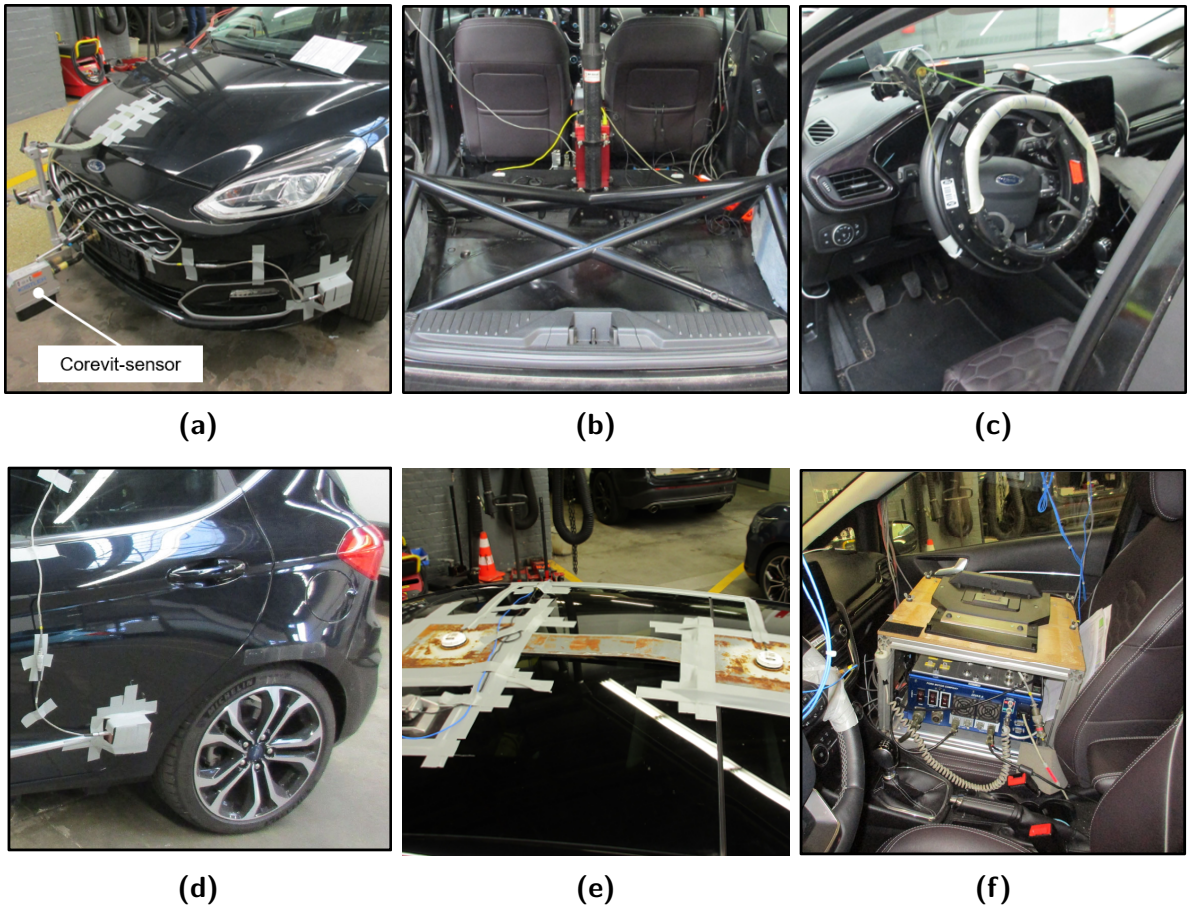


Abbildung 6.12.: Instrumentierung des Prototypenfahrzeugs: **(c)** Messlenkrad, **(a)** Corevit-Sensor, **(b)** inertia measurement unit (IMU), **(d)** Laser-Abstandssensor am linken Hinterrad, **(e)** GPS-Antennensystem, **(f)** Datenlogger auf dem Beifahrersitz.

Zur Bestimmung der fahrzeugfesten Geschwindigkeiten in Längs- und Querrichtung relativ zur Fahrbahn wurde ein 2-achsiger Corevit-Sensor verwendet, der in Fahrtrichtung vor dem Fahrzeug montiert wurde (Abbildung 6.12a). In Kombination mit der Gierrate des Fahrzeugs konnte der Schwimmwinkel an beliebigen Stellen des Aufbaus bestimmt werden. Die Gierrate wurde mit einem Inertial-Messsystem (IMU) erfasst (siehe Abbildung 6.12b). Das Lenkradmoment und der Lenkradwinkel wurden mit einem vor das eigentliche Lenkrad montierten Messlenkrad ermittelt (Abbildung 6.12c). Zusätzlich wurde das Fahrzeug mit Laser-Abstandssensoren (Abbildung 6.12d) ausgestattet, um die Hubbewegung des Fahrzeugs an der Front und am Heck relativ zur Fahrbahn zu messen und daraus den Nickwinkel des Gesamtfahrzeugs zu bestimmen. Die Querbeschleunigung und die genaue Fahrzeugposition auf der Versuchsstrecke

wurden mithilfe der oben genannten inertia measurement unit (IMU) und einem dualen GPS-Antennensystem (Abbildung 6.12e) gemessen. Abbildung 6.12f zeigt den Datenlogger auf dem Beifahrersitz zur Aufnahme und Synchronisation der Messdaten. Näherungsweise kann mit dem Datenlogger auf dem Beifahrersitz und dem Fahrer ein 2-UP Beladungszustand während der objektiven Fahrversuche angenommen werden.

6.2.2. Bremsen aus der Geradeausfahrt

Die Zielsetzung für das kinematische Konzept der MLTA war es, ein Bremsnickverhalten auf dem Niveau einer herkömmlichen Verbundlenkerachse zu erreichen [88]. Um dies zu validierend und das Nickverhalten quantitativ zu bewerten, wurden Bremsversuche an beiden massenmodifizierten Prototypenfahrzeugen (VAR-A und VAR-B) durchgeführt. Dazu wurden die Hubbewegungen vorne (Δz_v) und hinten (Δz_h) über Laser-Abstandssensoren (Abbildung 6.12d) gemessen. Abbildung 6.13a zeigt exemplarisch einen Versuchslauf von VAR-C mit etwa $-0.4\,\mathrm{g}$ Verzögerung.

Zur Bewertung wurden die stationären[1] Hubbewegungen des Fahrzeugaufbaus bei verschiedenen Bremsverzögerungen a_x ausgewertet. Abbildung 6.13b zeigt einzelnen Messpunkte, dargestellt mit ($\triangle$) für den Fahrzeughub vorne und ($\times$) für hinten. Anschließend wurde eine einfache lineare Regression durchgeführt, um eine Gerade durch die jeweiligen Messpunkte zu legen. Die Gradienten der Geraden sind ein Maß für das Eintauchen der Fahrzeugfront (engl. dive) und das Anheben des Fahrzeughecks (engl. lift). Sie werden dementsprechend als Dive-Gradient $\Delta\kappa_f$ und Lift-Gradient $\Delta\kappa_r$ bezeichnet.

Zu Vergleichszwecken wurden die Messergebnisse des Bremsversuchs mit den Daten des Serienfahrzeugs (VAR-A) gegenübergestellt. Da für das Serienfahrzeug keine Messdaten vorlagen, wurden diese aus einem von Ford zur Verfügung gestellten MKS-Modell ermittelt. Der Vergleich der Ergebnisse in Abbildung 6.13b zeigt deutlich, dass sowohl VAR-B als auch VAR-C an der Fahrzeugfront weniger stark eintauchen und am Heck weniger stark ausfedern als das Serienfahrzeug. Der Hauptgrund liegt in der reduzierten Schwerpunkthöhe ($-100\,\mathrm{mm}$) der beiden massenmodifizierten Fahrzeuge (siehe Tabelle 6.3) und der daraus resultierenden verringerten dynamischen Achslastverteilung bei Verzögerung (siehe Abschnitt 2.1). Ein weiterer Einfluss sind die erhöhten Federsteifigkeiten der massenmodifizierten Varianten im Vergleich zu VAR-A.

Der subjektive Komfort den die Insassen während des Bremsens wahrnehmen wird maßgeblich durch die Nickbewegung des Fahrzeugs mitbestimmt [109]. Der Nickwinkel lässt sich näherungsweise anhand des Abstands (l_{dist}) der Laser-Sensoren in Fahrzeuglängsrichtung bestimmen:

[1] Stationär bedeutet in diesem Zusammenhang, dass sich das Fahrzeug vom anfänglichen Bremsüberschwingen stabilisiert und einen stationären Zustand nach einer Zeit t_{stat} erreicht hat.

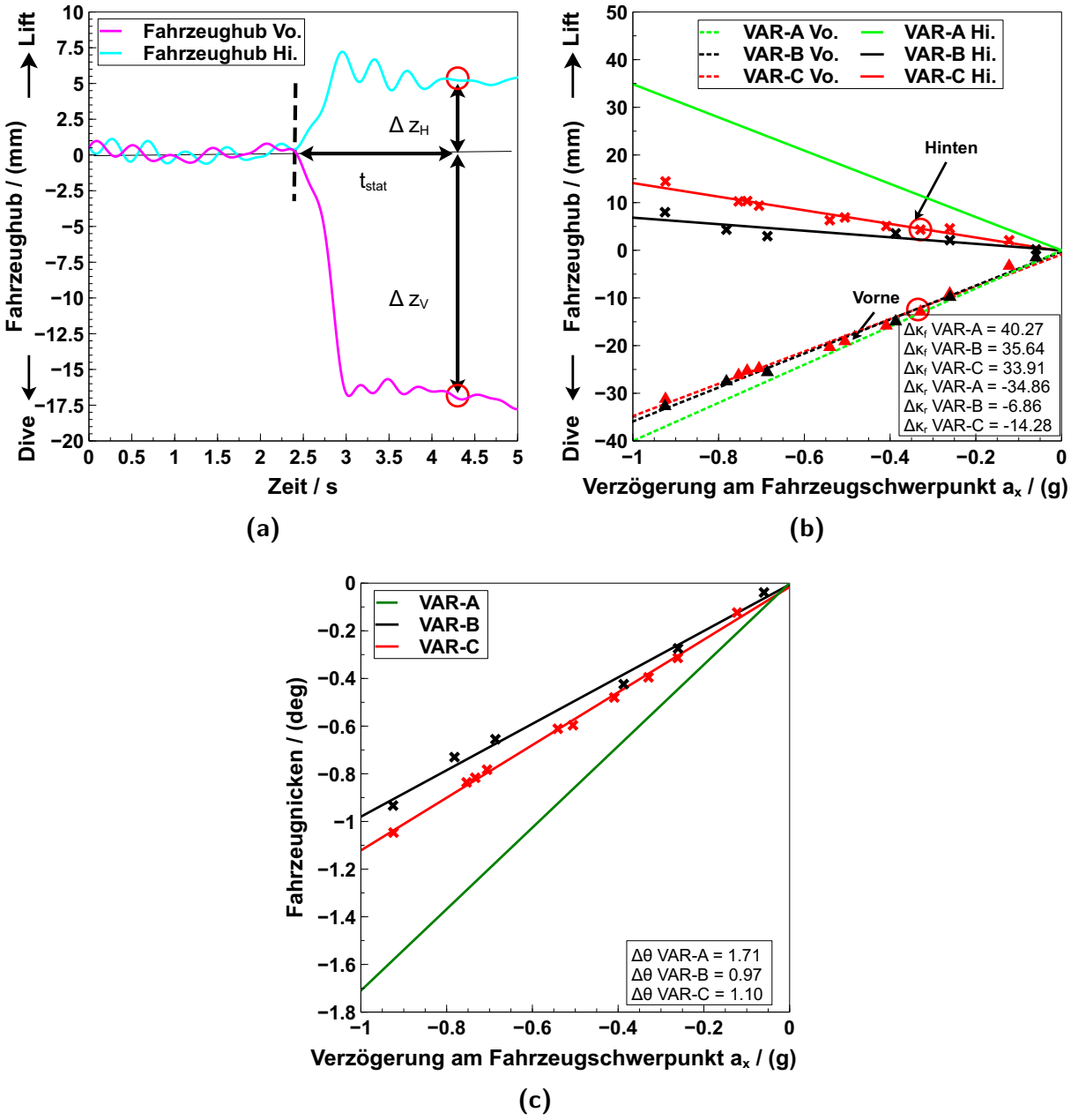


Abbildung 6.13.: Ergebnisse des Fahrversuchs Bremsen aus der Geradeausfahrt: **(a)** Zeitverlauf der Fahrzeughubbewegung vorne und hinten, exemplarisch an einem Versuchslauf der VAR-C für eine Verzögerung von etwa $-0.4\,\mathrm{g}$; **(b)** stationäre Fahrzeughubbewegung aus den einzelnen Versuchsläufen, lineare Regression der Messpunkte ergibt Dive-Gradienten vorne $\Delta\kappa_f$ und Lift Gradient hinten $\Delta\kappa_r$; **(c)** stationärer Nickwinkel aus den einzelnen Versuchsläufen, lineare Regression ergibt Nickwinkelgradient $\Delta\theta$

$$\varphi \approx \arcsin\left(\frac{-\Delta z_V + \Delta z_H}{l_{Dist}}\right) \tag{6.4}$$

Die Ergebnisse der stationären Nickwinkel zeigt Abbildung 6.13c. Nach dem oben beschriebenen Vorgehen wurde auch hier durch Regression eine Gerade durch die Messpunkte gebildet, wobei der Gradient als Nickgradient $\Delta\theta$ bezeichnet wird. Der Vergleich zeigt, dass VAR-C

einen leicht erhöhten Nickgradienten (+10 %) im Vergleich zu VAR-B aufweist. Der Nickgradient beider Varianten, VAR-B und VAR-C, liegt jedoch deutlich unter dem Niveau des Serienfahrzeugs (VAR-A).

6.2.3. Quasi-stationäre Kreisfahrt

Die quasi-stationäre Kreisfahrt wurde mit einem Radius ρ von 100 m durchgeführt. Abbildung 6.14 zeigt exemplarisch die GPS-Daten des ersten Versuchslaufs von VAR-B auf der Ford Versuchsstrecke (Lommel Proving Ground). Das quasi-stationäre Verhalten wurde dadurch erreicht, dass die Fahrzeuggeschwindigkeit sehr langsam über ein Zeitintervall von etwa 120 s kontinuierlich gesteigert wurde, wie im Diagramm auf der linken Seite von Abbildung 6.14 gezeigt. Dadurch konnte ein nahezu stationäres Fahrverhalten erreicht werden.

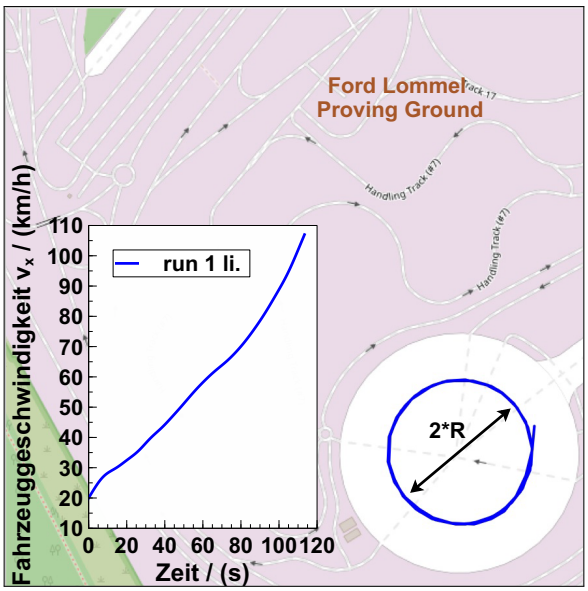


Abbildung 6.14.: Fahrzeugtrajektorie anhand der gemessenen GPS-Daten auf dem Lommel Proving Ground, links die aufgezeichnete Geschwindigkeit in Fahrzeuglängsrichtung über die Versuchszeit, digitale Karte basiert auf den Daten von OpenStreetMap [110]

Während des Versuchs wurden insgesamt sechs Messgrößen ausgewertet:

- Lenkradwinkel δ_h,
- Querbeschleunigung durch IMU a_y (ca. Fahrzeugschwerpunkt),
- Giergeschwindigkeit $\dot{\psi}$ gemessen durch IMU,
- Wankwinkel φ gemessen durch die Laserabstandsensoren,
- Geschwindigkeitsdaten des Correvit-Sensors $v_{x,cvs}$, $v_{y,cvs}$,

Abbildung 6.15a zeigt die aufgezeichneten Messdaten der einzelnen Versuchsläufe für den Lenkradwinkel δ_h als Funktion der Fahrzeugquerbeschleunigung a_y. Insgesamt wurden für jede Fahrzeugvariante, abwechselnd in jede Kurvenrichtung, sechs Versuche durchgeführt, sodass für jede Kurvenrichtung drei Messreihen entstanden sind. Zur Vergleichbarkeit wurden die

Vorzeichen der Messdaten für die Rechtskurven umgekehrt. Die Lenkung und die Lenkübersetzung zwischen beiden Fahrzeugvarianten war unverändert, sodass ein direkter Vergleich des Lenkradwinkelverlaufs möglich wird.

Basierend auf den sechs Versuchsläufe wurde in Abbildung 6.15b für jede Variante eine Mittelwertskurve (Avg.) im Bereich von 0.1 g bis 0.8 g bestimmt. In den Querbeschleunigungsbereichen unterhalb von 0.1 g und oberhalb von 0.8 g ist die Streuung der Messdaten zu groß, um verlässliche Aussagen zu ermöglichen. Die Standardabweichung $\pm\sigma$ der Mittelwertskurve wird durch eine Hüllkurve dargestellt und gibt Auskunft über die Streuung der einzelnen Versuchsläufe in Relation zu der Mittelwertskurve. Die blaue Linie markiert den Ackermann-Winkel (δ_H) der nach Gleichung (2.31) durch den Radstand l und den Kurvenradius ρ definiert ist. Der Vergleich der Lenkradwinkelverläufe in Abbildung 6.15b zeigt für VAR-C ab einer Querbeschleunigung von etwa 0.3 g eine deutliche Veränderung, was auf ein verändertes Eigenlenkverhalten hinweist.

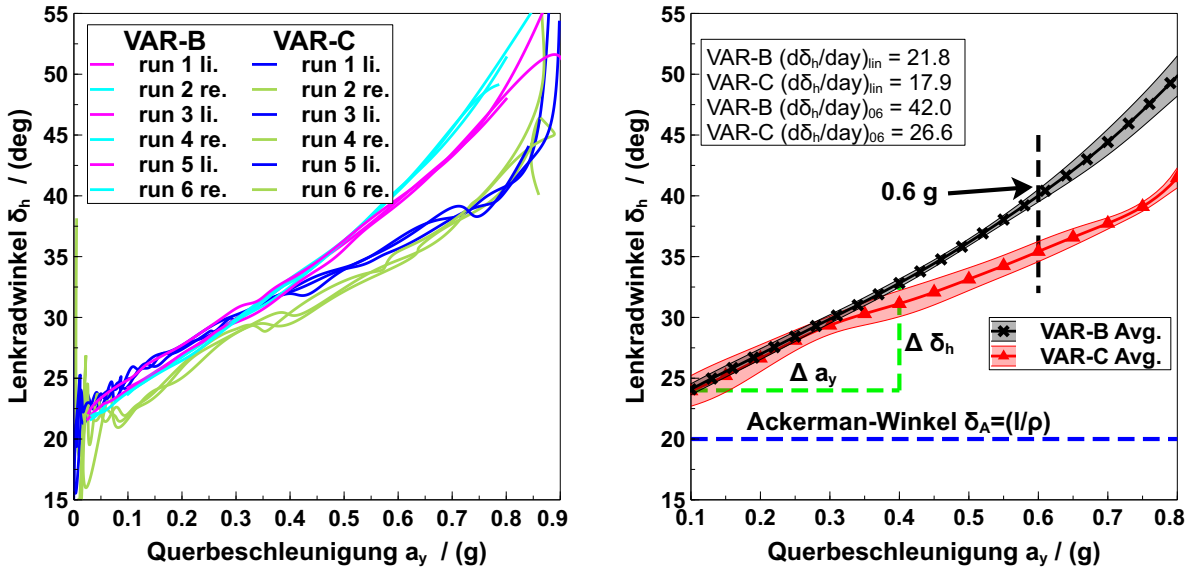


Abbildung 6.15.: Ergebnisse der quasi-stationären Kreisfahrt: **(a)** Lenkradwinkel δ_h als Funktion der Querbeschleunigung a_y, unbearbeitete Messdaten der insgesamt sechs Versuchsläufe für jede Fahrzeugvariante; **(b)** Lenkradwinkel δ_h als Funktion der Querbeschleunigung a_y als Mittelwertskurve (Avg.), Hüllkurve zeigt die Standardabweichung ($\pm\sigma$).

Zur Quantifizierung des Eigenlenkverhaltens wurden in Abbildung 6.15b zwei Lenkradwinkelgradienten $\frac{d\delta_h}{da_y}$ berechnet: Der erste Gradient wurde im Bereich von 0.1 g bis 0.4 g zur Beschreibung des linearen Verhaltens gebildet, während der zweite Gradient bei 0.6 g zur Quantifizierung des nicht-linearen Bereichs herangezogen wurde.

Der Vergleich der Gradienten zeigt deutliche Unterschiede zwischen den Varianten. Im linearen Bereich ($a_y \leq 0.4g$) sind die Lenkradwinkelgradienten von VAR-B und VAR-C noch ähnlich, während im nicht-linearen Bereich ($a_y > 0.4g$) der Gradient von VAR-C deutlich abnimmt.

Dieses Verhalten lässt sich durch die geänderte Radstellung des MLTA-Prototyps erklären

(s. Abbildung 6.4a). Die KnC-Ergebnisse aus Abbildung 6.4a zeigen, dass sich der statische Spurwinkel der MLTA (VAR-C) um etwa $-0.45°$ in Richtung Nachspur verändert hat. Im linearen Bereich, in dem die Radlastunterschiede zwischen dem linken und rechten Rad noch gering sind, gleichen sich die Vor- und Nachspureffekte beider Räder nahezu aus. Im nicht linearen Bereich übernimmt jedoch das kurvenäußere Hochlastrad zunehmend den Großteil der Seitenführungskraft. Dadurch wird der Einfluss der Nachspurstellung des Hochlastrades dominanter.

Wie in Abbildung 2.18 dargestellt, führt eine Nachspurstellung zu einer Verringerung der effektiven Achsschräglaufsteifigkeit $c_{\alpha,\text{eff}}$. Nach Gleichung (2.33) erklärt diese Verringerung die beobachtete Abnahme des Lenkradwinkelgradienten im nicht linearen Bereich.

In der Literatur wird eine hohe Korrelation zwischen dem subjektiven Empfinden des Fahrers und dem Schwimmwinkel β sowie dem entsprechenden Gradienten ($\frac{d\beta}{day}$) beschrieben [15, 111, 112]. Demnach sollte der Anstieg des Schwimmwinkels so linear wie möglich sein, damit das Fahrzeugverhalten für den Fahrer vorhersehbar ist [113].

Im Fahrversuch wurde der Schwimmwinkel indirekt über die Geschwindigkeitskomponenten $v_{x,cv}$ und $v_{y,cv}$ bestimmt, die vom Correvit-Sensor erfasst wurden. Der Sensor war gemäß Abbildung 6.12a in Fahrtrichtung mit dem Abstand l_{cv} vor der Vorderradmitte montiert.

Zur Bestimmung des Schwimmwinkels β_{Fa} an der Fahrerposition wurden die gemessenen Geschwindigkeitskomponenten, die Giergeschwindigkeit $\dot{\psi}$ (erfasst durch die IMU) sowie der Abstand vom Correvit-Sensor zur Fahrerposition ($l_{cv} + l_{v,Fa}$) verwendet:

$$\beta_{Fa} = atan(\frac{v_{y,Fa}}{v_{x,cv}}) = atan\left(\frac{\dot{\psi} \cdot (l_{cv} + l_{v,Fa}) + v_{y,cv}}{v_{x,cv}}\right) \tag{6.5}$$

Abbildung 6.16a zeigt die nach Gleichung (6.5) ausgewerteten Schwimmwinkel an der Fahrerposition für die sechs Versuchsläufe als Funktion der Querbeschleunigung. Aus den Messdaten wurde eine Mittelwertskurve (Avg.) im Bereich von 0.1 g bis 0.8 g gebildet. Der statische Schwimmwinkel $\beta_{Fa,0}$ ist durch die Fahrzeuggeometrie und den Kurvenradius bestimmt. Er kann bestimmt werden, indem Gleichung (2.28) nach dem Schwimmwinkel umgestellt wird. Zusammen mit Gleichung (2.24) folgt daraus:

$$\beta_{Fa} = \frac{l_{h,Fa}}{\rho} - \alpha_{A,h} = \beta_{Fa,0} - \alpha_{A,h} \tag{6.6}$$

Bis zu einer Querbeschleunigung von etwa 0.5 g zeigen die Schwimmwinkelverläufe keine signifikanten Unterschiede zwischen den Varianten. Ab 0.5 g nimmt der Schwimmwinkel bei VAR-C jedoch stärker zu als bei VAR-B. Zur Quantifizierung wurden die Gradienten im linearen Bereich und bei 0.6 g bestimmt.

Nach Gleichung (6.6) wird der Schwimmwinkel ausschließlich durch den Achsschräglaufwinkel

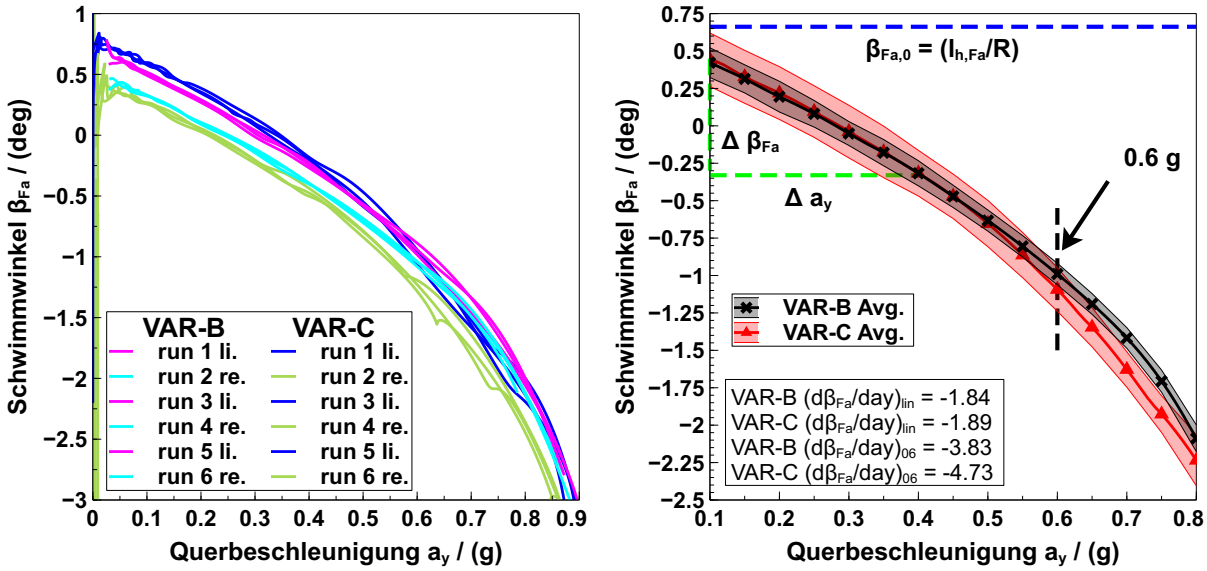


Abbildung 6.16.: Ergebnisse der quasi-stationären Kreisfahrt: **(a)** Schwimmwinkel an Fahrerpos. β_{Fa} als Funktion der Querbeschleunigung a_y, unbearbeitete Messdaten der insgesamt sechs Versuchsläufe für jede Fahrzeugvariante; **(b)** Mittelwertskurve des Schwimmwinkels an Fahrerpos. β_{Fa} als Funktion der Querbeschleunigung a_y, die Hüllkurve zeigt die Standardabweichung ($\pm\sigma$).

der Hinterachse $\alpha_{A,h}$ bestimmt. Die Ergebnisse bestätigen somit die Annahme, dass die geänderte Radstellung der MLTA ab höheren Querbeschleunigungen zu einer verringerten Achsschräglaufsteifigkeit führt. Dies zeigt sich daran, dass bei gleicher Querbeschleunigung ein größerer Schwimmwinkel für VAR-C im Vergleich zu VAR-B auftritt.

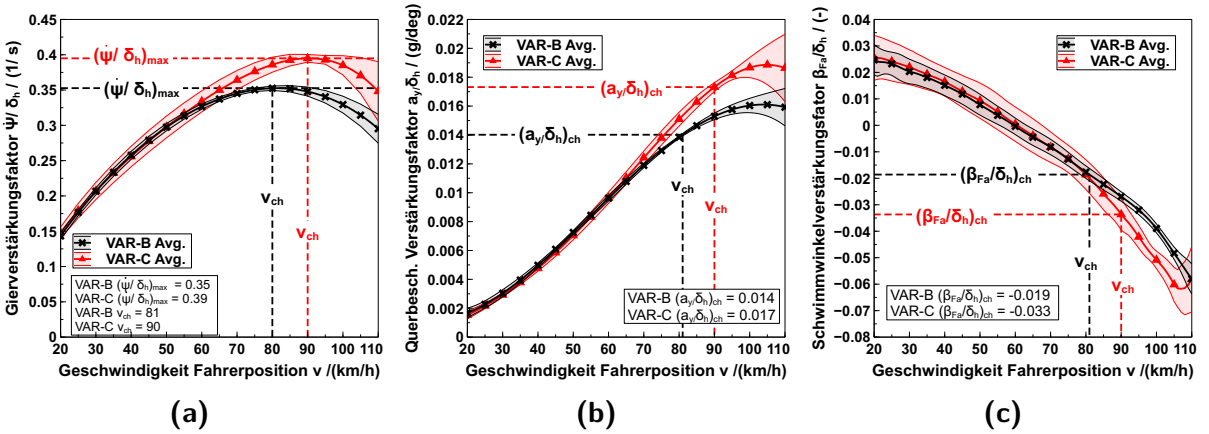


Abbildung 6.17.: Verstärkungsfaktoren aus der stationären Kreisfahrt als Funktion der Geschwindigkeit an der Fahrerposition: **(a)** Gierverstärkung $\left(\frac{\dot{\psi}}{\delta_h}\right)_{stat}$, **(b)** Verstärkung der Querbeschleunigung, $\left(\frac{a_y}{\delta_h}\right)_{stat}$, **(c)** Schwimmwinkelverstärkung $\left(\frac{\beta}{\delta_h}\right)_{stat}$.

Zur Beschreibung des stationären Kurvenfahrverhaltens haben sich die Verstärkungsfaktoren, auch Kreisfahrtwerte genannt, etabliert [15, 114]. Wie in Gleichungen (2.34) bis (2.36) dargestellt, charakterisieren sie das Fahrzeugverhalten unabhängig vom Kurvenradius. Sie bieten eine allgemeine Aussage über die stationäre Fahrzeugreaktion infolge eines Lenkwinkels in

Abhängigkeit von der Fahrgeschwindigkeit.

Die Ergebnisse zeigen ab einer Fahrgeschwindigkeit von etwa 60 km/h eine deutliche Abweichung zwischen VAR-B und VAR-C. Die charakteristische Geschwindigkeit v_{ch}, bei der die Gierverstärkung am höchsten ist und das Fahrzeug somit am agilsten reagiert, liegt für VAR-C mit 90 km/h deutlich über dem Wert von VAR-B mit 81 km/h. Auch der maximale Gierverstärkungsfaktor ist bei VAR-C im Vergleich zu VAR-B erhöht.

Dieses Verhalten wird durch Gleichung (2.34) bestätigt: Da der Lenkradwinkelgradient bei VAR-C verringert ist, ergibt sich gemäß der Gleichung ein erhöhter Gierverstärkungsfaktor.

Ein ähnliches Verhalten zeigt sich bei der Querbeschleunigungsverstärkung und dem Schwimmwinkelverstärkungsfaktor, wobei beim Schwimmwinkelverstärkungsfaktor erst ab etwa 80 km/h ein deutlicher Unterschied erkennbar ist.

Zusammenfassend zeigen die Ergebnisse:

- VAR-C weist im Vergleich zu VAR-B ein verringertes Untersteuerpotential bei Querbeschleunigungen über 0.4 g auf, was vor allem auf die statische Nachspurstellung der MLTA zurückzuführen ist.
- Eine verstärkte Gierreaktion des MLTA-Fahrzeugs auf Lenkbewegungen tritt ab einer Fahrgeschwindigkeit von etwa 60 km/h auf.
- Das MLTA-Fahrzeug zeigt einen erhöhten Schwimmwinkel mit einem nicht linearen Gradient, der stark mit der subjektiven Beurteilung der Lenkung hinsichtlich Linearität und Proportionalität korreliert [115].

6.2.4. Sinuslenken mit steigender Frequenz zur Bestimmung des Frequenzgangs

Zur Bewertung des querdynamischen Übertragungsverhaltens beider Fahrzeuge wurde ein Sinuslenkmanöver mit steigender Lenkfrequenz von 0 Hz bis 3 Hz durchgeführt und anschließend der Frequenzgang bestimmt. Abbildung 6.18 zeigt exemplarisch die Fahrzeugtrajektorie, die aus den GPS-Daten hergeleitet wurde, und den dabei gemessenen Zeitschrieb des Lenkradwinkels δ_h. Gemäß ISO 7401 [112] muss ein Lenkwinkel aufgeprägt werden, der im stationären Zustand eine Querbeschleunigung von etwa 0.4 g erzeugt. Bei einer Fahrgeschwindigkeit von 120 km/h entspricht dies einem Lenkradwinkel von etwa 16°.

Das Eingangssignal des Lenkradwinkels δ_h, bezeichnet als $x(t)$, wurde mithilfe des Fast Fourier Transformation (FFT)-Algorithmus in den Frequenzbereich $X(f)$ transformiert. Das Leistungsdichtespektrum ($G_{XX}(f)$) ergibt sich durch Multiplikation des konjugiert-komplexen FFT-Ergebnisses $X^*(f)$ mit $X(f)$ [116].

Zusätzlich kann das Kreuzleistungsspektrum $G_{XY}(f)$ berechnet werden, indem das konjugiert-

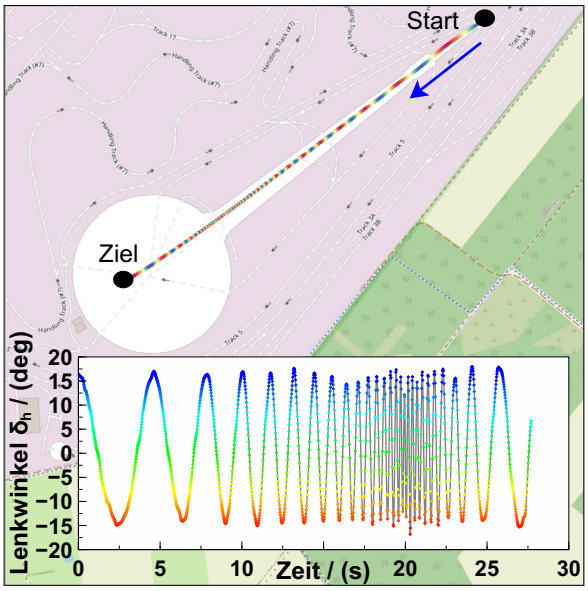


Abbildung 6.18.: Fahrzeugtrajektorie anhand der GPS-Daten auf dem Lommel Proving Ground, links die aufgezeichnete Geschwindigkeit in Fahrzeuglängsrichtung über die Versuchszeit, digitale Karte basiert auf den Daten von OpenStreetMap [110]

komplexe Ergebnis $X^*(f)$ mit dem entsprechenden Ausgangssignal $Y(f)$ multipliziert wird.

$$G_{XX}(f) = X^*(f) \cdot X(f) \tag{6.7}$$
$$G_{XY}(f) = X^*(f) \cdot Y(f) \tag{6.8}$$

Unter der Annahme, dass das Ausgangssignal im Vergleich zum Eingangssignal stärkere Rauschanteile aufweist, kann der Frequenzgang $H(f)$, der die Übertragungsfunktion im Frequenzbereich darstellt, wie folgt abgeschätzt werden:

$$H(f) = \frac{X^*(f) \cdot Y(f)}{X^*(f) \cdot X(f)} = \frac{G_{XY}(f)}{G_{XX}(f)} \tag{6.9}$$

Der Amplitudengang ergibt sich aus dem Betrag des Frequenzgangs, während der Phasengang durch den Arcustangens von Real- und Imaginärteil berechnet wird:

$$|H(f)| = \sqrt{\mathrm{Re}(H(f))^2 + \mathrm{Im}(H(f))^2} \quad \text{und} \quad \varphi(f) = \arctan\left(\frac{\mathrm{Im}(H(f))}{\mathrm{Re}(H(f))}\right) \tag{6.10}$$

Für die Auswertung wurden Amplitude und Phasenwinkel zwischen Eingangs- und Ausgangssignal aus den entsprechenden Frequenzgängen $H(f)$ nach Gleichung (6.10) bestimmt. Insbesondere das Übertragungsverhalten zwischen Lenkradwinkel δ_h als Eingangssignal und Querbeschleunigung a_y sowie Giergeschwindigkeit $\dot{\psi}$ als Ausgangssignale gelten als gute Indikatoren für die subjektiv wahrgenommene Fahrzeugreaktion [114, 117]. Der Frequenzgang wurde im

Bereich von 0.2 Hz bis 3 Hz ausgewertet, da Frequenzen unterhalb von 0.2 Hz keinen signifikanten Anteil am Eingangssignal ausmachen.

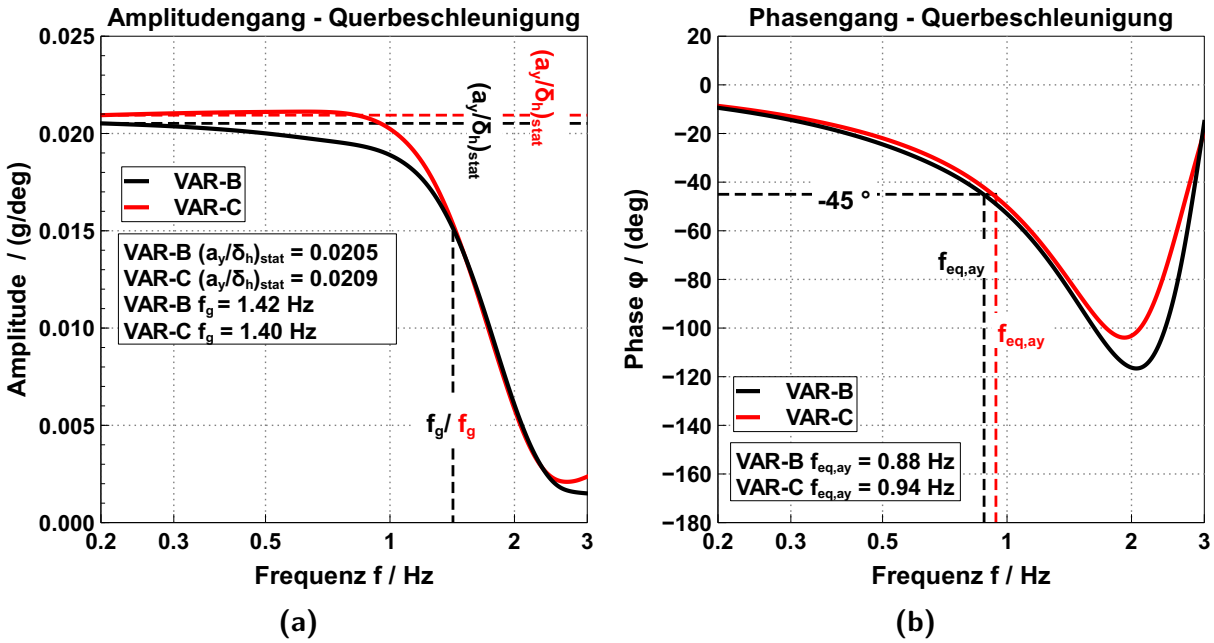


Abbildung 6.19.: Frequenzgang der Querbeschleunigung bei 120 km/h und einem Lenkwinkel von ca. 16°: **(a)** Amplitudengang, **(b)** Phasengang

Die Verstärkung der Querbeschleunigung a_y ist in Abbildung 6.19a dargestellt. Der stationäre Verstärkungsfaktor $\left(\frac{a_y}{\delta_h}\right)_{stat}$ ist bei VAR-C im Vergleich zu VAR-B um etwa 2 % erhöht.

Mit steigender Frequenz zeigt VAR-B einen kontinuierlichen Abfall der Verstärkung, während VAR-C bis etwa 0.9 Hz eine konstante Verstärkung aufweist, bevor sie stark abfällt. Die Grenzfrequenz f_g, definiert als die Frequenz, bei der die Signalstärke um 70.7 % (-3 dB) reduziert ist, unterscheidet sich jedoch nicht signifikant zwischen den beiden Varianten.

Der Phasengang der Querbeschleunigung a_y ist in Abbildung 6.19b dargestellt. Die Phasenverschiebung von VAR-C nimmt langsamer zu als die von VAR-B. Die Frequenz f_{eq}, bei der eine Phasenverschiebung von $-45°$ erreicht wird, beträgt 0.94 Hz für VAR-B und 0.88 Hz für VAR-C.

Diese Ergebnisse unterstützten weiter die Annahme, dass VAR-C eine reduzierte Achsschräglaufsteifigkeit an der Hinterachse aufweist. So lässt sich mit Gleichung (2.43) zeigen, dass eine Abnahme der hinteren Achsschräglaufsteifigkeit zu einem Anstieg im Amplitudengang der Querbeschleunigung führt.

Abbildung 6.20a zeigt den Amplitudengang der Gierverstärkung. Die Ergebnisse verdeutlichen die Auswirkungen der reduzierten Achsschräglaufsteifigkeit von VAR-C. Während die Gierverstärkung von VAR-C im Vergleich zu VAR-B erhöht ist, weist VAR-C eine geringere Resonanzfrequenz auf, bei der die Gierreaktion maximal ist (1.46 Hz im Vergleich zu 1.54 Hz bei VAR-B). Zudem zeigt VAR-C eine leicht erhöhte Gierüberhöhung.

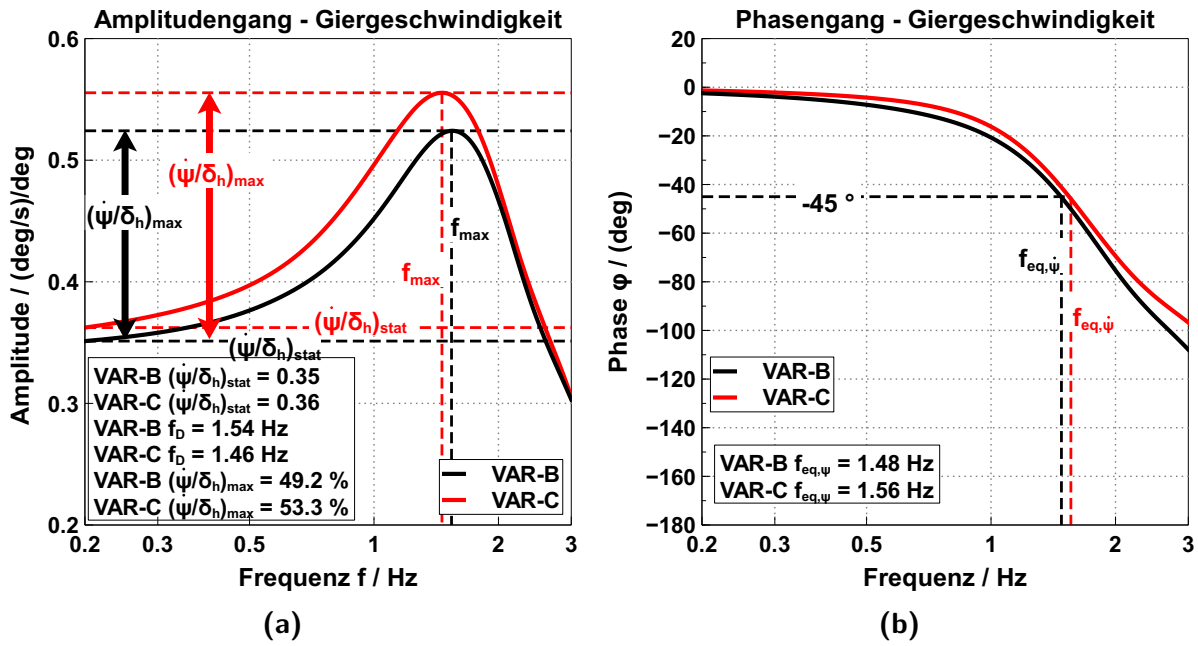


Abbildung 6.20.: Frequenzgang der Giergeschwindigkeit: **(a)** Amplitudengang, **(b)** Phasengang

Der Phasengang der Giergeschwindigkeit in Abbildung 6.20b zeigt, analog zur Querbeschleunigung, einen geringeren Phasenverzug für VAR-C. Die Frequenzen bei einer Phasenverschiebung von $-45°$ wurden erneut bestimmt. Hier erreicht VAR-C die Frequenz f_{eq} bei 1.56 Hz, während VAR-B denselben Phasenwert bereits bei 1.48 Hz erreicht.

Zur Bewertung, wie schnell ein Fahrzeug auf Lenkeingaben reagiert, schlagen Weir und Di Marco die sogenannte äquivalente Verzögerungszeit T_{eq} als Kennwert vor [117]. T_{eq} ist definiert als der Kehrwert der Erregerkreisfrequenz, bei der ein Phasenwinkel von $-45°$ erreicht wird $(2\pi f_{eq})$.

Mitschke und andere Autoren weisen jedoch darauf hin, dass die effektive Zeitkonstante T_{eq} nur bei langsamer Fahrgeschwindigkeit gültig ist, da hierbei ein PT1-Übertragungsverhalten vorausgesetzt wird [15]. Trotz dieser Einschränkungen zeigen spätere Untersuchungen eine gute Korrelation zu subjektiven Beurteilungen [114, 115], weshalb dieser Kennwert auch an dieser Stelle betrachtet wird. Er folgt aus Abbildung 6.19b, Abbildung 6.20b und berechnet wie folgt:

$$T_{eq} = \frac{1}{2\pi f_{eq}}, \quad \text{VAR-B} : \begin{cases} T_{eq,ay} = 180\,\text{ms}, \\ T_{eq,\psi} = 107\,\text{ms} \end{cases}, \quad \text{VAR-C} : \begin{cases} T_{eq,ay} = 169\,\text{ms}, \\ T_{eq,\psi} = 102\,\text{ms} \end{cases}. \tag{6.11}$$

6.2.5. Fahrt über Einzelhindernis

Um den Effekt der verbesserten Schrägfederung, der bereits in den KnC-Messungen bestätigt wurde (siehe Abbildung 6.5), auch im Fahrversuch zu untersuchen, wurde für beide Varianten eine Fahrt über Einzelhindernisse verschiedener Höhe durchgeführt. Die Schrägfederung ist, wie in Abschnitt 2.1.1.1 beschrieben, insbesondere bei großamplitudigen Fahrbahnunebenheiten von Bedeutung. Daher lag der Fokus auf der Auswertung des höchsten Einzelhindernisses mit einer Höhe von 30 mm.

Im Versuch wurden die Einzelhindernisse mit einer Geschwindigkeit von 30 km/h überfahren, wobei die Beschleunigungen in x- und z-Richtung an der Fahrersitzschiene gemessen wurden.

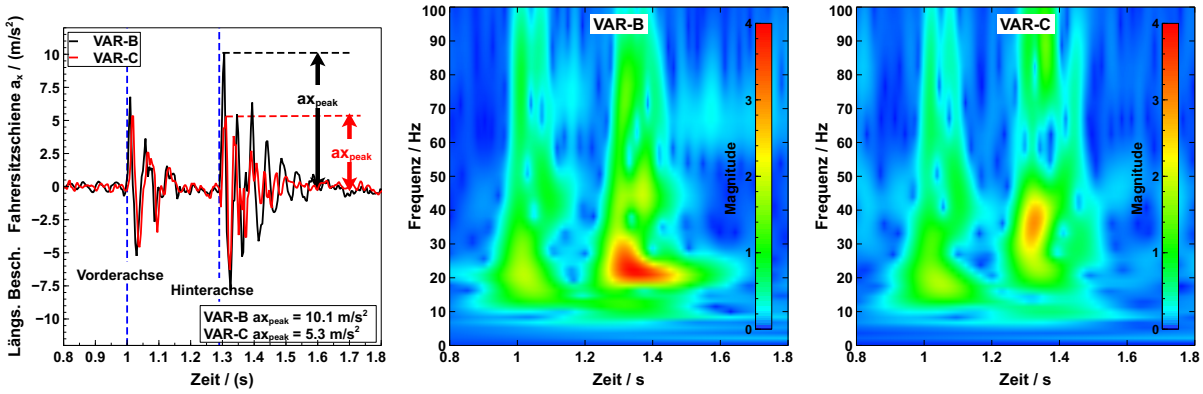
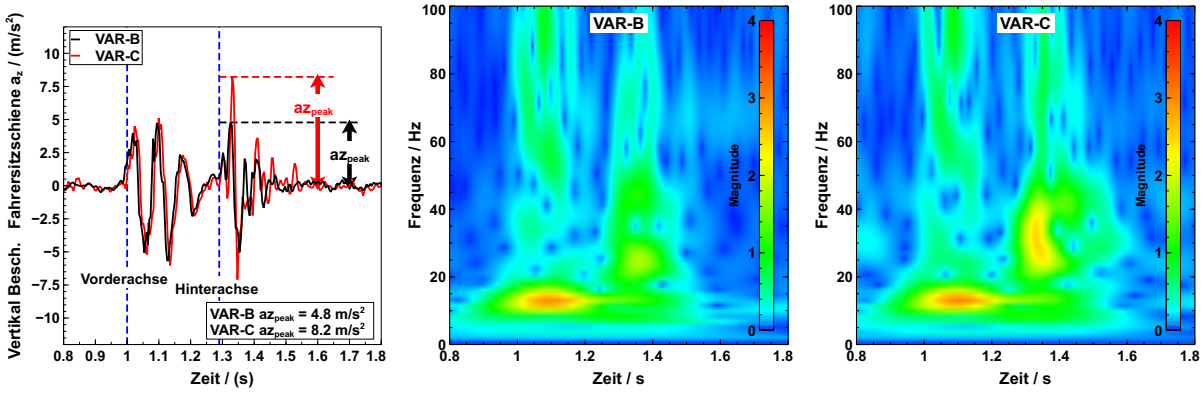


Abbildung 6.21.: Längsbeschleunigung beim Überfahren eines 30 mm Hindernisses bei 30 km/h: **(b)** Skalogramm der Längsbeschleunigung für Variante VAR-B; **(c)** Skalogramm der Längsbeschleunigung für Variante VAR-C.

Abbildung 6.21a zeigt den Zeitschrieb der Beschleunigung in x-Richtung. Deutlich erkennbar sind die Zeitpunkte, an denen die Vorderachse (ca. 1 s) und die Hinterachse (ca. 1.3 s) das Hindernis überfahren. Bereits im Zeitsignal lässt sich eine deutliche Reduktion der Längsbeschleunigung bei VAR-C beobachten, sowohl im Peak als auch im Nachschwingen.

Zur weiteren Analyse wurde das Zeitsignal mittels kontinuierlicher Wavelet-Transformation in den Frequenzbereich transformiert. Die Wavelet-Transformation zerlegt ein Signal in seine Frequenzanteile und ermöglicht die zeitliche Analyse der Signalenergie in den einzelnen Frequenzbändern [118]. Sie ist besonders geeignet für impulsartige Signale und bietet gegenüber der Short Time Fourier Transformation (STFT) den Vorteil einer besseren Zeit-Frequenz-Auflösung bei nicht-stationären Signalen [119].

Abbildungen 6.21b bis 6.21c zeigt das Skalogramm der Wavelet-Transformation für die Beschleunigung in x-Richtung. Die Analyse verdeutlicht, dass die Signalenergie bei VAR-C (Abbildung 6.21c) in den niedrigeren Frequenzbändern deutlich reduziert ist. Gleichzeitig verschiebt sich der Frequenzpeak von etwa 25 Hz bei VAR-B auf 35 Hz bei VAR-C. Zudem weist VAR-C ein deutlich reduziertes Nachschwingen auf. Da die Vorderachse zwischen den Varianten unverändert ist, ergeben sich hier keine nennenswerten Unterschiede.



(a) **(b)** **(c)**

Abbildung 6.22.: Vertikalbeschleunigung beim Überfahren eines 30 mm Hindernisses bei 30 km/h: **(a)** Zeitverlauf der Vertikalbeschleunigung; **(b)** Skalogramm der Längsbeschleunigung für Variante VAR-B; **(c)** Skalogramm der Längsbeschleunigung für Variante VAR-C.

Abbildung 6.22 zeigt die entsprechende Auswertung für die Vertikalbeschleunigung an der Sitzschiene. Hier zeigt sich ein anderes Bild: Die Signalenergie von VAR-C ist im Frequenzbereich von 20 Hz bis 40 Hz im Vergleich zu VAR-B deutlich erhöht.

Zudem ist das Nachschwingen bei VAR-C stärker ausgeprägt, wobei bis zu etwa 1.6 s noch deutliche Schwingungen im genannten Frequenzbereich messbar sind, während diese bei VAR-B bereits nach 1.4 s deutlich abklingen. Als Ursache hierfür wird eine nicht seriennahe Dämpferabstimmung sowie die erhöhten Federraten vermutet (Abbildung 6.3b).

In der Literatur wird beschrieben, dass insbesondere der erste Beschleunigungspeak in Vertikalrichtung von den Insassen als besonders komfortmindernd wahrgenommen wird [120]. Zur Quantifizierung der Ergebnisse wird daher die Höhe des ersten Beschleunigungspeaks in Vertikal- und Längsrichtung ausgewertet. Die Auswertung der Längsbeschleunigung in Abbildung 6.21a zeigt für die MLTA (VAR-C) eine deutliche Reduktion des ersten Peaks im Vergleich zu VAR-B, während in Vertikalrichtung (Abbildung 6.22a) die Serienachse VAR-B aufgrund der Vertikal-Abstimmung auf Serienniveau einen deutlichen verringerten Peak zeigt.

Für eine detaillierte Untersuchung des Insassenkomforts müsste der Sitz als zusätzliches schwingfähige Komponenten berücksichtigt werden. An dieser Stelle wird jedoch darauf verzichtet und auf die umfassenden Komfortuntersuchungen von Niessing verwiesen [121]

Eine zusammenfassende Snake-Chart-Darstellung alle objektiven Fahrversuchsergebnisse ist in Abbildung A.2 zu finden.

6.3. Subjektive Fahrversuche

Zusätzlich zu den objektiven Fahrversuchsauswertungen wurden auch subjektive Fahrversuche durchgeführt.

Zu Beginn der Entwicklungsarbeiten haben geschulten Testfahrer das massenmodifizierte Fahrzeug VAR-B mit dem Standard-Referenzfahrzeug VAR-A verglichen, um den Einfluss der zusätzlichen Massen auf die subjektive Bewertung zu quantifizieren. Nach der Entwicklung des MLTA-Prototyps (s. Kapitel 4) wurde das massenmodifizierte Fahrzeug von VAR-B zu VAR-C umgebaut (s. Kapitel 5) und auf die gleiche Weise mit dem Standard-Referenzfahrzeug VAR-A verglichen.

Zusätzlich wurde das MLTA-Prototypenfahrzeug VAR-C von ungeschulten „Alltagsfahrern“ im direkten Vergleich zum Serienfahrzeug VAR-A bewertet (Abbildung 6.23).



Abbildung 6.23.: Fahrevent zur subjektiven Bewertung durch die Alltagsfahrer im Verkehrssicherheitszentrum Olpe, Fiesta ausgestattet mit MLTA (links), konventioneller Ford Fiesta (rechts)

Die Ergebnisse der subjektiven Bewertungen sind in den Abbildungen 6.24 und 6.25 dargestellt. VAR-A (grüne Kurve) dient als Referenz, während die Bewertung für VAR-B in Schwarz und für VAR-C in Rot dargestellt wird. Die Abweichungen für VAR-B und VAR-C werden relativ zu den Basiswerten von VAR-A dargestellt. Die Notenvergabe der subjektiv Bewertungen sind in den Tabellen 6.4 und 6.5 aufgeführt.

VAR-A zu VAR-B Bewertung - geschulte Testfahrer

Die Ergebnisse in Abbildung 6.24 zeigen, dass die erhöhte Fahrzeugmasse und die angepasste Feder- und Dämpferabstimmung von VAR-B die Fahrbewertung im Vergleich zu VAR-A beeinflusst hat. Der Primary Ride Bereich erhielt in Summe eine niedrigere Bewertung von -0.63, da für die Feder und Dämpfer von VAR-B keine seriennahe Feinabstimmung auf das erhöhte Gewicht, die neue Massenverteilung (s. Tabelle 6.1) und die erhöhte Trägheit (s. Tabelle 6.3) des Fahrzeugs durchgeführt wurde. Der Komfort im höheren Frequenzbereich (Secondary Ride) und bei Einzelhindernissen wurde um 0.25 bzw. 0.13 besser bewertet als im Vergleich zum Serienfahrzeug, was besonders auf die erhöhte gefederten Aufbaumasse von 336 kg zurückzuführen ist [120].

Die subjektive Bewertung des Geradeauslaufs und des Kurvenverhaltens zeigt für VAR-B ein

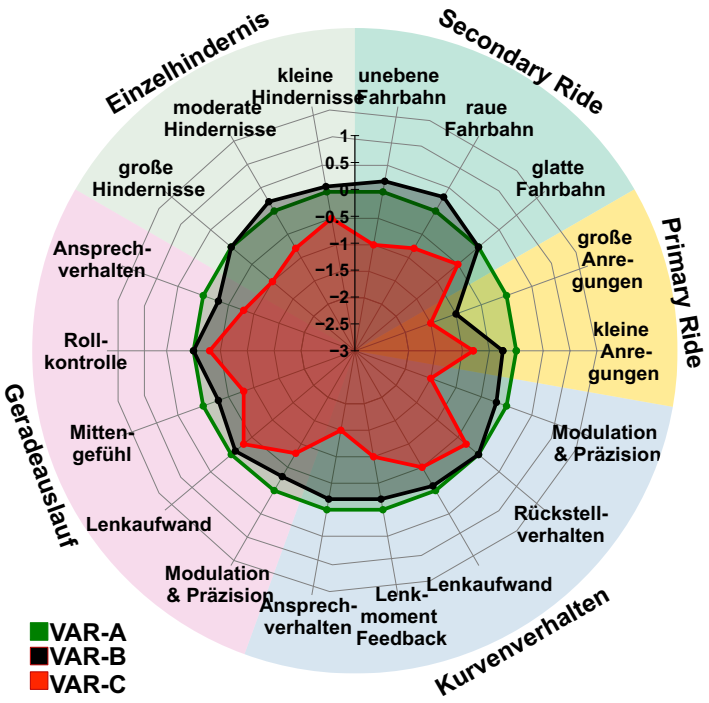


Abbildung 6.24.: Darstellung der subjektiven Bewertungsergebnisse durch geschulte Testfahrer in 5 Kategorien: Primary Ride, Secondary Ride, Einzelhindernis, Geradeauslauf und Kurvenverhalten.

Tabelle 6.4.: Subjektive Bewertungsergebnisse durch geschulte Testfahrer

Bewertungskriterien	A zu B	C zu A
Primary-Ride Gesamt	**−0.65**	**−1.10**
kleine Anregungen	−0.3	−0.7
große Anregungen	−1.0	−1.5
Secondary-Ride Gesamt	**0.15**	**−0.75**
glatte Fahrbahn	0.0	−0.5
raue Fahrbahn	0.3	−0.8
unebene Fahrbahn	0.2	−1.0
Einzelne Hindernisse Gesamt	**0.10**	**−0.75**
kleine Hindernisse	0.1	−0.5
moderate Hindernisse	0.2	−0.8
große Hindernisse	0.0	−1.0
Geradeauslauf Gesamt	**−0.20**	**−0.55**
Ansprechverhalten	−0.3	−0.8
Rollkontrolle	0.0	−0.3
Mittengefühl	−0.3	−0.8
Lenkaufwand	−0.1	−0.3
Modulation/Präzision	−0.3	−0.8
Kurvenverhalten Gesamt	**−0.14**	**−0.95**
Ansprechverhalten	−0.2	−1.5
Lenkmoment Feedback	−0.2	−1.0
Lenkaufwand	−0.1	−0.5
Rückstellverhalten	0.0	−0.3
Modulation/Präzision	−0.2	−1.5
Gesamt	**−0.12**	**−0.79**

leicht verschlechterte Bewertung −0.2 und −0.14 durch die Testfahrer. Besonders das verzögerte Ansprechverhalten der Hinterachse in Relation zur Vorderachse wurde negativ angemerkt, was hauptsächlich auf die erhöhte Massenträgheit und das nicht seriennahe fein abgestimmte Dämpfer-Setup zurückzuführen ist. Insgesamt ist das massenmodifizierte Fahrzeug VAR-B um −0.12 Punkte schlechter bewertet als das Serienfahrzeug VAR-A.

VAR-A zu VAR-C Bewertung – geschulte Testfahrer

Am Ende der Entwicklung wurde das mit der MLTA ausgestattete Fahrzeug VAR-C ebenfalls von geschulten Testfahren im Vergleich zum Serienfahrzeug VAR-A bewertet. Im niederfrequenten Primary Ride Bereich wurde das unharmonische Setup von Vorder- zu Hinterachse, die progressive Charakteristik des Bumpstops der MLTA und der geringe Federweg negativ bewertet:

> *»Suspension quite unbalanced front to rear. Front suspension travels harmonic, but rear seems to have less travel and shows harsh/progressive transition into bumpstops.«*

Dieses subjektive Empfinden der Testfahrer lässt sich gut durch die KnC-Ergebnisse in Abbildungen 6.3a und 6.3b erklären. Bei der Einfederung zeigt der Bumpstop der MLTA einen späteren Jump-In-Punkt als VAR-B, jedoch schwankt der Steifigkeitsverlauf stärker und steigt progressiver an. Zudem bewirkt die ansteigende Federrate der MLTA bei der Ausfederung eine Reduktion des Federwegs. Zusammenfassend wurde das Fahrzeug mit MLTA im Primary Ride

Bereich um −1.13 schlechter als VAR-A und um −0.45 schlechter als VAR-B bewertet. Im Secondary Ride Bereich zeigt VAR-C ebenfalls eine Verschlechterung in der Bewertung. Die negative Bewertung nimmt mit steigender Fahrbahnrauigkeit (glatt → rau → uneben) zu. Insgesamt wird die MLTA im Secondary Ride Bereich um −0.75 schlechter als VAR-A und um −0.9 schlechter als VAR-B bewertet. Die Fahrt über Einzelhindernisse wurde trotz verbesserter Schrägfederung (Abbildung 6.5a) und verringerten Beschleunigungen in x-Richtung während der objektiven Auswertung (Abbildung 6.21) schlechter bewertet. Auch hier verschlechterte sich die Bewertung mit zunehmender Hindernisgröße im gleichen Maße wie im Secondary Ride Bereich.

Bei der subjektiven Bewertung des Geradeauslaufs wurde besonders das zu progressive Gierverstärkungsverhalten beschrieben, was sich in einer deutlich niedrigeren Bewertung im Ansprechverhalten widerspiegelt:

> *»Vehicle gets too aggressive response gain, paired with improper match of steering efforts.«*

Dieses subjektive Empfinden wird durch die objektiven Ergebnisse aus der quasi-stationären Kreisfahrt und der Frequenzganganalyse bestätigt. So zeigt sich hier sowohl eine erhöhte Gierverstärkung als eine niedrigere Resonanzfrequenz der Gierreaktion (s.Abbildung 6.20a). Zudem wurde im Kurvenfahrverhalten besonders die Modulation und Präzision von VAR-C schlechter bewertet:

> *»Most severe issue represents nonlinearity/ unpredictability of vehicle response«*

Dieses subjektive Empfinden lässt sich durch die Fahrversuchsdaten stützen. Ab 0.6 g zeigt der Schwimmwinkelverlauf für VAR-C eine deutliche nicht-Linearität (s. Abbildungen 6.16 und 6.17c.) Frühere Untersuchungen haben eine starke Korrelation zwischen dem Schwimmwinkelverlauf und dem subjektiven Linearitätsempfinden des Fahrzeugs nachgewiesen [15, 115].

Insgesamt wurde die MLTA VAR-C um 0,79 Punkte schlechter bewertet als das Serienfahrzeug VAR-A und um 0,67 Punkte schlechter als VAR-B.

VAR-A zu VAR-C Bewertung – ungeschulte Alltagsfahrer

Zusätzlich zu den Bewertungen der geschulten Testfahrer wurde das mit MLTA ausgestattete Prototypenfahrzeug (VAR-C) auch von 11 ungeschulten Alltagsfahrern im Vergleich zu dem Serienfahrzeug (VAR-A) bewertet. Insgesamt wurden drei Manöver gefahren, bei denen verschiedene Eigenschaften für die einzelnen Manöver bewertet werden sollten. Für jede Eigenschaft wurden die Bewertungsergebnisse aller Fahrer zu einem Mittelwert zusammengefasst. Die Ergebnisse der Bewertungen zeigt Abbildung 6.25 und Tabelle 6.5.
Beim ersten Fahrmanöver wurde eine 30 mm hohe Schlagleiste mit einer Geschwindigkeit von 30 km/h überfahren. Im Durchschnitt verschlechterte sich die Bewertung von VAR-C um −1 Punkt, was gut mit den Ergebnissen der Experten übereinstimmt (siehe Abbildung 6.24).

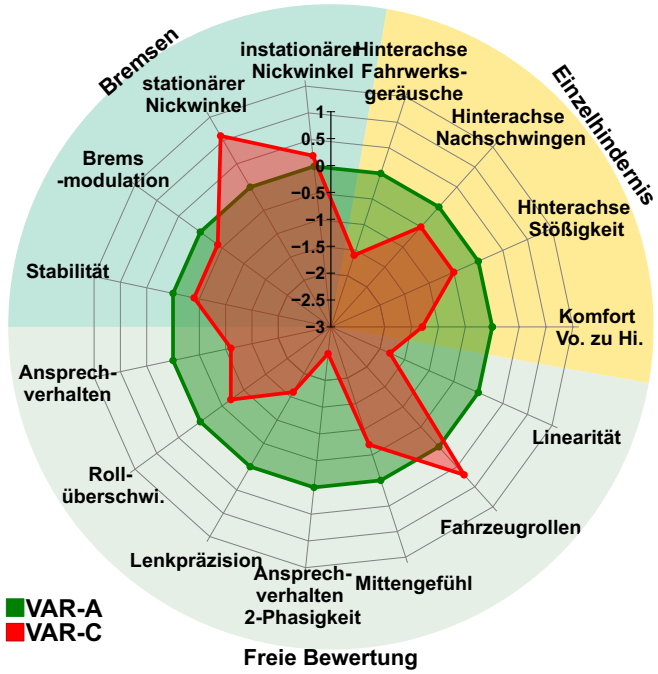


Abbildung 6.25.: Darstellung der subjektiven Bewertungsergebnisse durch ungeschulte Alltagsfahrer in 3 Fahrversuchen: Einzelhindernis, Bremsen, Freie Fahrt.

Bewertungskriterien	**C zu A**
Einzelhindernis	$\mathbf{-1.0}$
Komfort Vorderachse / Hinterachse	-1.3
Hinterachse Stößigkeit	-0.5
Hinterachse Nachschwingen	-0.5
Hinterachse Fahrwerksgeräusche	-1.6
Bremsverhalten	$\mathbf{0.14}$
instationärer Nickwinkel	0.2
stationärer Nickwinkel	1.1
Modulation der Verzögerung	-0.4
Stabilität aus der Gerausfahrt	-0.4
Frei Bewertung	$\mathbf{-1.12}$
Ansprechverhalten	-1.1
Überschwingen beim Rollen	-0.7
Lenkpräzision	-1.6
Ansprechverhalten	-2.5
Mittengefühl	-0.7
Rollverhalten	0.7
Linearität	-1.8
Gesamt	$\mathbf{-0.75}$

Tabelle 6.5.: Subjektive Bewertungsergebnisse durch ungeschulte Alltagsfahrer.

Beim zweiten Manöver wurden die Fahrer gebeten, das Nick- und Bremsverhalten der Fahrzeuge aus der Geradeausfahrt heraus mit einer Startgeschwindigkeit von etwa 50 km/h zu bewerten. Hierbei wurde besonders ein verringerter stationärer Nickwinkel von VAR-C wahrgenommen und mit 1.1 Punkten besser als VAR-A bewertet. Diese subjektive Wahrnehmung wird durch die Ergebnisse der objektiven Fahrversuche aus siehe Abbildung 6.13c bestätigt.

Bei der freien Bewertung beurteilten die Fahrer das Fahrverhalten der Fahrzeuge auf einer Waldstrecke anhand von sieben verschiedenen Kriterien. Besonders die verringerte Rollneigung von VAR-C wurde festgestellt, was sich gut durch den verringerten Schwerpunkt von 100 beider massenmodifizierte Varianten im Vergleich zum Serienfahrzeug erklären lässt (siehe Tabelle 6.3).

Insgesamt bewerteten die ungeschulten Fahrer VAR-C um −0.75 Punkte schlechter als das Serienfahrzeug VAR-A, während die geschulten Testfahrer sehr ähnliche Ergebnisse hatten, wobei VAR-C um −0.79 Punkte schlechter als VAR-A und um −0.67 schlechter als VAR-B bewertet wurde.

7. Zusammenfassung der Ergebnisse und Ausblick

Die vorliegende Arbeit hatte das Ziel, eine neuartige Hinterachse zu entwickeln, die insbesondere in Kleinwagen- und Kompaktfahrzeugen zusätzlichen Bauraum für eine größere Antriebsbatterie bereitstellt. Durch die Verlagerung des Torsionsprofils der MLTA hinter die Radmitte konnte der Bauraum im Fahrzeugunterboden deutlich erweitert werden. Beim Ford Fiesta Versuchsfahrzeug wurde eine Bauraumerweiterung von 28 % nachgewiesen, was bei einer volumetrischen Energiedichte von 195 kW h/L einer Reichweitensteigerung von etwa 85 km entspricht.

Ein weiteres Ziel war die Entwicklung eines funktionsfähigen Achsprototyps, der für Fahrversuche geeignet ist und eine kinematische sowie elastokinematische Performance auf dem Niveau einer Serienachse erreicht.

Im ersten Schritt wurde ein MKS-Solver entwickelt, der die kinematischen und elastokinematischen Eigenschaften der MLTA simulativ abbildet. Der entwickelte Solver ist in der Lage, allgemeingültig die Kinematik und Elastokinematik unterschiedlicher Achstopologien zu berechnen.

Anschließend wurde ein iterativer Auslegungsprozess auf System- und Komponentenebene durchgeführt. Dabei erfolgte zunächst die Optimierung der Elastomerlager mithilfe des Solvers, gefolgt von der Entwicklung der einzelnen Strukturbauteile der MLTA. In einem weiteren Schritt wurde ein Festigkeitsnachweis erbracht, um die Eignung für Fahrversuche sicherzustellen.

Zum Abschluss der Auslegung konnten mit dem final ausgelegten Prototypen in der Simulation die elastokinematischen Eigenschaften innerhalb des definierten Zielbereichs erreicht werden.

Die anschließende Fertigung und Integration des Prototyps in das Versuchsfahrzeug ergab jedoch Abweichungen zwischen der ausgelegten (Design) und der realisierten Prototyp-Konfiguration. Einerseits zeigten sich Abweichungen in den Lagereigenschaften, die zu einer deutlichen Abweichung in der elastokinematischen Performance führten. Zusätzlich traten Abweichungen bei der Schweißfertigung des Achskörpers und beim Zusammenbau auf.

Um deren Einfluss auf die KnC-Messung zu quantifizieren, wurden KnC-Versuche durchgeführt und die Ergebnisse mit dem entwickelten Solver für sowohl die Design-Konfiguration als auch die gemessene Prototyp-Konfiguration gemessenen Lagereigenschaften nachsimuliert. Dadurch konnte der Einfluss der Fertigungsabweichungen auf die Elastokinematik nachgewiesen werden.

7.1. Ergebnisse

Ergebnisse der KnC-Versuche

Die Untersuchung der elastokinematischen Eigenschaften ergab folgende wesentliche Erkenntnisse:

- **Elastokinematik Sturzwinkel** Beim gleichseitigen Radhub zeigt die MLTA eine deutliche Sturzänderung, verursacht durch die Nachgiebigkeit des RU-Lagers.
- **Schrägfederverhalten:** Deutlich verbessert, insbesondere bei großamplitudigen Hindernisüberfahrten, was zu reduzierten Längsbeschleunigungen führt.
- **Sturznachgiebigkeit:** Die Prototypen-Konfiguration erreichte nicht die gewünschte elastokinematische Performance, besondere in der Sturznachgiebigkeit zeigten sich Schwächen. Es konnte jedoch nachgewiesen werden, dass mit optimierten Lagereigenschaften ein Nachgiebigkeitsverhalten innerhalb des Zielbereichs realisierbar ist.
- **Bremsabstützverhalten:** Der in [88] vermutete Einfluss eines Stetigkeitssprungs der Längspollage erwies sich als untergeordnet. Entscheidend ist der Bremsstützwinkel ε^*.
- **Radfederrate:** Die torsionale Steifigkeit des RU-Lagers hat erheblichen Einfluss auf die resultierende Radfederrate. Speziell in der Ausfederung führt sie zu einem unerwünschten Anstieg der radbezogenen Federrate.

Ergebnisse der objektiven Fahrversuche

Im nächsten Schritt wurden objektive Fahrversuche durchgeführt, um das Fahrverhalten des MLTA-Prototyps zu bewerten. Dazu wurde zunächst das Serienfahrzeug mit zusätzlichen Massen ausgestattet, um den Masseneinfluss eines BEVs zu simulieren. Mit diesem modifizierten Fahrzeug wurden Fahrversuche mit dem Serienfahrwerk und angepasstem Feder-Dämpfer-Setup durchgeführt. Anschließend wurde das Fahrzeug auf die MLTA umgerüstet und dieselben Fahrversuche wiederholt.

Die wichtigsten Erkenntnisse aus den Fahrversuchen sind:

- **Bremsnickverhalten:** Die MLTA zeigt ein Bremsnickverhalten auf dem Niveau des Serienfahrwerks.
- **Quasistationäre Kreisfahrt:** Der MLTA-Prototyp zeigt im Vergleich zum Serienfahrzeug ein verstärktes Übersteuern. Ursache ist eine verringerte Achsschräglaufsteifigkeit, bedingt durch eine fehlerhafte Spurstellung (Nachspur) infolge von Fertigungsungenauigkeiten. Dies führt zu einer erhöhten Gier- und Querbeschleunigungsverstärkung. Bei höheren Querbeschleunigungen steigt zudem der Schwimmwinkel, was ebenfalls auf die

reduzierte Achsschräglaufsteifigkeit zurückzuführen ist.

- **Frequenzganganalyse der Querdynamik:** Die MLTA weist eine deutlich reduzierte Gier-Eigenfrequenz auf. Gleichzeitig zeigt sich eine erhöhte Gierverstärkung. Das Fahrzeug reagiert schneller auf Lenkeingaben und ist insgesamt agiler.

- **Einzelhindernisüberfahrt:** Die MLTA zeigt ein deutlich verbessertes Längskomfortverhalten. Die im Zeit- und Frequenzbereich ausgewertete Längsbeschleunigung ist im Vergleich zur Serien-Verbundlenkerachse um etwa 50 % reduziert. Dies ist auf die optimierte Schrägfederung der MLTA zurückzuführen. In Vertikalrichtung treten jedoch erhöhte Beschleunigungen auf, vermutlich verursacht durch eine nicht-seriennahe Dämpferabstimmung.

Ergebnisse der subjektiven Fahrversuche

Die MLTA wurde sowohl von geschulten Testfahrern als auch ungeschulten Alltagsfahrern subjektiv bewertet.

- **Bewertung durch geschulte Testfahrer:** Erfahrene Testfahrer verglichen die MLTA mit dem Serienfahrzeug sowie einer modifizierten Serienvariante mit zusätzlicher Masse. Die Abweichungen im Prototypen wurden deutlich wahrgenommen: Die fehlerhafte Bumpstop-Abstimmung wurde bemängelt und spiegelte sich in der Bewertung wider. Die erhöhte Agilität wurde als zu progressiv bzw. aggressiv empfunden. Die Hinterachse war nicht optimal auf die Vorderachse abgestimmt.

- **Bewertung durch ungeschulte Alltagsfahrer** Die ungeschulten Fahrer bewerteten die MLTA im direkten Vergleich mit dem Serienfahrzeug ohne Massenanpassungen. Grundsätzlich bestätigen ihre Einschätzungen die Ergebnisse der Testfahrer. Besonders positiv wurde das verringerte Bremsnicken und Fahrzeugrollen bewertet. Diese Effekte wurden jedoch nicht direkt durch die MLTA hervorgerufen, sondern sind auf die reduzierte Schwerpunkthöhe durch die Massendummies zurückzuführen.

Da die MLTA als Prototyp im Vergleich zu einem serienmäßig abgestimmten Fahrzeug getestet wurde, waren Abweichungen zu erwarten. Die Ergebnisse zeigen, dass eine Elastokinematik innerhalb des Zielbereichs realisierbar ist, sofern die Prototypenlager die geforderten Eigenschaften erfüllen. Besonders die hohe Auslegungsfähigkeit der Schrägfederung und Bremsabstützung unterstreicht das Potential für eine seriennahe Abstimmung. Zusammenfassend lässt sich festhalten: sich demzufolge festhalten: Das Fahrverhalten liegt innerhalb der „Tuneable Range“ und bietet Potential für eine seriennahe Abstimmung.

7.2. Ausblick

Trotz der vielversprechenden Ergebnisse dieser Arbeit bestehen weiterhin offene Forschungsfragen und Entwicklungspotenziale, die in zukünftigen Arbeiten weiter untersucht werden könnten.

Optimierung der Watt-Gestänge-Kinematik

Die Untersuchungsergebnisse der wirkenden Kräfte sowie die KnC-Analyse haben weiteres Potential zur Optimierung der Watt-Gestänge-Kinematik der MLTA aufgezeigt. In einem nächsten Schritt könnten die Reaktionskräfte während verschiedener Lastfälle als zusätzliche Zielgrößen in die Kinematik-Optimierung integriert werden.

Ziel sollte es sein, einen größeren Anteil der Längskraft bei Hindernisüberfahrt über den vorderen Teil des Watt-Gestänges auf das L-Lager zu übertragen. Zudem könnte eine gezielte Kinematik-Optimierung die Querkraftübertragung verbessern, sodass ein größerer Teil der Querkraft auf das L-Lager wirkt und das hintere U-Lager entlastet wird. Dieses könnte dann auf Druck steif und auf Zug weich ausgelegt werden, um eine hohe Quersteifigkeit zu gewährleisten und gleichzeitig eine verbesserte Längsnachgiebigkeit zu erzielen.

Eine weitere Optimierung wäre die Ausrichtung des Watt-Gestänges, sodass es in der Design- bzw. 2UP-Lage nahezu parallel steht. Eine gute Schrägfederung und Bremsabstützung könnte erreicht werden, indem das gesamte Watt-Gestänge mit dem Winkel α ausgerichtet wird.

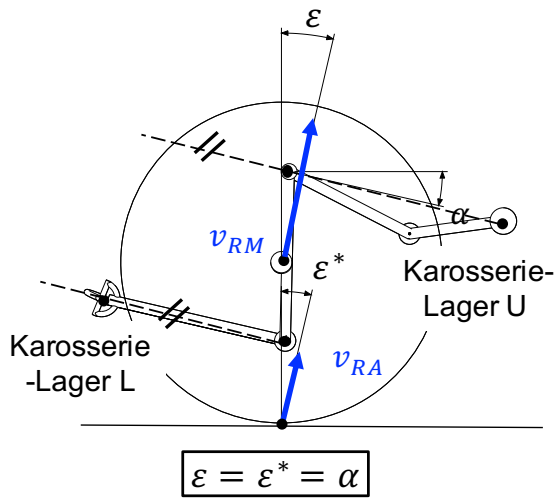


Abbildung 7.1.: Parallele Ausrichtung des Watt-Gestänges

Dadurch würde in der Ausgangslage keine Relativdrehung am RU-Lager auftreten, wodurch dessen Einfluss auf die Nebenfederrate deutlich reduziert werden könnte. Zudem bliebe der Radträger um die Ausgangslage rotationsfrei, was eine konstante Feder- und Dämpferübersetzung begünstigen würde.

Möglicher Weiterentwicklungen für den entwickelten Solver

Der entwickelte Solver könnte um weitere Funktionalitäten erweitert werden. Eine mögliche Ergänzung wäre die Integration des am FLB entwickelten FastCon-Tools, um Steifigkeitseinflüsse von Strukturbauteilen besser zu berücksichtigen. Darüber hinaus könnte eine allgemeine Lösung zur Einbindung einfacher 3D-Balkenelemente geschaffen werden, um die Steifigkeit einzelner Lenker abzubilden.

Ein weiterer Entwicklungsschritt wäre die Erweiterung der Modellierung auf Gesamtfahrzeugebene, um KnC-Analysen für Vorder- und Hinterachse gemeinsam durchzuführen. Zusätzlich könnten einfache quasi-stationäre Fahrversuche, wie die konstante Kreisfahrt, ergänzt werden, um erste Aussagen zum Fahrverhalten zu ermöglichen.

Zudem ließe sich der vorgestellte Ansatz des statischen Kräftegleichgewichts um ein dynamisches Gleichgewicht erweitern. Dies würde die Berücksichtigung dynamischer Einflüsse, wie Massenkräfte und Dämpfungseffekte, ermöglichen.

Allgemeine Verbesserungspotentiale

Neben der kinematischen Optimierung bestehen weitere Potentiale zur Verbesserung der ML-TA. Eine Reduktion des Gesamtgewichts könnte durch eine weitere Vereinfachung der Radträger-Geometrie realisiert werden.

Ein weiteres Verbesserungspotenzial liegt in der Schaffung einer Einstellmöglichkeit des Spur- und Sturzwinkels, um eine präzisere Abstimmung der Radstellung nach der Montage zu ermöglichen.

Zusätzlich könnten für das RU-Lager alternative Konzepte erprobt werden, wie beispielsweise zwei konzentrische Kugellager, ähnlich denen eines Kugelkopfs in der Spurstange.

Zudem könnte die Feder- und Dämpferausrichtung optimiert werden, um ein Übersetzungsverhältnis nahe 1 zu erreichen und dieses über den gesamten Radhub möglichst konstant zu halten (s.a. oben). Ebenso wäre eine seriennahe Abstimmung der Feder- und Dämpfer anzustreben, um das Fahrverhalten weiter zu optimieren und eine harmonische Balance zwischen Vorder- und Hinterachse zu gewährleisten.

Literatur

[1] European Commission. *Fit for 55: Delivering the EU's 2030 climate target on the way to climate neutrality*. 14. Juli 2021.

[2] International Energy Agency. *Global EV Outlook 2023: Catching up with Climate Ambitions*. Global EV Outlook. OECD, 26. Apr. 2023. doi: 10.1787/cbe724e8-en.

[3] A. König et al. „An Overview of Parameter and Cost for Battery Electric Vehicles". In: *World Electric Vehicle Journal* 12.1 (3. Feb. 2021), S. 21. doi: 10.3390/wevj12010021.

[4] Volkswagen AG. *Battery or fuel cell, that is the question*. Volkswagen Newsroom. 3. Dez. 2020. url: https://www.volkswagen-newsroom.com/en/stories/battery-or-fuel-cell-that-is-the-question-5868 (besucht am 29. 02. 2024).

[5] U. Salahuddin, H. Ejaz und N. Iqbal. „Grid to wheel energy efficiency analysis of battery- and fuel cell-powered vehicles". In: *International Journal of Energy Research* 42.5 (Apr. 2018), S. 2021–2028. doi: 10.1002/er.3994.

[6] M. Li, X. Zhang und G. Li. „A comparative assessment of battery and fuel cell electric vehicles using a well-to-wheel analysis". In: *Energy* 94 (Jan. 2016), S. 693–704. doi: 10.1016/j.energy.2015.11.023.

[7] A. Dimitropoulos, P. Rietveld und J. N. Van Ommeren. „Consumer valuation of changes in driving range: A meta-analysis". In: *Transportation Research Part A: Policy and Practice* 55 (Sep. 2013), S. 27–45. doi: 10.1016/j.tra.2013.08.001.

[8] T. Franke et al. „Does this range suit me? Range satisfaction of battery electric vehicle users". In: *Applied Ergonomics* 65 (Nov. 2017), S. 191–199. doi: 10.1016/j.apergo.2017.06.013.

[9] L. Nicoletti et al. „Topology analysis of electric vehicles, with a focus on the traction battery". In: *Forschung im Ingenieurwesen* 85.2 (Juni 2021), S. 457–467. doi: 10.1007/s10010-020-00422-1.

[10] X. F. Fang. „Rear suspension for electric vehicle and vehicle body; Patent CN105365543, Sept. 2014". Pat. CN105365543A.

[11] T. Niessing, X. F. Fang und T. Schlichting. „Rear axle for a two-track vehicle and two-track vehicle with a rear axle; Patent DE102019111714, May 2019". Dt. Pat. 102019111714A1. Universität Siegen.

[12] E. Schultz. „Analyse und Synthese elastokinematisch optimierter Verbundlenkerachsen: Entwicklung einer Verbundlenkerachse mit entkoppeltem Radträger". Dissertationsschrift. Paderborn: Universität Paderborn, 2013.

[13] B. Heißing, M. Ersoy und S. Gies, Hrsg. *Fahrwerkhandbuch*. 4. Auflage 2013. Wiesbaden: Springer, 1. Jan. 2013. 1053 S.

[14] H. B. Pacejka und I. Besselink. *Tire and vehicle dynamics*. 3d edition. Oxford Waltham: Butterworth-Heinemann Elsevier, 2012.

[15] M. Mitschke und H. Wallentowitz. *Dynamik der Kraftfahrzeuge*. 5. Aufl. Wiesbaden: Springer Vieweg, 1. Jan. 2014. 919 S.

[16] H. Wallentowitz. *Vertikal-, Querdynamik von Kraftfahrzeugen: Federungssysteme, Fahrverhalten, Lenkung, Radaufhängung; Vorlesungsumdruck Fahrzeugtechnik II*. 8. Aufl. Schriftenreihe Automobiltechnik 35. Aachen: IKA Inst. für Kraftfahrwesen, 2006. 305 S.

[17] W. Matschinsky. *Radführungen der Straßenfahrzeuge*. 3. Aufl. Berlin: Springer, 1. Jan. 2007. 467 S.

[18] W. Matschinsky. „Bestimmung mechanischer Kenngrößen von Radaufhängungen“. Dissertationsschrift. Hannover: Universität Hannover, 1992.

[19] M. B. Gerrard. „Kinematic Suspension Linkages - A Model for Their Behaviour and a Procedure for Their Design“. In: SAE 2002 World Congress & Exhibition. 4. März 2002, S. 2002-01–0281. doi: 10.4271/2002-01-0281.

[20] *Straßenfahrzeuge - Fahrzeugdynamik und Fahrverhalten - Begriffe*. Norm DIN ISO 8855. Berlin, 2011.

[21] J. Reimpell und J. W. Betzler. *Fahrwerktechnik: Grundlagen*. 5., überarb. Aufl. Würzburg: Vogel, 1. Jan. 2005. 475 S.

[22] J. C. Dixon. *Suspension Geometry and Computation*. 1. Aufl. Wiley, 23. Okt. 2009. 417 S. doi: 10.1002/9780470682906.

[23] P. A. Simionescu und D. Beale. „Synthesis and analysis of the five-link rear suspension system used in automobiles“. In: *Mechanism and Machine Theory* 37.9 (1. Jan. 2002), S. 815–832. doi: 10.1016/S0094-114X(02)00037-X.

[24] J. Knapczyk und S. Dzierz˙ek. „Displacement and Force Analysis of Five-Rod Suspension With Flexible Joints“. In: *Journal of Mechanical Design* 117.4 (1. Dez. 1995), S. 532–538. doi: 10.1115/1.2826715.

[25] Y. A. Papegay, J.-P. Merlet und D. Daney. „Exact kinematics analysis of Car's suspension mechanisms using symbolic computation and interval analysis“. In: *Mechanism and Machine Theory* 40.4 (Apr. 2005), S. 395–413. doi: 10.1016/j.mechmachtheory.2003.07.003.

[26] D. Cronin. „MacPherson strut kinematics“. In: *Mechanism and Machine Theory* 16.6 (Jan. 1981), S. 631–644. doi: 10.1016/0094-114X(81)90069-0.

[27] K. V. Reddy et al. „A comprehensive kinematic analysis of the double wishbone and MacPherson strut suspension systems“. In: *Mechanism and Machine Theory* 105 (Nov. 2016), S. 441–470. doi: 10.1016/j.mechmachtheory.2016.06.001.

[28] V. Cherian, N. Jalili und V. Ayglon. „Modelling, simulation, and experimental verification of the kinematics and dynamics of a double wishbone suspension configuration“. In: *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part D: Journal of Automobile Engineering* 223.10 (1. Okt. 2009), S. 1239–1262. doi: 10.1243/09544070JAUTO1153.

[29] K. Tan. „Effiziente Auslegungs- und Optimierungsmethode für den Konzeptentwurf von Verbundlenkerachsen“. Dissertationsschrift. Siegen: Universität Siegen, 2017.

[30] K.-P. Schnelle. „Simulationsmodelle für die Fahrdynamik von Personenwagen unter Berücksichtigung der nichtlinearen Fahrwerkskinematik“. Dissertationsschrift. Stuttgart: Universität Stuttgart, 1990. 167 S.

[31] L.-W. Tsai. *Robot analysis: the mechanics of serial and parallel manipulators*. New York: Wiley, 1999. 505 S.

[32] W. Matschinsky. „Zur Analyse und Synthese räumlicher Einzelradaufhaengungen“. In: *ATZ* 73 (1971), S. 247–254.

[33] D. Lee, D. Pascoe und W. ElMaraghy. „An analysis of the multi-link independent suspension system“. In: *International Journal of Vehicle Design* 14.1 (1993), S. 44–58. doi: 10.1504/IJVD.1993.061824.

[34] D. Schramm, M. Hiller und R. Bardini. *Modellbildung und Simulation der Dynamik von Kraftfahrzeugen*. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2018. 450 S. doi: 10.1007/978-3-662-54481-5.

[35] P. E. Nikravesh. „An Overview of Several Formulations for Multibody Dynamics“. In: *Product Engineering*. Hrsg. von D. Talabă und T. Roche. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 1. Jan. 2005, S. 189–226. doi: 10.1007/1-4020-2933-0_13.

[36] C. Woernle. *Mehrkörpersysteme: Eine Einführung in die Kinematik und Dynamik von Systemen starrer Körper*. 3. Aufl. 2022. Berlin: Springer, 1. Jan. 2022.

[37] N. Orlandea, M. A. Chace und D. A. Calahan. „A Sparsity-Oriented Approach to the Dynamic Analysis and Design of Mechanical Systems—Part 1“. In: *Journal of Engineering for Industry* 99.3 (1. Aug. 1977), S. 773–779. doi: 10.1115/1.3439312.

[38] I. Albers. „Auslegungs- und Optimierungswerkzeuge für die effiziente Fahrwerkentwicklung“. Dissertationsschrift. Aachen: RWTH Aachen, 2009. 172 S.

[39] M. B. Gerrard. „The Equivalent Elastic Mechanism: a Tool for the Analysis and the Design of Compliant Suspension Linkages“. In: SAE 2005 World Congress & Exhibition. 11. Apr. 2005, S. 2005-01–1719. doi: 10.4271/2005-01-1719.

[40] S. Büchner. „Einfluss elastokinematischer Achskennwerte auf die Fahrdynamik“. Dissertationsschrift. München: Technische Universität München, 2020.

[41] A. A. Castro und G. Rill. „Kinematic Versus Elasto-Kinematic Model of a Twistbeam Suspension“. In: *Advances in Dynamics of Vehicles on Roads and Tracks II*. Hrsg. von A. Orlova und D. Cole. Cham: Springer International Publishing, 2022, S. 595–605. doi: 10.1007/978-3-031-07305-2_59.

[42] J. S. Kang et al. „Elastokinematic Analysis and Optimization of Suspension Compliance Characteristics“. In: SAE International Congress and Exposition. 24. Feb. 1997, S. 970104. doi: 10.4271/970104.

[43] J. S. Kang et al. „Force Equilibrium Approach for Linearization of Constrained Mechanical System Dynamics“. In: *Journal of Mechanical Design* 125.1 (1. März 2003), S. 143–149. doi: 10.1115/1.1541631.

[44] H. Abel. „Entwicklung einer Fahrwerkauslegungsmethode für PKW zur Anwendung in der Konzeptphase“. Dissertationsschrift. Göttingen: Technische Universität Dresden, 2019. 202 S.

[45] P. Riekert und T. E. Schunck. „Zur Fahrmechanik des gummibereiften Kraftfahrzeugs“. In: *Ingenieur-Archiv* 11.3 (Juni 1940), S. 210–224. doi: 10.1007/BF02086921.

[46] M. Olley. „National Influences on American Passenger Car Design“. In: *Proceedings of the Institution of Automobile Engineers* 32.2 (Juni 1938), S. 509–572. doi: 10.1243/PIAE_PROC_1937_032_031_02.

[47] W. Bergman. „The Basic Nature of Vehicle Understeer-Oversteer“. In: 1965 International Automotive Engineering Congress and Exposition. 1. Feb. 1965, S. 650085. doi: 10.4271/650085.

[48] P. Redlich. „Objektive und subjektive Beurteilung aktiver Vierradlenkstrategien“. Dissertationsschrift. Aachen: RWTH Aachen, 1994. 148 S.

[49] E. Schindler. *Fahrdynamik: Grundlagen des Lenkverhaltens und ihre Anwendung für Fahrzeugregelsysteme*. 3. Aufl. Tübingen: expert, 1. Jan. 2019. 1-192.

[50] S. Vos et al. „Mechanical-Hydraulic, Adaptive Stabilizer Bar with Frequency–Selective Damping“. In: *13th International Munich Chassis Symposium 2022*. Hrsg. von P. Pfeffer. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2024, S. 93–105. doi: 10.1007/978-3-662-68160-2_9.

[51] R. S. Ball. „The theory of screws: A study in the dynamics of a rigid body“. In: *Mathematische Annalen* 9.4 (Dez. 1876), S. 541–553. doi: 10.1007/BF01442479.

[52] R. Gscheidle et al. *Tabellenbuch Kraftfahrzeugtechnik*. 17. Auflage. Europa-Fachbuchreihe für Kraftfahrzeugtechnik. Haan-Gruiten: Verlag Europa-Lehrmittel, Nourney, Vollmer GmbH & Co. KG, 2019. 576 S.

[53] E. Henker. *Fahrwerktechnik*. Wiesbaden: Vieweg+Teubner Verlag, 1993. doi: 10.1007/978-3-322-93854-1.

[54] M. Brachvogel et al. „Der neue Mini“. In: *ATZ - Automobiltechnische Zeitschrift* 104.1 (Jan. 2002), S. 22–32. doi: 10.1007/BF03224384.

[55] T. Schlichting. „Charakterisierung der Einflüsse unterschiedlicher Querlenker-Bauweisen auf das Fahrverhalten eines Pkw“. Dissertationsschrift. Siegen: Universität Siegen, 2021.

[56] *Alfa Romeo Alfasud Suspension @ www.CarsfromItaly.com*. url: http://www.carsfromitaly.net/alfaromeo/popups/sudsusp.html (besucht am 13. 04. 2024).

[57] J. Beck, K. Hertel und M. Schneeweiss. „Die Koppellenkerachse für frontgetriebene Personenwagen - eine Entwicklung von Audi NSU“. In: *ATZ - Automobiltechnische Zeitschrift* 76.10 (Okt. 1974).

[58] S. Gies und C. Brendes. „MODULARITÄT ALS PRINZIP“. In: *ATZextra* 17.6 (Nov. 2012), S. 56–63. doi: 10.1365/s35778-012-0758-8.

[59] G. Rill, T. Schaeffer und F. Borchsenius. *Grundlagen und computergerechte Methodik der Mehrkörpersimulation: Vertieft in Matlab-Beispielen, Übungen und Anwendungen*. 5. Auflage 2023. Wiesbaden: Springer Fachmedien Wiesbaden, 1. Jan. 2023. -. doi: 10.1007/978-3-658-41968-4.

[60] Fiala,Ernst. „Gummimetall-Lager, insbesondere für die schwenkbare Anlenkung eines Führungslenkers oder eines Achsverbundes am Aufbau eines Kraftfahrzeugs“. Dt. Pat. 2748193A1. Volkswagenwerk AG. 3. Mai 1979.

[61] Shimoe, Hiroo, Kondo, Toshiro und Kameshima, Tetsuya. „Hinterradaufhängung für Fahrzeuge“. Dt. Pat. 3707162C2. Mazda Motor Corp. 1. Aug. 1991.

[62] R. Hiemenz und M. Harder. „Die Hinterachse des neuen Opel Astra“. In: *7. Tag des Fahrwerks 2010 : 04. Oktober 2010*. Aachen, 4. Okt. 2010.

[63] A. Carlitz, J. Glorer und T. Küppers. „Rear wheel suspension with coil springs with an inclined reaction force axis“. Europ. Pat. 2374639A1. Ford Global Technologies LLC. 12. Okt. 2011.

[64] A. Carlitz et al. „Effect of Force Vectoring Spring implementation into a Twistbeam Rear Suspension“. In: *SAE International Journal of Vehicle Dynamics, Stability, and NVH* 1.2 (28. März 2017), S. 283–288. doi: 10.4271/2017-01-1573.

[65] M. B. Gerrard. „Befestigungsaufbau für einen Radträger eines Kraftfahrzeugs“. Dt. Pat. 60315541. Sistemi Sospensioni S.p.A., IT. 21. Mai 2008.

[66] B. Jakob. „Gegenlenkende Fahrzeug-Hinterachse“. Europ. Pat. 2009002158. Bayerische Motoren Werke AG, DE. 15. Okt. 2009.

[67] M. B. Gerrard. „A vehicle suspension“. Europ. Pat. 2009062440. 1. Apr. 2010.

[68] Dr. Schultz Erik. „Radaufhängung für eine Verbundlenkerachse“. Dt. Pat. 102015110036. Benteler Automobiltechnik GmbH, DE. 1. Sep. 2016.

[69] Gerrard, Miles Barnaby. „The design of a flexible axle mounting bracket capable of improving the ride-handling compromise inherent in twist-beam suspensions“. Vehicle Dynamic Expo 2011 (Stuttgart). 18. Mai 2011.

[70] G. Fruhmann, K. Stretz und C. Elbers. „Leichtbau im Fahrwerk“. In: *ATZ - Automobiltechnische Zeitschrift* 112.6 (Juni 2010), S. 394–399. doi: 10.1007/BF03222172.

[71] C. Hacker et al. „Composite Leaf Spring Axle für Pkw: Glasfaserverstärkt“. In: *Lightweight Design* 8.1 (Feb. 2015), S. 14–19. doi: 10.1007/s35725-014-1001-x.

[72] B. Ditzer, S. Rosta und J. Koopmann. „Leichtbau von Tragfedern für Plug-in-Hybrid- und Elektrofahrzeuge“. In: *ATZ - Automobiltechnische Zeitschrift* 124.11 (Nov. 2022), S. 50–55. doi: 10.1007/s35148-022-1508-x.

[73] H.-J. Faulstroh, Dr. Pauly Axel und R. Schmidt. „Achse eines zweispurigen Fahrzeugs mit einem torsionsweichen Verbundlenker“. Dt. Pat. 102007007439. Bayerische Motoren Werke Aktiengesellschaft, DE. 21. Aug. 2008.

[74] M. Frantzen et al. „Reduktion störender Lenkmomente“. In: *ATZ - Automobiltechnische Zeitschrift* 106.5 (Mai 2004), S. 434–440. doi: 10.1007/BF03221627.

[75] P. Spichartz und C. Sourkounis. „Brake force distributions optimised with regard to energy recovery for electric vehicles with single front-wheel drive or rear-wheel drive“. In: *IET Electrical Systems in Transportation* 9.4 (Dez. 2019), S. 186–195. doi: 10.1049/iet-est.2019.0039.

[76] R. Kubaisi. „Adaptive Regenerative Braking in Electric Vehicles“. Dissertationsschrift. Karlsruhe: Karlsruher Institut für Technologie Institut für Technologie, 2018.

[77] C. Yap. *2020 smart EQ returns to brand's origins*. Piston.my. 27. Jan. 2020. url: https://www.piston.my/2020/01/27/2020-smart-eq-returns-to-brands-origins/ (besucht am 14. 03. 2024).

[78] Volkswagen AG. *Modularer E-Antriebs-Baukasten*. Volkswagen Newsroom. 11. Sep. 2017. url: https://www.volkswagen-newsroom.com/de/modularer-e-antriebs-baukasten-3677 (besucht am 14. 03. 2024).

[79] A. Saathoff und T. Kersten. „The new chassis of Volkswagen ID.3 within MEB platform – Front Axle, Rear Axle“. In: *11th International Munich Chassis Symposium 2020*. Hrsg. von P. E. Pfeffer. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2021, S. 1–17. doi: 10.1007/978-3-662-63193-5_1.

[80] L. Nicoletti. „Parametric modeling of battery electric vehicles in the early development phase“. Dissertationsschrift. München: Technische Universität München, 2022, S. 167.

[81] P. N. Spichartz. „Rekuperationsstrategien zur Steigerung der Energieeffizienz in Elektrofahrzeugen“. Dissertationsschrift. Bochum: Ruhr-Universität Bochum, 2019.

[82] *Peugeot Electric Cars - Everything You Need to Know | Eden Motor Group*. url: https://www.edenmotorgroup.com/latest-news/everything-you-need-to-know-about-peugeot-electric-cars/ (besucht am 13. 02. 2025).

[83] Y. Tang. *What's unique about BYD's e-Platform 3.0?* CnEVPost. 15. Aug. 2021. url: https://cnevpost.com/2021/08/15/whats-unique-about-byds-e-platform-3-0/ (besucht am 13. 02. 2025).

[84] M. Wilmes et al. „Challenges and solutions of converting conventional vehicles to hybrid electric or battery electric vehicles“. In: *10th International Munich Chassis Symposium 2019*. Hrsg. von P. E. Pfeffer. Wiesbaden: Springer Fachmedien Wiesbaden, 2020, S. 343–353. doi: 10.1007/978-3-658-26435-2_25.

[85] *ID. 2all und ID. GTI Concept | Vorserienmodell | Volkswagen Deutschland*. url: https://www.volkswagen.de/de/elektrofahrzeuge/elektrofahrzeugkonzepte/ID2-for-all.html (besucht am 13. 02. 2025).

[86] tesla3.de. *Aufbau des Tesla Model 3*. 2. Nov. 2020. url: https://tesla3.de/20200101-tesla-model-3-aufbau-des-model-3/ (besucht am 13. 02. 2025).

[87] *BMW iX1: Der elektrische X1 im Test*. 28. Jan. 2025. url: https://www.adac.de/rund-ums-fahrzeug/autokatalog/marken-modelle/bmw/bmw-ix1/ (besucht am 13. 02. 2025).

[88] T. Niessing und X. F. Fang. „Kinematic analysis and optimisation of a novel multi-link torsion axle“. In: *Mechanism and Machine Theory* 165 (1. Jan. 2021), S. 104432.

[89] J. L. R. d'Alembert. *Traité de dynamique*. Maîtres de la pensée scientifique 2 v. Paris: Gauthier-Villars, 1921. 2 v. S.

[90] 1.-1. Jourdain Philip E. B. *The principle of least action.* Chicago, The Open Court Publishing Company, 1913.

[91] J. Knapczyk und M. Maniowski. „Elastokinematic modeling and study of five-rod suspension with subframe“. In: *Mechanism and Machine Theory* 41.9 (Sep. 2006), S. 1031–1047. doi: 10.1016/j.mechmachtheory.2005.11.003.

[92] N. Vekic. *Lithium-Ionen-Batterien für die Elektromobilität, Status, Zukunftsperspektiven, Recyling*. Hrsg. von T. I. Ressourcenstrategien. 1. Jan. 2020. doi: 10.13140/RG.2.2.14824.70406.

[93] Y. Lu et al. „Research and development of advanced battery materials in China“. In: *Energy Storage Materials* 23 (1. Jan. 2019), S. 144–153. doi: 10.1016/j.ensm.2019.05.019.

[94] *Global EV Outlook 2016: Beyond one million electric cars*. Paris: OECD Publishing; IEA, 1. Jan. 2016. 49 S. doi: 10.1787/9789264279469-en.

[95] C. Wang et al. „Lithium ion battery, battery module, battery pack and automobile“. Pat. CN110518156 (CN). Byd Co Ltd. 23. Okt. 2019.

[96] Sumpf et al. „Integrated energy storage system“. Pat. WO2021102340. 20. Nov. 2020.

[97] A2Mac1. *3D-Scan, Opel Ampera-e*. 1. Jan. 2018.

[98] Human Accom and Design Devices Stds Comm. *Motor Vehicle Dimensions*. Norm J1100.2009. 20. Nov. 2009. doi: 10.4271/J1100_200911.

[99] K. Siebertz, D. van Bebber und T. Hochkirchen. *Statistische Versuchsplanung: Design of Experiments (DoE)*. 2. Auflage. Berlin: Springer, 1. Jan. 2017. 508 S.

[100] A. L. Custódio et al. „Direct Multisearch for Multiobjective Optimization“. In: *SIAM Journal on Optimization* 21.3 (1. Jan. 2011), S. 1109–1140.

[101] F. Riedel. „Charakterisierung und Modellbildung des Elastomerlagerverhaltens bei Betriebs und Sonderlasten“. Dissertationsschrift. Darmstadt: Universitäts- und Landesbibliothek, 27. Jan. 2021.

[102] X. F. Fang und K. Tan. „Effiziente Konzeptauslegung von Verbundlenker-Hinterachsen“. In: *ATZ - Automobiltechnische Zeitschrift* 117.1 (Jan. 2015), S. 42–47. doi: 10.1007/s35148-015-0355-4.

[103] X. F. Fang und K. Tan. „Analytical modelling of twist beam axles“. In: *International Journal of Vehicle Systems Modelling and Testing* 13.1 (2018), S. 1. doi: 10.1504/IJVSMT.2018.094581.

[104] J. Olschewski, X. F. Fang und K. Tan. „Fast Conception (FastCon) - A Tool for Concept Design and Optimization of Twist Beam Axles“. In: WCX SAE World Congress Experience. 14. Apr. 2020, S. 2020-01–0920. doi: 10.4271/2020-01-0920.

[105] C. F. Kollbrunner und K. Basler. *Torsion*. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 1966. doi: 10.1007/978-3-662-29648-6.

[106] L. Quan. „Entwicklung eines Berechnungsansatzes zur Bestimmung der Torsionssteifigkeit unter Berücksichtigung der Wölbkrafttorsion eines Querträgers für Verbundlenkerachsen“. Hochschulschrift. Siegen: Universität Siegen, 2019.

[107] A. Bührig-Polaczek, Hrsg. *Handbuch Urformen*. Edition Handbuch der Fertigungstechnik. München: Hanser, 2014. 938 S.

[108] S. R. Sama, T. Badamo und G. Manogharan. „Case Studies on Integrating 3D Sand-Printing Technology into the Production Portfolio of a Sand-Casting Foundry“. In: *International Journal of Metalcasting* 14.1 (Jan. 2020), S. 12–24. doi: 10.1007/s40962-019-00340-1.

[109] D. Tavernini, E. Velenis und S. Longo. „Feedback brake distribution control for minimum pitch“. In: *Vehicle System Dynamics* 55.6 (3. Juni 2017), S. 902–923. doi: 10.1080/00423114.2017.1293275.

[110] OpenStreetMap Contributors. *OpenStreetMap*. OpenStreetMap Foundation, 2024.

[111] K. Becker, Hrsg. *Korrelation zwischen objektiver Messung und subjektiver Beurteilung in der Fahrzeugentwicklung*. Subjektive Fahreindrücke sichtbar machen 4. Renningen: Expert-Verl, 2010. 280 S.

[112] *Straßenfahrzeuge: Testverfahren für querdynamisches Übertragungsverhalten*. Norm DIN ISO 7401. Berlin, 1. Jan. 1989. 16 S.

[113] E. Donges et al. „Funktion und Sicherheitskonzept der Aktiven Hinterachskinematik von BMW“. In: *ATZ - Automobiltechnische Zeitschrift* 92.10 (1. Jan. 1990), S. 580–587.

[114] M. Decker. „Zur Beurteilung der Querdynamik von Personenkraftwagen“. Dissertationsschrift. München: Technische Universität München, 2009.

[115] R. Henze. „Beurteilung von Fahrzeugen mit Hilfe eines Fahrermodells“. Dissertationsschrift. Braunschweig: TU Braunschweig, 2004. 143 S.

[116] D. Havelock, S. Kuwano und M. Vorländer, Hrsg. *Handbook of Signal Processing in Acoustics*. Softcover reprint of the original 1st edition 2008. New York, NY: Springer New York; Springer, 1. Jan. 2016. 19502 S.

[117] D. H. Weir und R. J. Dimarco. „Correlation and Evaluation of Driver/Vehicle Directional Handling Data“. In: 1978 Automotive Engineering Congress and Exposition. 1. Feb. 1978, S. 780010. doi: 10.4271/780010.

[118] A. Mertins. *Signaltheorie: Grundlagen der Signalbeschreibung, Filterbänke, Wavelets, Zeit-Frequenz-Analyse, Parameter- und Signalschätzung*. Wiesbaden: Springer Fachmedien Wiesbaden, 2023. doi: 10.1007/978-3-658-41529-7.

[119] C. Blatter. *Wavelets — Eine Einführung*. Bearb. von M. Aigner et al. Advanced Lectures in Mathematics. Wiesbaden: Vieweg+Teubner Verlag, 2003. doi: 10.1007/978-3-663-11817-6.

[120] P. Zeller, Hrsg. *Handbuch Fahrzeugakustik*. Wiesbaden: Springer Fachmedien Wiesbaden, 2018. doi: 10.1007/978-3-658-18520-6.

[121] T. Niessing und X. F. Fang. „Objective ride quality evaluation of a multi-link torsion axle for battery electric vehicles“. In: *Automotive and Engine Technology* 10.1 (3. Mai 2025), S. 6. doi: 10.1007/s41104-025-00149-7.

A. Anhang

A.1. Bindungs- und Jakobimatrizen verschiedener Gelenktypen

Tabelle A.1.: Bindungs- und Jakobimatrizen für implizite und explizite Gelenkbindungen: Drehgelenk(D), Kugelgelenk(KG), Kardangelenk(KD), nach [35, 36], für die explizite Form gilt $\underline{s}_j = -\underline{d}_j$

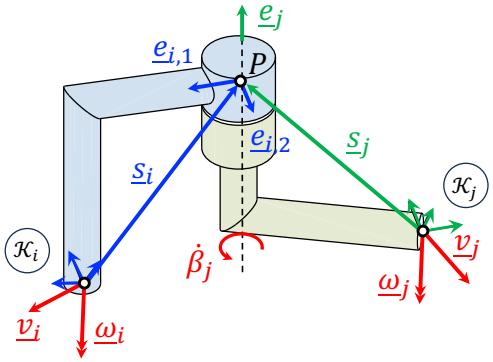
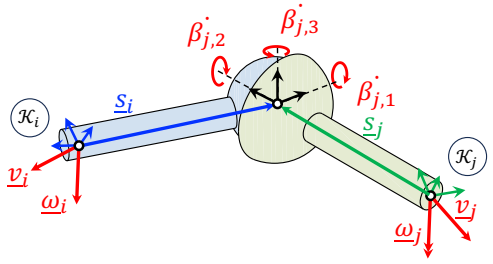
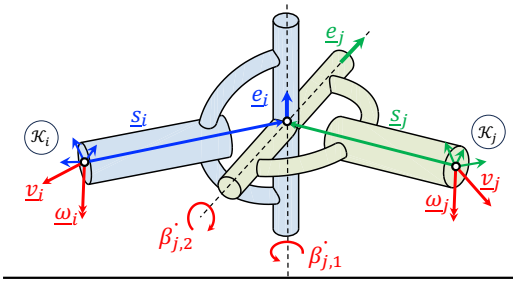
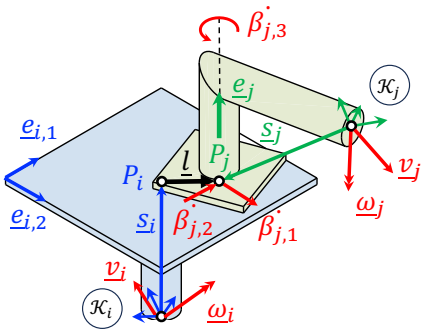
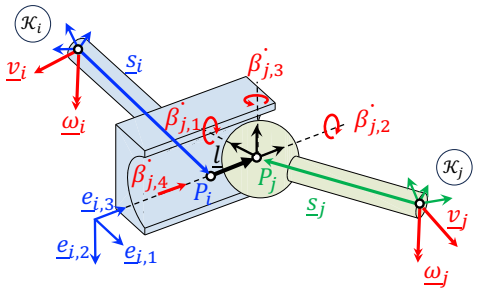
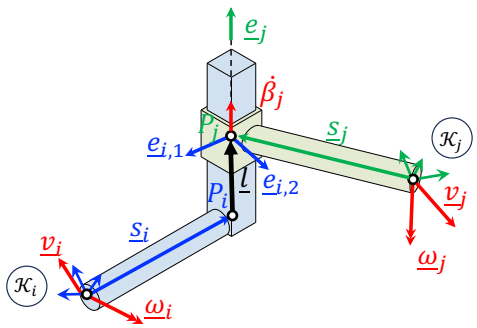
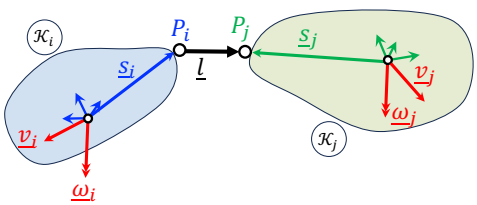
Gelenktyp	Bindungsmatrix implizit	Jakobimatrix explizit
Drehgelenk (D) 	$\mathbf{G}_i^{(D)} = \begin{bmatrix} -\mathbf{E} & \tilde{\mathbf{s}}_i \\ \underline{0}^T & \underline{e}_{i,1}^T\tilde{\mathbf{e}}_j \\ \underline{0}^T & \underline{e}_{i,2}^T\tilde{\mathbf{e}}_j \end{bmatrix}$ $\mathbf{G}_j^{(D)} = \begin{bmatrix} \mathbf{E} & -\tilde{\mathbf{s}}_j \\ \underline{0}^T & -\underline{e}_{i,1}^T\tilde{\mathbf{e}}_j \\ \underline{0}^T & -\underline{e}_{i,2}^T\tilde{\mathbf{e}}_j \end{bmatrix}$	$\mathbf{H}_j^{(D)} = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{e}}_j\underline{d}_j \\ \underline{e}_j \end{bmatrix}$ $\dot{\beta}_j$
	5 Bindungsgleichungen	1 Gelenkgeschwindigkeit
Kugelgelenk (KG) 	$\mathbf{G}_i^{(KG)} = \begin{bmatrix} -\mathbf{E} & \tilde{\mathbf{s}}_i \end{bmatrix}$ $\mathbf{G}_j^{(KG)} = \begin{bmatrix} \mathbf{E} & -\tilde{\mathbf{s}}_j \end{bmatrix}$	$\mathbf{H}_j^{(KG)} = \begin{bmatrix} -\tilde{\mathbf{d}}_j \\ \mathbf{E} \end{bmatrix}$ $\underline{\dot{\beta}}_j = \begin{bmatrix} \dot{\beta}_{j,1} \\ \dot{\beta}_{j,2} \\ \dot{\beta}_{j,3} \end{bmatrix}$
	3 Bindungsgleichungen	3 Gelenkgeschwindigkeiten
Kardangelenk (KD) 	$\mathbf{G}_i^{(KD)} = \begin{bmatrix} -\mathbf{E} & \tilde{\mathbf{s}}_i \\ \underline{0}^T & \underline{e}_i^T\tilde{\mathbf{e}}_j \end{bmatrix}$ $\mathbf{G}_j^{(KD)} = \begin{bmatrix} \mathbf{E} & -\tilde{\mathbf{s}}_j \\ \underline{0}^T & -\underline{e}_i^T\tilde{\mathbf{e}}_j \end{bmatrix}$	$\mathbf{H}_j^{(KD)} = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{e}}_i\underline{d}_j & \tilde{\mathbf{e}}_j\underline{d}_j \\ \underline{e}_i & \underline{e}_j \end{bmatrix}$ $\underline{\dot{\beta}}_j = \begin{bmatrix} \dot{\beta}_{j,1} \\ \dot{\beta}_{j,2} \end{bmatrix}$
	4 Bindungsgleichungen	2 Gelenkgeschwindigkeiten

Tabelle A.2.: Bindungs- und Jakobimatrizen für implizite und explizite Gelenkbindungen: Ebenengelenk(E), Kugel-Schubgelenk (KS), Symmetriebedingung (SB), nach [35, 36], für die explizite Form gilt $\underline{s}_j = -\underline{d}_j$

Gelenktyp	Bindungsmatrix implizit	Jakobimatrix explizit
Ebenengelenk (E) 	$\mathbf{G}_i^{(E)} = \begin{bmatrix} -\underline{e}_j^T & \underline{e}_j^T(\tilde{\mathbf{s}}_i + \tilde{\mathbf{l}}) \\ \underline{0}^T & \underline{e}_{i,1}^T\tilde{\mathbf{e}}_j \\ \underline{0}^T & \underline{e}_{i,2}^T\tilde{\mathbf{e}}_j \end{bmatrix}$ $\mathbf{G}_j^{(E)} = \begin{bmatrix} \underline{e}_j^T & -\underline{e}_j^T\tilde{\mathbf{s}}_j \\ \underline{0}^T & -\underline{e}_{i,1}^T\tilde{\mathbf{e}}_j \\ \underline{0}^T & -\underline{e}_{i,2}^T\tilde{\mathbf{e}}_j \end{bmatrix}$	$\mathbf{H}_j^{(D)} = \begin{bmatrix} \underline{e}_{i,1} & \underline{e}_{i,2} & \tilde{\mathbf{e}}_j\underline{d}_j \\ \underline{0} & \underline{0} & \underline{e}_j \end{bmatrix}$ $\underline{\dot{\beta}}_j = \begin{bmatrix} \dot{\beta}_{j,1} \\ \dot{\beta}_{j,2} \\ \dot{\beta}_{j,3} \end{bmatrix}$
3 Bindungsgleichungen		3 Gelenkgeschwindigkeiten
Kugel-Schubgelenk (KS) 	$\mathbf{G}_i^{(KS)} = \begin{bmatrix} -\underline{e}_{i,1}^T & \underline{e}_{i,1}^T(\tilde{\mathbf{s}}_i + \tilde{\mathbf{l}}) \\ -\underline{e}_{i,2}^T & \underline{e}_{i,2}^T(\tilde{\mathbf{s}}_i + \tilde{\mathbf{l}}) \end{bmatrix}$ $\mathbf{G}_j^{(KS)} = \begin{bmatrix} \underline{e}_{i,1}^T & -\underline{e}_{i,1}^T\tilde{\mathbf{s}}_j \\ \underline{e}_{i,2}^T & -\underline{e}_{i,2}^T\tilde{\mathbf{s}}_j \end{bmatrix}$	$\mathbf{H}_j^{(D)} = \begin{bmatrix} -\tilde{\mathbf{d}}_j & \underline{e}_{i,3} \\ \mathbf{E} & \underline{0} \end{bmatrix}$ $\underline{\dot{\beta}}_j = \begin{bmatrix} \dot{\beta}_{j,1} \\ \dot{\beta}_{j,2} \\ \dot{\beta}_{j,3} \\ \dot{\beta}_{j,4} \end{bmatrix}$
2 Bindungsgleichungen		4 Gelenkgeschwindigkeiten
Schubführung (SF) 	$\mathbf{G}_i^{(SF)} = \begin{bmatrix} -\underline{e}_{i,1}^T & \underline{e}_{i,1}^T(\tilde{\mathbf{s}}_i + \tilde{\mathbf{l}}) \\ -\underline{e}_{i,2}^T & \underline{e}_{i,2}^T(\tilde{\mathbf{s}}_i + \tilde{\mathbf{l}}) \\ \mathbf{0} & \mathbf{E} \end{bmatrix}$ $\mathbf{G}_j^{(SF)} = \begin{bmatrix} \underline{e}_{i,1}^T & -\underline{e}_{i,1}^T\tilde{\mathbf{s}}_j \\ \underline{e}_{i,2}^T & -\underline{e}_{i,2}^T\tilde{\mathbf{s}}_j \\ \mathbf{0} & -\mathbf{E} \end{bmatrix}$	$\mathbf{H}_j^{(SF)} = \underline{e}_j$ $\underline{\dot{\beta}}_j$
5 Bindungsgleichungen		1 Gelenkgeschwindigkeiten
Symmetriebedingung (SB) 	$\mathbf{G}_i^{(SB)} = \begin{bmatrix} \underline{l}^T & \underline{l}^T\tilde{\mathbf{s}}_i \end{bmatrix}$ $\mathbf{G}_j^{(SB)} = \begin{bmatrix} \underline{l}^T & \underline{l}^T\tilde{\mathbf{s}}_j \end{bmatrix}$	
1 Bindungsgleichungen		

A.2. MLTA spezifische Matrizen aus Modellierung

A.2.1. Globale Versatzmatrix $\mathbf{B}_{MLTA}$

$$\mathbf{B}_{MLTA} = \begin{bmatrix} \mathbf{E} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{B}_{21} & \mathbf{E} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{B}_{31} & \mathbf{B}_{32} & \mathbf{E} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{B}_{41} & \mathbf{B}_{42} & \mathbf{B}_{43} & \mathbf{E} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{B}_{51} & \mathbf{B}_{52} & \mathbf{B}_{53} & \mathbf{B}_{54} & \mathbf{E} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{B}_{61} & \mathbf{B}_{62} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{E} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{E} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{B}_{87} & \mathbf{E} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{B}_{97} & \mathbf{B}_{98} & \mathbf{E} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{B}_{107} & \mathbf{B}_{108} & \mathbf{B}_{109} & \mathbf{E} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{B}_{117} & \mathbf{B}_{118} & \mathbf{B}_{119} & \mathbf{B}_{1110} & \mathbf{E} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{B}_{127} & \mathbf{B}_{128} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{E} \end{bmatrix}$$

A.2.2. Globale Jakobimatrix der Gelenke $\mathbf{H}_{MLTA}$

$$\mathbf{H}_{MLTA} = \begin{bmatrix} \mathbf{H}_1^{(KD)} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{H}_2^{(KG)} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{H}_3^{(D)} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{H}_4^{(D)} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{H}_5^{(E)} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{H}_6^{(D)} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{H}_7^{(KD)} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{H}_8^{(KG)} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{H}_9^{(D)} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{H}_{10}^{(D)} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{H}_{11}^{(E)} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{H}_{12}^{(D)} \end{bmatrix}$$

A.2.3. Globale Jakobimatrix $\mathbf{J}_{MLTA}$

$$\mathbf{J}_{MLTA} = \begin{bmatrix}
\mathbf{H}_1^{(KD)} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\
\mathbf{B}_{21}\mathbf{H}_1^{(KD)} & \mathbf{H}_2^{(KG)} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\
\mathbf{B}_{31}\mathbf{H}_1^{(KD)} & \mathbf{B}_{32}\mathbf{H}_2^{(KG)} & \mathbf{H}_3^{(D)} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\
\mathbf{B}_{41}\mathbf{H}_1^{(KD)} & \mathbf{B}_{42}\mathbf{H}_2^{(KG)} & \mathbf{B}_{43}\mathbf{H}_3^{(D)} & \mathbf{H}_4^{(D)} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\
\mathbf{B}_{51}\mathbf{H}_1^{(KD)} & \mathbf{B}_{52}\mathbf{H}_2^{(KG)} & \mathbf{B}_{53}\mathbf{H}_3^{(D)} & \mathbf{B}_{54}\mathbf{H}_4^{(D)} & \mathbf{H}_5^{(E)} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\
\mathbf{B}_{61}\mathbf{H}_1^{(KD)} & \mathbf{B}_{62}\mathbf{H}_2^{(KG)} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{H}_6^{(D)} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\
\mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{H}_7^{(KD)} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\
\mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{B}_{87}\mathbf{H}_7^{(KD)} & \mathbf{H}_8^{(KG)} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\
\mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{B}_{97}\mathbf{H}_7^{(KD)} & \mathbf{B}_{98}\mathbf{H}_8^{(KG)} & \mathbf{H}_9^{(D)} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\
\mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{B}_{107}\mathbf{H}_7^{(KD)} & \mathbf{B}_{108}\mathbf{H}_8^{(KG)} & \mathbf{B}_{109}\mathbf{H}_9^{(D)} & \mathbf{H}_{10}^{(D)} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\
\mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{B}_{117}\mathbf{H}_7^{(KD)} & \mathbf{B}_{118}\mathbf{H}_8^{(KG)} & \mathbf{B}_{119}\mathbf{H}_9^{(D)} & \mathbf{B}_{1110}\mathbf{H}_{10}^{(D)} & \mathbf{H}_{11}^{(E)} & \mathbf{0} \\
\mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{B}_{127}\mathbf{H}_7^{(KD)} & \mathbf{B}_{128}\mathbf{H}_8^{(KG)} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{H}_{12}^{(D)}
\end{bmatrix}$$

A.2.4. Globale Bindungsmatrix der sekundären Gelenke $\mathbf{G}^s_{MLTA}$

$$\mathbf{G}^s_{MLTA} = \begin{bmatrix}
\mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{G}_{6,I}^{(D)} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{G}_{12,I}^{(D)} \\
\mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{G}_{5,II}^{(SF)} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\
\mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{G}_{11,III}^{(SF)} & \mathbf{0} \\
\mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{G}_{6,IV}^{(KS)} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\
\mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{G}_{12,V}^{(KS)} \\
\mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{G}_{6,VI}^{(SB)} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{G}_{12,VI}^{(SB)}
\end{bmatrix}$$

A.2.5. Globale implizite Bindungsmatrix

$$\mathbf{G}_{MLTA} = \begin{bmatrix}
\mathbf{G}_{1}^{(KD)} & \mathbf{G}_{12}^{(KG)} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\
\mathbf{0} & \mathbf{G}_{21}^{(KG)} & \mathbf{G}_{23}^{(D)} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{G}_{26}^{(D)} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\
\mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{G}_{32}^{(D)} & \mathbf{G}_{34}^{(D)} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\
\mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{G}_{43}^{(D)} & \mathbf{G}_{45}^{(E)} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\
\mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{G}_{54}^{(E)} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{G}_{5,II}^{(SF)} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\
\mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{G}_{62}^{(D)} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{G}_{6,I}^{(D)} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{G}_{6,IV}^{(KS)} & \mathbf{0} & \mathbf{G}_{6,VI}^{(SB)} \\
\mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{G}_{7}^{(KD)} & \mathbf{G}_{78}^{(KG)} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\
\mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{G}_{87}^{(KG)} & \mathbf{G}_{89}^{(D)} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{G}_{812}^{(D)} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\
\mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{G}_{98}^{(D)} & \mathbf{G}_{910}^{(D)} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\
\mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{G}_{109}^{(D)} & \mathbf{G}_{1011}^{(E)} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\
\mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{G}_{1110}^{(E)} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{G}_{11,III}^{(SF)} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\
\mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{G}_{128}^{(D)} & \mathbf{G}_{12,I}^{(D)} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{G}_{12,V}^{(KS)} & \mathbf{G}_{12,VI}^{(SB)}
\end{bmatrix}$$

A.2.6. Globale Nachgiebigkeitsmatrix der primären Gelenke

$$\mathbf{G}_{MLTA}^{p} = \begin{bmatrix}
\tilde{\mathbf{C}}_1\mathbf{G}_1^{(KD)T} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\
\mathbf{B}_{21}\tilde{\mathbf{C}}_1\mathbf{G}_1^{(KD)T} & \tilde{\mathbf{C}}_2\mathbf{G}_2^{(KG)T} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\
\mathbf{B}_{31}\tilde{\mathbf{C}}_1\mathbf{G}_1^{(KD)T} & \mathbf{B}_{32}\tilde{\mathbf{C}}_2\mathbf{G}_2^{(KG)T} & \tilde{\mathbf{C}}_3\mathbf{G}_3^{(D)T} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\
\mathbf{B}_{41}\tilde{\mathbf{C}}_1\mathbf{G}_1^{(KD)T} & \mathbf{B}_{42}\tilde{\mathbf{C}}_2\mathbf{G}_2^{(KG)T} & \mathbf{B}_{43}\tilde{\mathbf{C}}_3\mathbf{G}_3^{(D)T} & \tilde{\mathbf{C}}_4\mathbf{G}_4^{(D)T} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\
\mathbf{B}_{51}\tilde{\mathbf{C}}_1\mathbf{G}_1^{(KD)T} & \mathbf{B}_{52}\tilde{\mathbf{C}}_2\mathbf{G}_2^{(KG)T} & \mathbf{B}_{53}\tilde{\mathbf{C}}_3\mathbf{G}_3^{(D)T} & \mathbf{B}_{54}\tilde{\mathbf{C}}_4\mathbf{G}_4^{(D)T} & \tilde{\mathbf{C}}_5\mathbf{G}_5^{(E)T} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\
\mathbf{B}_{61}\tilde{\mathbf{C}}_1\mathbf{G}_1^{(KD)T} & \mathbf{B}_{62}\tilde{\mathbf{C}}_2\mathbf{G}_2^{(KG)T} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & (\tilde{\mathbf{C}}_6 + \tilde{\mathbf{C}}_{6,6}^{TBE})\mathbf{G}_6^{(D)T} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \tilde{\mathbf{C}}_{6,12}^{TBE}\mathbf{G}_{12}^{(D)T} \\
\mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \tilde{\mathbf{C}}_7\mathbf{G}_7^{(KD)T} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\
\mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{B}_{87}\tilde{\mathbf{C}}_7\mathbf{G}_7^{(KD)T} & \tilde{\mathbf{C}}_8\mathbf{G}_8^{(KG)T} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\
\mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{B}_{97}\tilde{\mathbf{C}}_7\mathbf{G}_7^{(KD)T} & \mathbf{B}_{98}\tilde{\mathbf{C}}_8\mathbf{G}_8^{(KG)T} & \tilde{\mathbf{C}}_9\mathbf{G}_9^{(D)T} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\
\mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{B}_{107}\tilde{\mathbf{C}}_7\mathbf{G}_7^{(KD)T} & \mathbf{B}_{108}\tilde{\mathbf{C}}_8\mathbf{G}_8^{(KG)T} & \mathbf{B}_{109}\tilde{\mathbf{C}}_9\mathbf{G}_9^{(D)T} & \tilde{\mathbf{C}}_{10}\mathbf{G}_{10}^{(D)T} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\
\mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{B}_{117}\tilde{\mathbf{C}}_7\mathbf{G}_7^{(KD)T} & \mathbf{B}_{118}\tilde{\mathbf{C}}_8\mathbf{G}_8^{(KG)T} & \mathbf{B}_{119}\tilde{\mathbf{C}}_9\mathbf{G}_9^{(D)T} & \mathbf{B}_{1110}\tilde{\mathbf{C}}_10\mathbf{G}_{10}^{(D)T} & \tilde{\mathbf{C}}_{11}\mathbf{G}_{11}^{(E)T} & \mathbf{0} \\
\mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \tilde{\mathbf{C}}_{12,6}^{TBE}\mathbf{G}_6^{(D)T} & \mathbf{B}_{127}\tilde{\mathbf{C}}_7\mathbf{G}_7^{(KD)T} & \mathbf{B}_{128}\tilde{\mathbf{C}}_8\mathbf{G}_8^{(KG)T} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & (\tilde{\mathbf{C}}_{12} + \tilde{\mathbf{C}}_{12,12}^{TBE})\mathbf{G}_{12}^{(D)T}
\end{bmatrix}$$

A.2.7. Nachgiebigkeitsmatrix für den TBE-Körper aus der FE-Berechnung

$$\mathbf{C}_{TBE} = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_{11,TBE} & \mathbf{C}_{12,TBE} \\ \mathbf{C}_{21,TBE} & \mathbf{C}_{22,TBE} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{C}_{11,TBE} = \begin{bmatrix} 8.1E-05 & -5.9E-05 & 6.1E-06 & 1.0E-07 & 2.4E-07 & 2.6E-07 \\ -5.9E-05 & 1.9E-04 & -3.0E-05 & -3.4E-07 & -1.2E-07 & -5.4E-0 \\ 6.1E-06 & -3.0E-05 & 2.7E-05 & 2.8E-07 & -7.1E-08 & 2.6E-08 \\ 1.0E-07 & -3.4E-07 & 2.8E-07 & 2.8E-09 & -5.9E-10 & 3.7E-10 \\ 2.4E-07 & -1.2E-07 & -7.1E-08 & -5.9E-10 & 1.0E-09 & 6.6E-10 \\ 2.6E-07 & -5.4E-07 & 2.6E-08 & 3.7E-10 & 6.6E-10 & 3.0E-09 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{C}_{21,TBE} = \begin{bmatrix} 5.6E-07 & -9.8E-06 & -6.2E-08 & -9.3E-1 & 4.3E-09 & 2.5E-08 \\ 9.8E-06 & -5.2E-06 & 2.2E-05 & 2.2E-07 & -6.0E-08 & 7.8E-08 \\ -6.2E-08 & -2.2E-05 & 6.3E-06 & 6.4E-08 & -1.6E-08 & 3.9E-08 \\ -1.6E-11 & 2.2E-07 & -6.4E-08 & -6.5E-1 & 1.7E-10 & -4.0E-10 \\ 4.4E-09 & 6.0E-08 & -1.4E-08 & -1.5E-1 & 4.4E-11 & -5.9E-11 \\ -2.5E-08 & 7.9E-08 & -2.5E-08 & -2.6E-1 & 8.9E-12 & -2.9E-10 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{C}_{12,TBE} = \begin{bmatrix} 5.6E-07 & 9.8E-06 & -6.2E-08 & -1.6E-11 & 4.4E-09 & -2.5E-08 \\ -9.8E-06 & -5.2E-06 & -2.2E-05 & 2.2E-07 & 6.0E-08 & 7.9E-08 \\ -6.2E-08 & 2.2E-05 & 6.3E-06 & -6.4E-08 & -1.4E-08 & -2.5E-08 \\ -9.3E-13 & 2.2E-07 & 6.4E-08 & -6.5E-10 & -1.5E-10 & -2.6E-10 \\ 4.3E-09 & -6.0E-08 & -1.6E-08 & 1.7E-10 & 4.4E-11 & 8.9E-12 \\ 2.5E-08 & 7.8E-08 & 3.9E-08 & -4.0E-10 & -5.9E-11 & -2.9E-10 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{C}_{22,TBE} = \begin{bmatrix} 8.1E-05 & 5.9E-05 & 6.1E-06 & -1.0E-07 & 2.4E-07 & -2.6E-07 \\ 5.9E-05 & 1.9E-04 & 3.0E-05 & -3.4E-07 & 1.2E-07 & -5.4E-07 \\ 6.1E-06 & 3.0E-05 & 2.7E-05 & -2.8E-07 & -7.1E-08 & -2.5E-08 \\ -1.0E-07 & -3.4E-07 & -2.8E-07 & 2.8E-09 & 5.9E-10 & 3.7E-10 \\ 2.4E-07 & 1.2E-07 & -7.1E-08 & 5.9E-10 & 1.0E-09 & -6.7E-10 \\ -2.6E-07 & -5.4E-07 & -2.5E-08 & 3.7E-10 & -6.7E-10 & 3.0E-09 \end{bmatrix}$$

A.3. Benutzereingabe und Input-File Generierung

Im ersten Schritt definiert der Benutzer die einzelnen Hardpoints. Für Mechanismen, die sich über beide Fahrzeugseiten erstrecken, ist lediglich die Angabe der Hardpoints auf der linken Seite in Fahrrichtung erforderlich. Die Hardpoints für die rechte Seite werden automatisch durch Spiegelung an der Fahrzeugmittelebene (xz-Ebene) generiert.

Die einzelnen Körper des Mehrkörpersystems werden über die Lage der Körperbezugspunkte (`CM`) und eine eindeutige Körper-Nummer (`bodyID`) definiert. Die `bodyID` ergibt sich aus dem topologischen Aufbau der offenen kinematischen Kette wie im Beispiel des MLTA-Ersatzmodells aus Abbildung 3.4. Handelt es sich um eine gespiegelte Radaufhängung, kann mit `side` zusätzlich die Fahrzeugseite des Körpers angegeben werden.

Listing A.1: Auszug aus dem JSON Input-File

```
{
  "Hardpoints": {
    "U": [4700.00, -568.02, 555.00],
    "L": [3945.20, -539.68, 436.38],
    ...
  },
  "Bodies": {
    "B1_Link": {
      "bodyID" :1,
      "CM" : [4110.80, -569.27,366.38],
      "side" : "ls"
    },
    ...
```

Die Gelenke werden ebenfalls im Input-File über den `jointType`, die `jointTopology`, und eine eindeutige Gelenknummer (`jointID`) definiert. Die `jointID` bezieht sich für primäre Gelenke dabei immer auf den Gelenkfolgekörper (j) und für sekundäre auf die Schleife, die durch das sekundäre Gelenk geschlossen wird. Der Gelenkvorgängerkörper (i) und der Gelenkfolgekörper (j) werden über die vorab definierten `bodyIDs` festgelegt. Die Gelenkposition (`jointPosition`) am i und am j Körper werden über die definierten Hardpoints aus Listing A.1 beschrieben. Die Ausrichtung der Gelenke wird mithilfe von Eulerwinkeln entsprechend der $(z - x' - z'')$ Konvention nach Gleichung (3.51) definiert. So ergibt sich exemplarisch für das Kardangelenk L_1 des MLTA Ersatzmodells folgender Eintrag:

Listing A.2: Auszug aus dem JSON Input-File

```
...
  "primary_joints" : {
    "L1":{
      "jointType" : "cardanic",
      "jointID" : 1,
      "jointTopology" :"primary",
      "i" : {
        "bodyID" : 0,
        "jointPosition" : "L",
        "orientation": {
          "method" : "euler",
          "euler_angles" : [90.0, 22.91, 260.65]
        }
      },
```

```
15          ....
```

Mit diesen Informationen können die Bindungs- und die Jakobimatrizen der Gelenke nach den Tabellen A.1 und A.2 gebildet werden. Zusammen mit der vom Benutzer definierten Körperanordnung ergibt sich so durch das Input-File eine klar definierte kinematische Topologie des Mehrkörpersystems.

Ergänzend können durch den Benutzer die Elastomereigenschaften an den einzelnen Lagerstellen definiert werden. Dazu wird das Elastomerlager durch die Parameter `bushTopology` und die `jointID` klar einem Gelenk zugeordnet. Zusätzliche Federelemente, die nicht an den Gelenkpunkten wirken, werden der `bushTopology=additional` zugeordnet. Die einzelnen Elastomerlager und Federelemente können über die logische Variable (`active`) aktiviert oder deaktiviert werden. Die Steifigkeiten und mögliche Vorlasten werden nach Gleichung (3.50) im lokalen Koordinatensystem definiert. Die Ausrichtung sowohl am i und j Körper wird durch den Benutzer vorgegeben. Für Elastomerlager empfiehlt sich die Orientierung nach Eulerwinkeln.

Durch Verwendung der Option `method` lässt sich die Orientierungsmethode auf `two-points` umstellen, was ermöglicht, dass die Ausrichtung bestimmter Komponenten wie Aufbaufedern und Dämpferanschlagsfedern anhand von zwei Punkten definierte werden kann. Exemplarisch ergibt sich für ein Elastomerlager an der Position L_1 folgender Eintrag:

Listing A.3: Auszug aus dem JSON Input-File

```
1   ...
2   "primary_bushings" :{
3     "L1" :{
4       "bushTopology" : "primary",
5       "jointID" : 1,
6       "active" : 0,
7       "stiffness": [310, 1730, 175, 1200, 1200, 500],
8       "preloads" :[0,0,0,0,0,0],
9       "i" : {
10        "bodyID" : 1,
11        "orientation" :{
12          "method": "euler",
13          "euler_angles" : [169.9,90,202.6]
14        }
15      },
16      ...
```

Die Simulationsparameter der Hauptberechnungsschleife werden durch die Schrittweite h und die Zeitparameter t_0 und t_{end} festgelegt. Für die Vorlastschleife wird die Anzahl der Iterationen mit `steps_pre` bestimmt. Die Simulationszeit für die Berechnung der Vorlasten ist auf 1 Sekunde festgelegt, wobei dieser Zeitraum zwischen $t_{0,pre}$ und $t_{end,pre}$ unveränderlich ist. Die Gesamtanzahl der Simulationsschritte für die Hauptberechnungsschleife berechnet sich wie folgt:

$$steps = \left(\frac{t_{end} - t_0}{h}\right) + 1 \tag{A.1}$$

Für die Vorlastschleife ergibt sich die Schrittweite h_{pre} wie folgt:

$$h_{pre} = \frac{t_{end,pre} - t_{0,pre}}{steps_{pre} - 1} \tag{A.2}$$

Listing A.4: Auszug aus dem JSON Input-File

```
...
"step_parameters": {
  "t_0":[0],
  "t_end":[30],
  "h":[0.05],
  "steps_pre": [10]
},
...
```

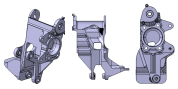
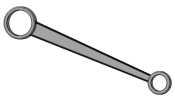
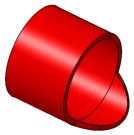
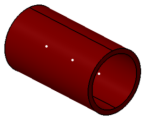
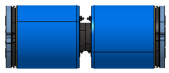
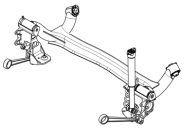
Die eingeprägten Kraftwinder und der Antrieb, in Form der rheonomen Bindungen, wird ebenfalls im Input-File festgelegt. Die Signale werden in Abhängigkeit von der Simulationszeit `TIME` definiert. Das Signal beschreibt dabei immer die Kraft bzw. Geschwindigkeit am j Körper relativ zum i Körper, in diesem Fall das Referenzsystem `bodyID=0`. Für den Antrieb der linken Aufstandsplattform (`bodyID=5`) und eine eingeprägte Kraft am Radträger (`bodyID=3`) in y-Richtung ergibt sich somit exemplarisch im Input-File:

Listing A.5: Auszug aus dem JSON Input-File

```
...
"drives": {
  "force_torque_drives": {
    "f3": {
      "signal" : ["~","sin(2*pi*1/30*TIME)*1000","~","~","~","~"],
      "i" : 0,
      "j" : 3
      },
      ...
      },
      "rheonomic_drives": {
        "b5": {
          "signal" : ["~","~","sin(2*pi*1/30*TIME)*100","~","~","~"
             ],
          "i" : 0,
          "j" : 5,
          "jointTopology" : "secondary",
          "jointID" : 2
          },
          ....
```

A.4. Stückliste des finalen Prototyps

Tabelle A.3.: Stückliste des MLTA Prototyps

Bauteil	Anzahl	Masse (kg)	Material	Abbildung
Torsionsprofil	1	10.70	S550 MC	
Einschubblech	2	0.76	S550 MC	
Längslenker	2	3.71	S420 MC	
Radträger	2	4.38	Aluminiumfräsbauteil	
Längsstrebe	2	0.31	AlSi7Mg0.3 T6	
Lagerschale U	2	0.73	–	
Lagerschale RU	2	0.90	–	
Gummilager RU	2	1.48	–	
Gummilager U	2	0.20	–	
Gummilager L	2	0.10	–	–
Gummilager RL	2	0.10	–	–
Gesamt ZSB	23	36.27		

A.5. Zusammenfassung der objektiven Versuchsergebnisse in Snake-Chart Darstellung

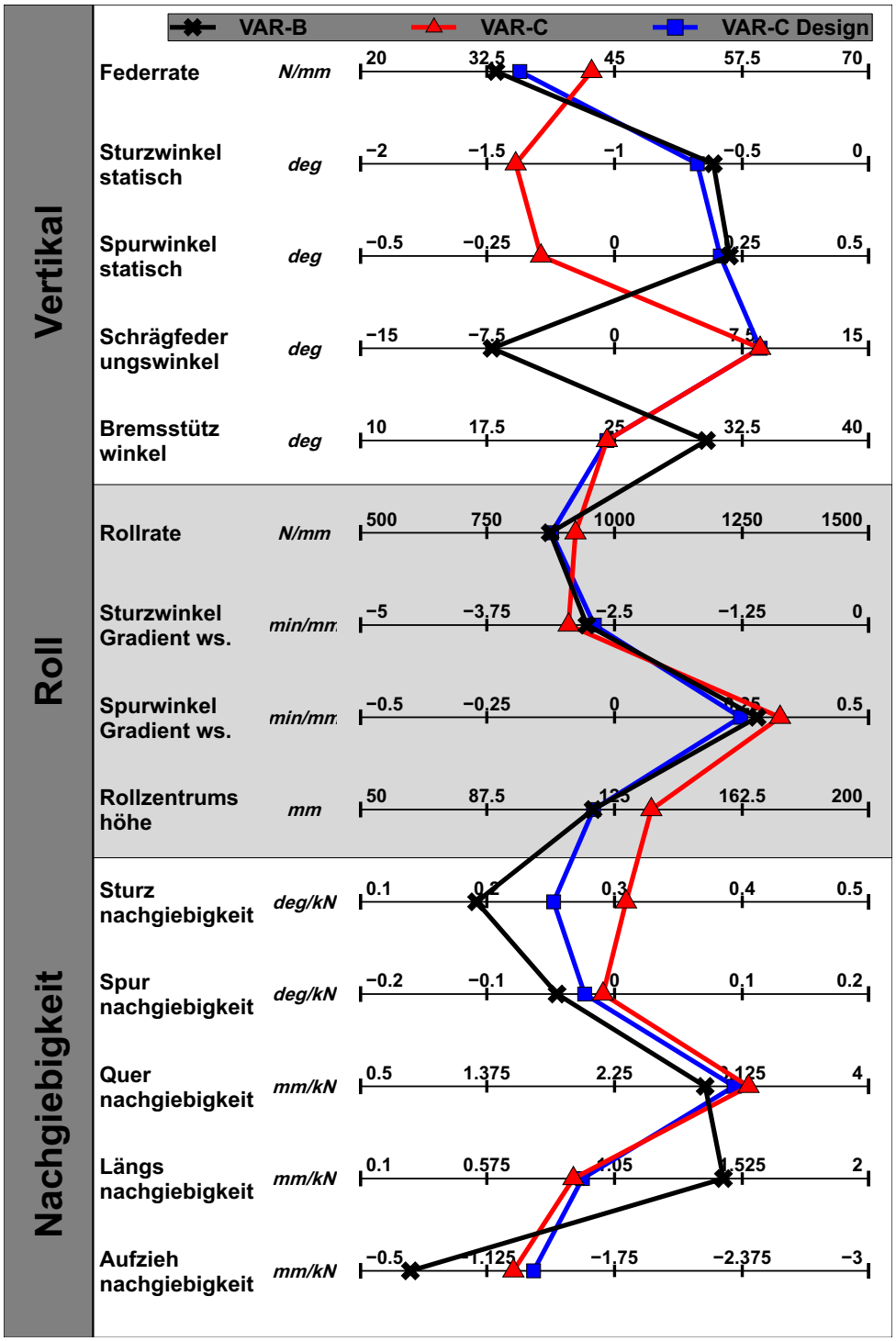


Abbildung A.1.: Snake-Chart KnC Ergebnisse

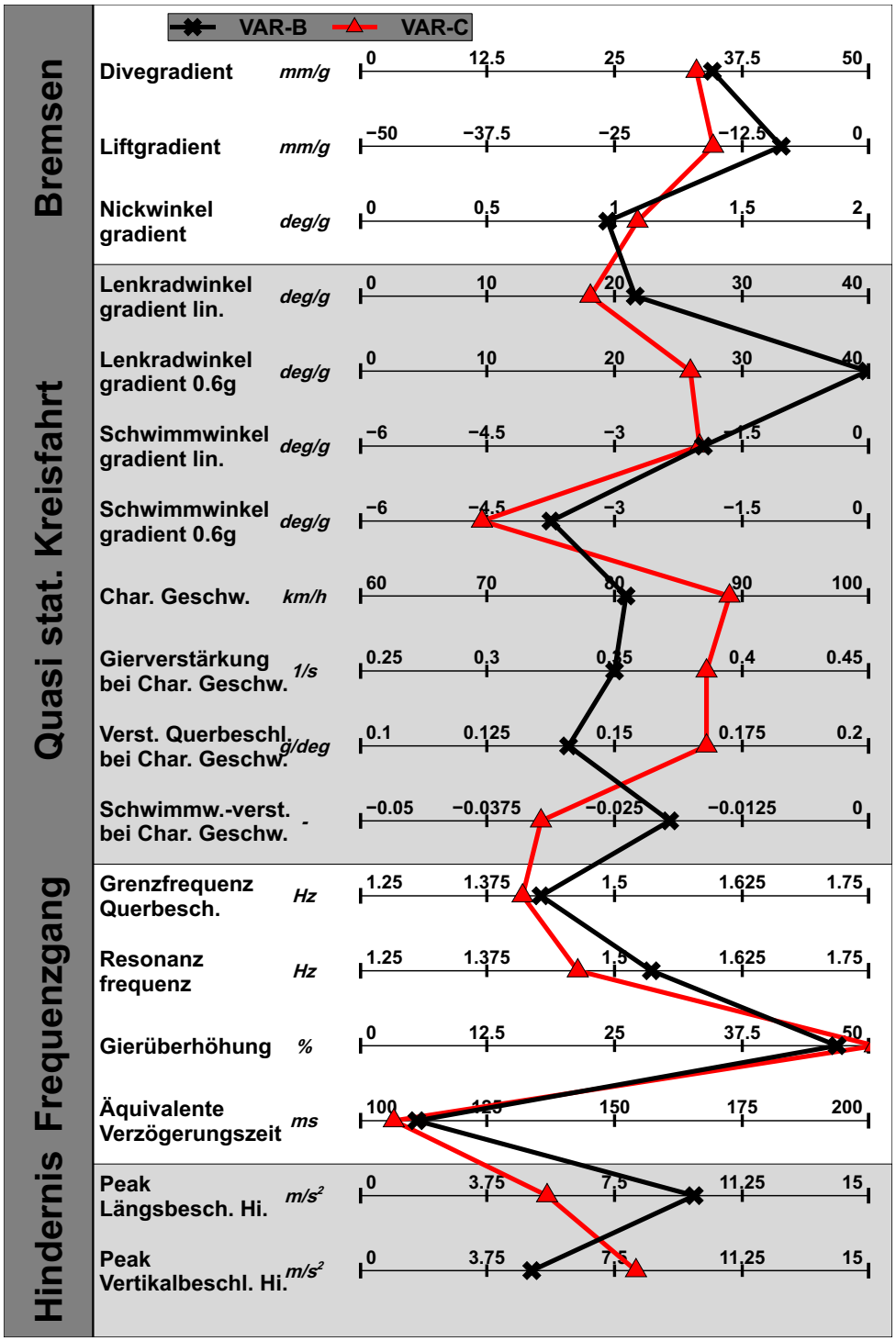


Abbildung A.2.: Snake-Chart Objektive Fahrversuche

Die „Siegener Schriftenreihe Automobiltechnik“ präsentiert die Dissertationen des Lehrstuhls für Fahrzeugleichtbau (FLB) der Universität Siegen. Die Beiträge befassen sich mit der Entwicklung von Methoden und Prinzipien sowie neuen Leichtbautechnologien zur effizienten Gestaltung des Leichtbaus in Karosserie- und Fahrwerkstrukturen.

Die Reihe erscheint in unregelmäßigen Abständen.

Mit neuen Methoden zu leichten Lösungen

ISSN 2568-0374
ISBN 978-3-96182-213-3

universi
UNIVERSITÄTSVERLAG SIEGEN